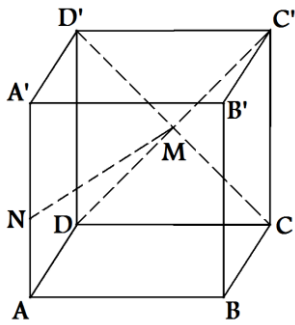
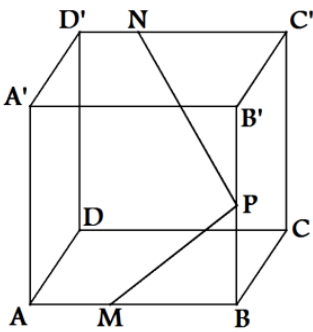


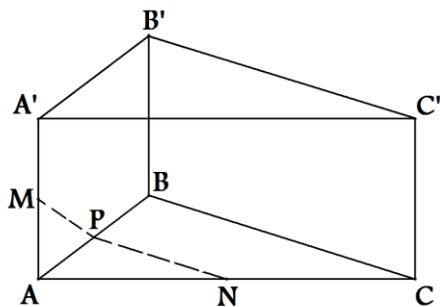
תרגילים - וקטורים גיאומטריים



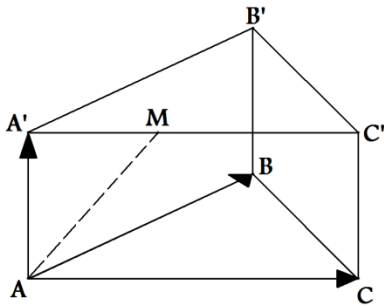
1. בקובייה שלפניך נתון: $\vec{AB} = \underline{w}$, $\vec{AD} = \underline{v}$, $\vec{AA'} = \underline{u}$. אלכסוני הפאה $DD'C'C$ נחתכים בנקודה M. הנקודה N נמצאת על המקצוע AA' כך שמתקיים: $\vec{AN} = t \cdot \vec{AA'}$.
- א. הבע באמצעות \underline{u} , \underline{v} , \underline{w} ו-t את \vec{DM} ו- \vec{NM} .
- ב. מצא עבור איזה ערך של t תקבל $\angle NMD = 90^\circ$ והסבר היכן בשרטוט תמצא הנקודה N במקרה זה.
- ג. נתון: $t = 0.5$. חשב את גודל הזווית $\angle NMD$.



2. בקובייה שלפניך הנקודה P היא אמצע המקצוע BB' .
- נסמן: $\vec{AB} = \underline{w}$, $\vec{AD} = \underline{v}$, $\vec{AA'} = \underline{u}$. הנקודות M ו-N נמצאות בהתאמה על הישרים AB ו- CD' כך שמתקיים: $\vec{MB} = t \cdot \vec{AB}$, $\vec{NC'} = t \cdot \vec{D'C'}$.
- א. הבע באמצעות \underline{u} , \underline{v} , \underline{w} ו-t את \vec{MP} ו- \vec{NP} .
- ב. נתון: $t = \frac{2}{3}$. חשב את גודל הזווית $\angle NPM$.
- ג. מצא עבור אילו ערכי t מתקיים: $\angle NPM = 90^\circ$.
- ד. לפניך טענה: "עבור כל t, הווקטור \vec{MN} מקביל למישור הפאה $ADD'A'$ ". קבע האם הטענה נכונה או שגויה. נמק את תשובתך.



3. במנסרה ישרה ומשולשת הנקודות M ו-P הן אמצעי הקטעים AA' ו-AB בהתאמה. נתון: $\angle BAC = 60^\circ$, $\angle ABC = 90^\circ$, $\vec{AC} = \underline{w}$, $|\underline{u}| = |\underline{v}|$, $\vec{AA'} = \underline{u}$, $\vec{AB} = \underline{v}$.
- הנקודה N נמצאת על המקצוע AC כך שמתקיים: $\vec{AN} = t \cdot \vec{AC}$.
- א. הבע באמצעות \underline{u} , \underline{v} , \underline{w} ו-t את \vec{NP} ו- \vec{MP} .
- ב. מצא עבור איזה ערך של t תקבל: $\angle NPM = 30^\circ$.
- ג. הוכח: לא יתכן t חיובי עבורו $\angle NPM = 45^\circ$.
- ד. קבע האם קיים t שעבורו הקטע MN יהיה מקביל למישור הפאה $BCC'B'$. נמק את תשובתך.



4. במנסרה ישרה שבסיסה משולש ישר זווית ($\angle ABC = 90^\circ$) נתון:

$$|\underline{w}| = 2\sqrt{3}, |\underline{u}| = 2, |\underline{v}| = 3, \overline{AA'} = \underline{u}, \overline{AB} = \underline{v}, \overline{AC} = \underline{w}$$

הנקודה M נמצאת על המקצוע $A'C'$ כך שמתקיים:

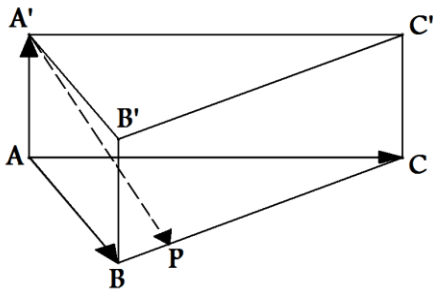
$$\overline{AM} = t \cdot \overline{A'C'}$$

לזווית שבין הווקטורים $\overline{AA'}$ ו- \overline{AM} .

א. מצא את t.

ב. הנקודה P נמצאת בתוך המנסרה כך שמתקיים: $\overline{AP} = \frac{1}{2}\underline{u} + \frac{1}{2}\underline{v} + k\underline{w}$

מצא את k שעבורו הנקודות M, P ו-B נמצאות על אותו ישר.



5. במנסרה ישרה שבסיסה משולש ישר זווית ($\angle ABC = 90^\circ$) נתון:

$$\angle ACB = 30^\circ, |\underline{u}| = 4, |\underline{v}| = 3, \overline{AA'} = \underline{v}, \overline{AB} = \underline{u}, \overline{AC} = \underline{w}$$

הנקודה P נמצאת על המקצוע BC כך שמתקיים: $\overline{BP} = t \cdot \overline{BC}$

הזווית שבין הווקטורים $\overline{A'P}$

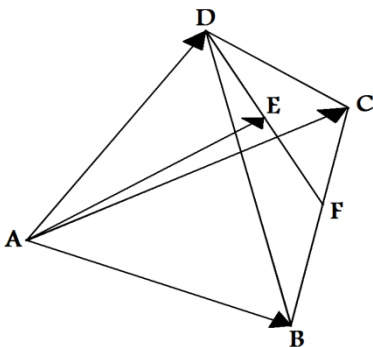
ו- $\overline{A'C'}$ שווה לזווית שבין הווקטורים $\overline{A'B}$ ו- $\overline{A'P}$.

א. מצא את t.

ב. עבור t שמצאתם, חשב את נפח הפירמידה $A'ABP$.

ג. הנקודה M נמצאת בתוך המנסרה כך שמתקיים: $\overline{AM} = \frac{1}{4}\underline{u} + \frac{1}{3}\underline{v} + (1-k)\underline{w}$

מצא את k שעבורו הווקטור \overline{PM} מקביל למישור הפאה $AAB'B$.



6. בטראדר נתון: $\overline{AB} = \underline{v}, \overline{AD} = \underline{w}, \overline{AC} = \underline{u}$

$$|\underline{u}| = 3|\underline{v}|, \angle BAC = 60^\circ, \angle DAC = \angle DAB = 45^\circ$$

$$|\underline{w}| = \sqrt{2}$$

הנקודה F נמצאת על המקצוע BC

$$\overline{BF} = t \cdot \overline{BC}$$

כך שמתקיים:

א. הבע באמצעות $\underline{u}, \underline{v}, \underline{w}$ ו-t את הווקטור \overline{AE} .

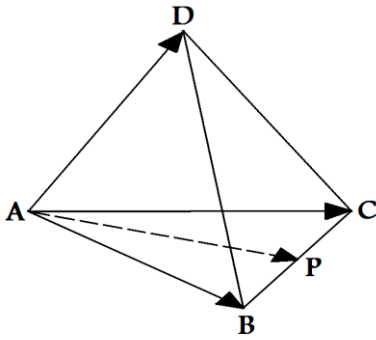
ב. נתון שהווקטור \overline{AE} יוצר זוויות שוות עם הווקטורים \overline{AC}

ו- \overline{AB} . מצא את t.

7. בפירמידה שבסיסה משולש שווה צלעות ΔABC נתון:

$$\angle DAC = 36.87^\circ, \angle DAB = 66.422^\circ, \overline{AB} = \underline{w}, \overline{AD} = \underline{v}, \overline{AC} = \underline{u}$$

הנקודה P נמצאת על המקצוע BC או על המשכו, כך שמתקיים:
 $\overline{BP} = t \cdot \overline{BC}$



א. הבע באמצעות \underline{u} , \underline{v} ו- t את הווקטור \overline{AP} .

ב. נתון שהווקטור \overline{AP} יוצר זוויות שוות עם הווקטורים \overline{AC} ו- \overline{AD} . מצא את t .

ג. עבור t שמצאת, הסבר היכן נמצאת בשרטוט הנקודה P.

ד. קבע איזו מהטענות הבאות היא הנכונה. נמק את תשובתך:

i. נפח הפירמידה DABC גדול מנפח הפירמידה DABP.

ii. נפח הפירמידה DABC שווה לנפח הפירמידה DABP.

iii. לא ניתן לדעת לאיזו מהפירמידות - DABC או DABP - יש נפח גדול יותר.

8. בקוביה שנפחה 8 יח' נפח נתון: $\overline{AB} = \underline{v}$, $\overline{AA'} = \underline{u}$, $\overline{AD} = \underline{w}$.

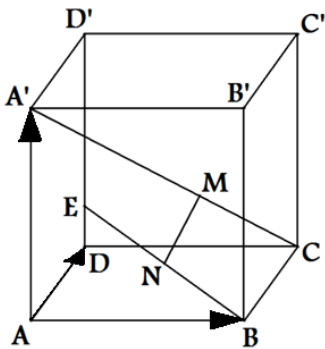
נתון: N אמצע BE. הנקודות M ו-E נמצאות בהתאמה על הקטעים $A'C$ ו- DD' כך שמתקיים:

$$(0 \leq t \leq 1) \quad \overline{DE} = t \cdot \overline{DD'}, \quad \overline{A'M} = t \cdot \overline{A'C}$$

א. מצא את t עבורו אורך $|\overline{MN}|$:

1. מינימלי. 2. מקסימלי.

ב. קבע האם ערכי t שמצאת בסעיף א' היו גדלים, קטנים או לא משתנים, אם הנתון המקורי היה שנפח הקוביה הוא 64 יח' נפח. נמק.



9. במנסרה ישרה שבסיסה משולש ישר זווית ($\angle ABC = 90^\circ$) נתון:

$$\angle BAC = 30^\circ, |\underline{u}| = 2, |\underline{v}| = 3, \overline{AA'} = \underline{u}, \overline{AB} = \underline{v}, \overline{AC} = \underline{w}$$

הנקודה M נמצאת על המקצוע $A'C'$ כך שמתקיים:

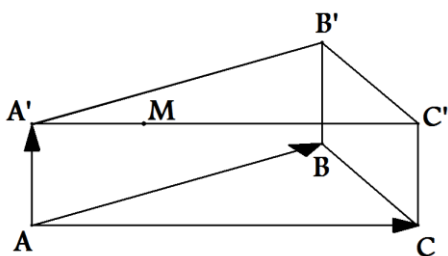
$$\overline{A'M} = t \cdot \overline{A'C'}$$

שווה לזווית שבין הווקטורים $\overline{AA'}$ ו- \overline{AM} :

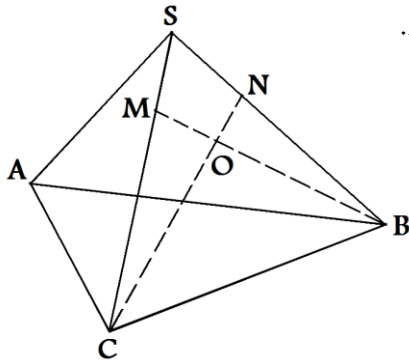
א. מצא את t .

ב. נתון: קיצרו את אורך מקצועות הצד של המנסרה פי k ($0 < k$).

הווקטור: $\underline{x} = 3\underline{u} + 2\underline{v} - 2\underline{w}$ מאונך לווקטור \overline{AM} החדש. חשב את נפח המנסרה החדשה.



10. בפירמידה $SABC$ שבסיסה המשולש שווה הצלעות $\triangle ABC$ נתון:



$|\underline{v}| = |\underline{w}|$, $\overline{AC} = \underline{v}$, $\overline{AB} = \underline{u}$, $\overline{AS} = \underline{w}$. הווקטור \overline{AS} מאונך למישור ABC .

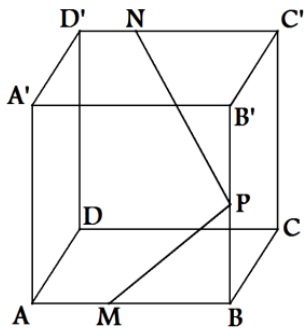
הנקודות M ו- N נמצאות בהתאמה על המקצועות BS ו- CS

כך שמתקיים: $\overline{CM} = t \cdot \overline{CS}$, $\overline{SN} = t \cdot \overline{SB}$.

א. הבע באמצעות \underline{w} , \underline{u} , \underline{v} ו- t את הווקטורים \overline{BM} ו- \overline{CN} .

ב. הוכח: הזווית $\sphericalangle BOC$ קהה עבור כל t .

(הדרכה: אין צורך למצוא את הווקטורים \overline{CO} ו- \overline{BO}).



11. בקובייה המופיעה בשרטוט נתון: הנקודה P היא אמצע המקצוע BB' .

נסמן: $\overline{AA'} = \underline{u}$, $\overline{AD} = \underline{v}$, $\overline{AB} = \underline{w}$. הנקודה N על המקצוע $C'D'$.

הנקודה M נמצאת על המקצוע AB או על המשכו.

נתון: $\overline{MB} = t \cdot \overline{AB}$, $\overline{NC'} = \frac{2}{3} \cdot \overline{D'C'}$.

א. הוכח: $\cos(\sphericalangle NPM) = \frac{8t-3}{\sqrt{61} \cdot \sqrt{4t^2+1}}$.

ב. מצא עבור איזה ערך של t תהיה הזווית $\sphericalangle NPM$ מקסימלית וחשב את הזווית המקסימלית.

תשובות:

1 א. $\overline{DM} = \frac{1}{2}\underline{u} + \frac{1}{2}\underline{w}$, $\overline{NM} = \underline{v} + \frac{1}{2}\underline{w} + \underline{u}(\frac{1}{2}-t)$. ב. $t=1$. הנקודה N תתלכד עם A' . ג. 71.56° .

2 א. $\overline{MP} = t \cdot \underline{w} + \frac{1}{2}\underline{u}$, $\overline{NP} = t \cdot \underline{w} - \underline{v} - \frac{1}{2}\underline{u}$. ב. 79.67° . ג. $t = \pm 0.5$. ד. נכונה.

3 א. $\overline{NP} = \frac{1}{2}\underline{v} - t \cdot \underline{w}$, $\overline{MP} = \frac{1}{2}\underline{v} - \frac{1}{2}\underline{u}$. ב. אף t . ד. מתקיים כאשר $t=0$. 4 א. $t = \frac{2}{3}$. ב. $k = \frac{1}{3}$.

5 א. $t = \frac{1}{2}$. ב. $6.93 = 4\sqrt{3}$ יחי נפת. ג. $k = \frac{1}{2}$. 6 א. $\overline{AE} = \frac{t}{2}\underline{u} + \left(\frac{1-t}{2}\right)\underline{v} + \frac{1}{2}\underline{w}$. ב. $t = 0.25$.

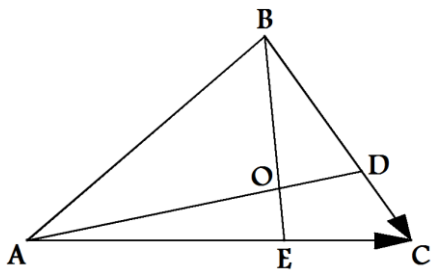
7 א. $\overline{AP} = t \cdot \underline{u} + (1-t) \cdot \underline{w}$. ב. $t = -1$. ג. הנקודה P נמצאת על המשכו של BC מעבר לנקודה B כך

שהקטע BP שווה באורכו לקטע BC . ד. ii.

8 א. 1 $t = \frac{10}{17}$. 2 $t = 0$. ב. לא משתנים. 9 א. $t = \frac{2}{3}$. ב. $1.73 = \sqrt{3}$ יחי נפת.

10 א. $\overline{BM} = (1-t) \cdot \underline{v} - \underline{u} + t \cdot \underline{w}$, $\overline{CN} = (1-t) \cdot \underline{w} - \underline{v} + t \cdot \underline{u}$. ב. 11 $t = -\frac{2}{3}$, 129.8° .

וקטורים גיאומטריים - יחידות ההצגה



12. במשולש ΔABC נסמן: $\overline{AC} = \underline{y}$, $\overline{BC} = \underline{u}$. הנקודות D ו-E נמצאות

בהתאמה על צלעות המשולש כמתואר בשרטוט,

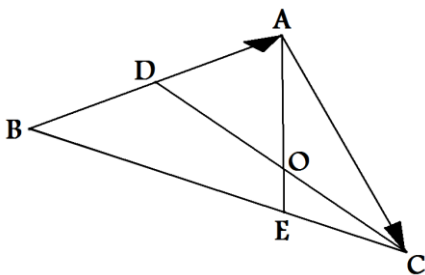
כך שהישרים AD ו-BE נחתכים בנקודה O.

נתון: $3 \cdot \overline{EC} = \overline{AE}$, $2 \cdot \overline{DC} = \overline{BD}$.

א. מצא באיזה יחס מחלקת הנקודה O את הווקטור:

1. \overline{BE} 2. \overline{AD} .

ב. חשב את היחס בין שטחי המשולשים ΔAEO ו- ΔBDO .



13. במשולש ΔABC הנקודה D היא אמצע AB.

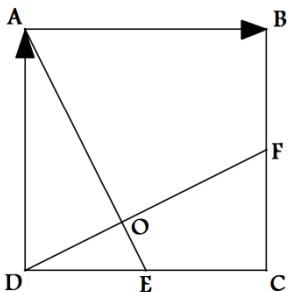
נתון: $BE = 2CE$. הישרים CD ו-AE נחתכים בנקודה O.

נסמן: $\overline{BA} = \underline{y}$, $\overline{AC} = \underline{u}$.

א. מצא באיזה יחס מחלקת הנקודה O את הווקטור \overline{CD} .

ב. חשב את היחס בין שטח המרובע BDOE לבין שטח

המשולש ΔACO .



14. בריבוע ABCD הנקודות E ו-F הן אמצעי הצלעות DC ו-BC בהתאמה.

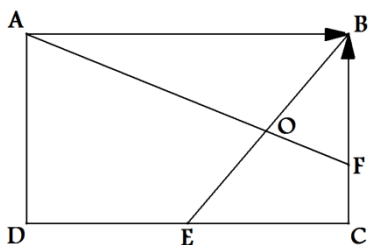
נתון: $\overline{DA} = \underline{y}$, $\overline{AB} = \underline{u}$. הישרים DF ו-AE נחתכים בנקודה O.

א. חשב את היחס בין אורכי הקטעים:

1. AO ו-OE.

2. DO ו-OF.

ב. הוכח: את המרובע CFOE ניתן לחסום במעגל.



15. במלבן ABCD הנקודה E היא אמצע הצלע DC.

נתון: $\overline{BF} = 2 \cdot \overline{FC}$. נסמן: $\overline{CB} = \underline{y}$, $\overline{AB} = \underline{u}$.

הישרים AF ו-BE נחתכים בנקודה O.

א. הוכח: AO הוא תיכון במשולש ΔABE .

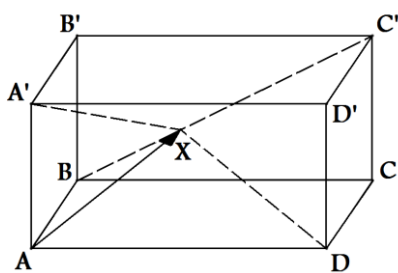
ב. נתון: $\angle BED = 3 \angle ABE$. שטח המשולש ΔBOF

הוא 6 יח"ר. חשב את שטח המלבן ABCD.

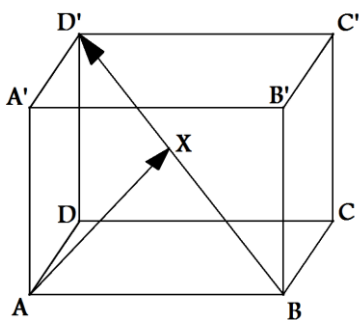
תשובות:

- 12) א. 1) $\frac{2}{3}$, 2) $\frac{1}{3}$. 13) א. 1) $\frac{1}{3}$, 2) $\frac{1}{3}$. 14) א. 1) $\frac{1}{3}$, 2) $\frac{1}{3}$. 15) א. 1) $\frac{1}{3}$, 2) $\frac{1}{3}$.

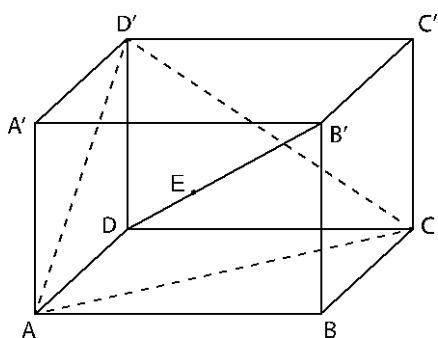
קטורים גיאומטריים - וקטור המסתיים על מישור / ישר



16. בתיבה שבשרטוט נתון: $\overrightarrow{AA'} = \underline{v}$, $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$, $\overrightarrow{AD} = \underline{w}$.
 הוקטור \overrightarrow{AX} מסתיים על הוקטור $\overrightarrow{BC'}$. $|\underline{u}| = 3$, $|\underline{v}| = 3$, $|\underline{w}| = 4$
 כך שהנקודה X מרוחקת במידה שווה מהנקודות A' ו-D.
 נסמן: $\overrightarrow{BX} = t \cdot \overrightarrow{BC'}$.
 א. הבע באמצעות \underline{u} , \underline{v} ו- \underline{w} את הוקטורים: \overrightarrow{AX} ו- \overrightarrow{DX} .
 ב. מצא את t והבע באמצעות \underline{u} , \underline{v} ו- \underline{w} את הוקטור \overrightarrow{AX} .
 ג. חשב את נפח הפירמידה ABCDX.



17. בתיבה המופיעה בשרטוט נסמן: $\overrightarrow{AA'} = \underline{u}$, $\overrightarrow{AB} = \underline{w}$, $\overrightarrow{AD} = \underline{v}$.
 הנקודה X נמצאת על הוקטור $\overrightarrow{BD'}$.
 הוקטור \overrightarrow{AX} יוצר זוויות שוות עם הוקטורים \overrightarrow{AC} ו- \overrightarrow{AD} .
 נתון: $|\underline{u}| = \sqrt{3}$, $|\underline{v}| = 1$, $|\underline{w}| = \sqrt{8}$.
 א. מצא באיזה יחס מחלקת הנקודה X את האלכסון $\overrightarrow{BD'}$.
 ב. הבע באמצעות \underline{u} , \underline{v} ו- \underline{w} את הוקטור \overrightarrow{AX} .
 ג. חשב את היחס בין נפחי הפירמידות ABCDX ו-A'B'C'D'X.



18. בתיבה המופיעה בשרטוט נתון: $\overrightarrow{AA'} = \underline{u}$, $\overrightarrow{AB} = \underline{w}$, $\overrightarrow{DA} = \underline{v}$.
 האלכסון BD' חותך את המישור ACD' בנקודה E.
 א. מצא באיזה יחס מחלקת הנקודה E את BD'.
 ב. נתון: $|\underline{w}| = 24$. הפאה AA'D'D ריבועית.
 נפח הפירמידה ADCD' הוא 36 יח' נפח.
 חשב את הזווית שבין הוקטורים \overrightarrow{DE} ו- \overrightarrow{BE} .

תשובות:

16. א. $\overrightarrow{AX} = \underline{u} + t\underline{v} + \underline{w}(t-1)$, $\overrightarrow{DX} = \underline{u} + t\underline{v} + \underline{w}(t-1)$, ב. $t = \frac{1}{2}$, $\overrightarrow{AX} = \underline{u} + \frac{1}{2}\underline{w} + \frac{1}{2}\underline{v}$. ג. 6 יח' נפח.

17. א. 8:5. ב. $\overrightarrow{AX} = \frac{8}{13}\underline{u} + \frac{5}{13}\underline{w} + \frac{8}{13}\underline{v}$. ג. 5:8. 18. א. 2:1. ב. 169.38° .