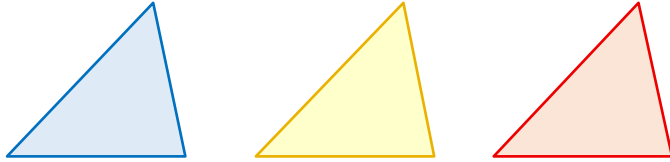




مسار التفاح - ورقة عمل فصل 12 - مجموع الزوايا في المثلث وفي الشكل الرباعي



مجموع الزوايا في المثلث



1. اطوا ورقة إلى 3 أجزاء، أحدها فوق الآخر.

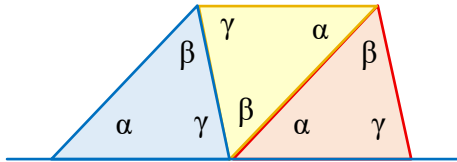
ارسموا مثلثًا من اختياركم على الجزء العلوي،

وقصّوه بحيث تحصلون على 3 مثلثات متطابقة.



في كلّ مثلث، رمزوا إلى مقدار الزاوية الأصغر بـ α ،

وإلى مقدار الزاوية المتوسطة بـ β وإلى مقدار الزاوية الأكبر بـ γ .



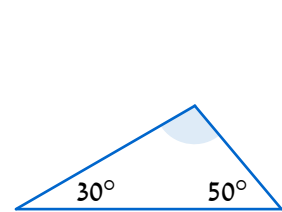
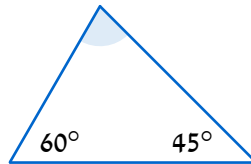
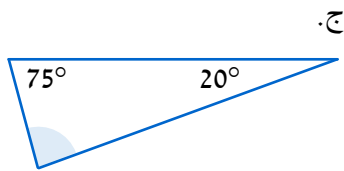
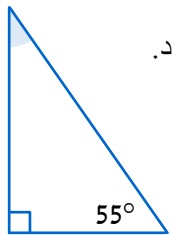
حاولوا وضع المثلثات على امتداد قطعة مستقيمة، كما هو موضح في الرسم،

بحيث يكون للزوايا التي مقاديرها α ، β و γ رأس مشترك.

أ. ما هو مجموع الزوايا التي مقاديرها α ، β و γ ؟ اشرحوا.

ب. ماذا يمكن أن نستنتج بالنسبة إلى مجموع الزوايا في المثلث الذي قصصتموه؟

2. استعينوا بمجموع الزوايا في المثلث واحسبوا مقدار الزاوية الزرقاء:



3. اقترحوا مقادير من عندكم لزويا مثلثين قائمي الزاوية.



4. في المثلث $\triangle ABC$ مُعطى: $\angle B = 40^\circ$. اقترحوا إمكانيّتين من عندكم لمقداري الزاويتين $\angle A$ و $\angle C$.

5. في كلّ بند مُعطاة زاويتان في مثلث.

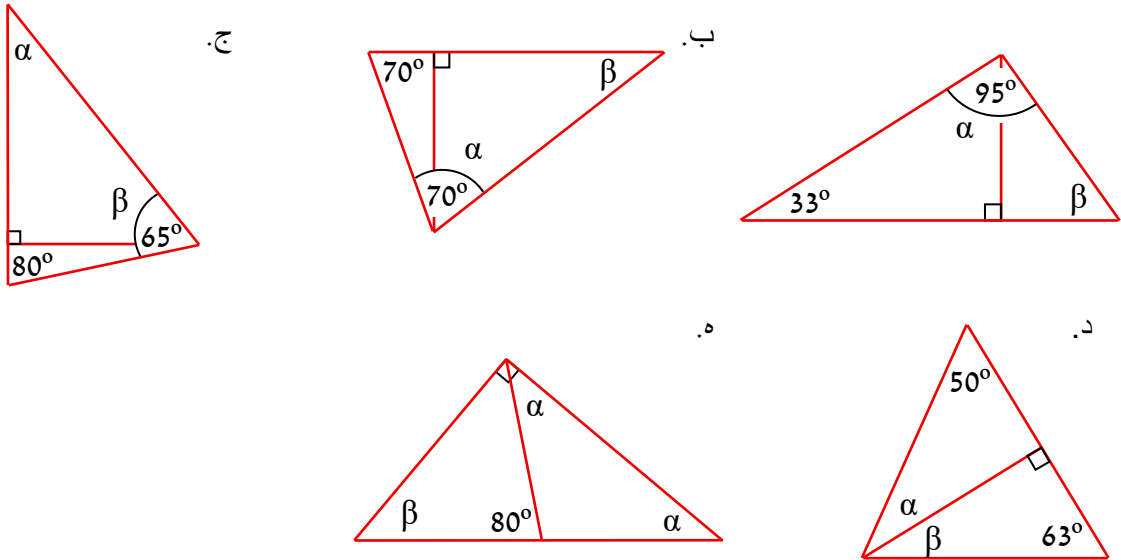
احسبوا مقدار الزاوية الثالثة وحددوا ما إذا كان المثلث حادّ الزوايا، قائم الزاوية أو منفرج الزاوية:

- أ. $70^\circ, 45^\circ$ ب. $50^\circ, 50^\circ$ ج. $35^\circ, 30^\circ$ د. $80^\circ, 10^\circ$

6. اقترحوا مقادير من عندكم لزاويا مثلث، إحدى زواياه 30° ، بحيث:

- أ. المثلث قائم الزاوية. ب. المثلث حادّ الزوايا. ج. المثلث منفرج الزاوية.

7. أوجدوا α و β :

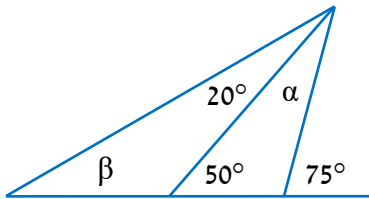


8. (*) أ. استعينوا بالمعطيات التي في الرسم، وجدوا α ثم جدوا أيضاً β .

ب. ننشئ مثلثات إضافية. ما هو نوع المثلث الذي:

1. فيه زاوية مقدارها α وزاوية مقدارها β .

2. فيه زاوية مقدارها α وزاوية مقدارها ضعف α .





9. (*) مُعطى المثلث أ وزواياه هي α ، β وزاوية إضافية.

مُعطى المثلث ب وزواياه هي α ، β وزاوية إضافية.

هل يُمكن أن تكون الزاوية الإضافية في المثلث ب أكبر من الزاوية الإضافية في المثلث أ؟ اشرحوا.

10. (*) أ. هل يمكن أن يكون في مثلث مقدار إحدى الزوايا يُساوي 180 ضعف مقدار زاوية أخرى؟

إذا كان الأمر ممكناً، فاكتبوا مثلاً مناسباً. وإذا لم يكن ممكناً، فاشرحوا.

ب. مُعطى أن مقادير زوايا المثلث أعداد صحيحة. هل تختلف الآن إجاباتكم عن البند أ؟ اشرحوا.

11. (*) المثلث ΔBFD مَحْصُور في المثلث ΔAEC .

أ. ادّعى سمير: "مجموع الزوايا الملونة هو في الواقع مجموع

ثلاث زوايا، نطرح منه مقادير الزوايا الثلاث لإحدى المثلثات

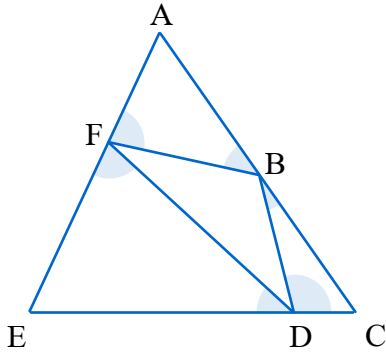
في الرسم."

هل سمير مُحَقِّق؟ إذا كان الجواب نعم، فاكتبوا ما هي الزوايا

الثلاث، وما هو المثلث اللذان قصدهما سمير. وإذا لم يكن مُحَقِّقاً،

فاشرحوا ما الخطأ في ادّعائه.

ب. احسبوا مجموع الزوايا الملونة.





12. (*) أ. حدّدوا بالنسبة إلى كلّ ادّعاء ما إذا كان صحيحًا أم خاطئًا. اشرحوا.

1. إذا كان مقدار زاوية الرأس في مثلث متساوي الساقين معلومًا، فيمكن حساب مقادير الزوايا الأخرى.

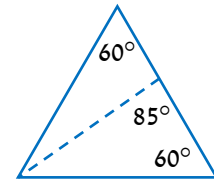
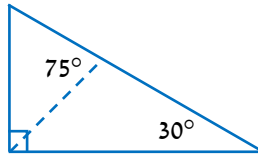
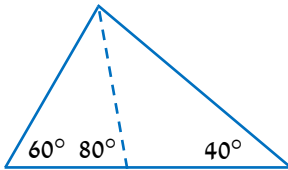
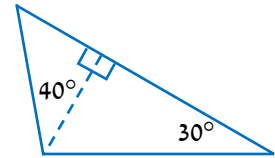
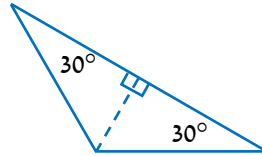
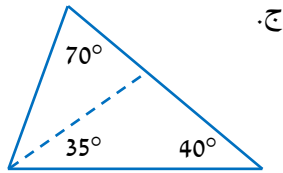
2. إذا كان مقدار إحدى زاويتي القاعدة في مثلث متساوي الساقين معلومًا، فيمكن حساب مقادير الزوايا الأخرى.

3. في مثلث حادّ الزوايا، يكون مجموع مقدارَي كلّ زاويتين أكبر من 90° .

ب. مُعطى مثلث متساوي الساقين، ومقدار إحدى زواياه 40° . اشرحوا لماذا لا يمكن حساب مقادير الزوايا الأخرى دون مُعطى إضافي.

مُنصف زاوية في المثلث

13. استعينوا بالمعطيات وحدّدوا ما إذا كانت القطعة المُتقطّعة هي مُنصف زاوية في المثلث.

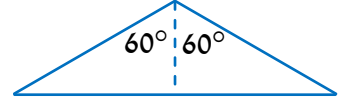




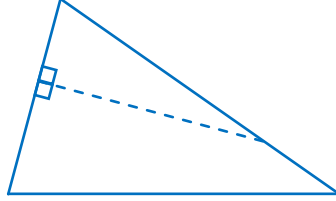
14. حدّدوا أولاً ما إذا كانت القطعة المتقطّعة مُنصِّف زاوية. إذا كان الجواب نعم، فحدّدوا ما إذا كانت مُنصِّف زاوية في

المثلث.

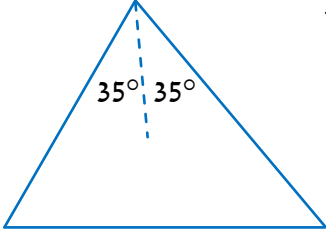
أ.



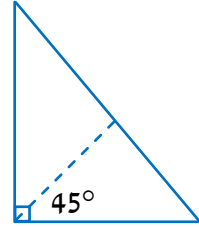
ب.



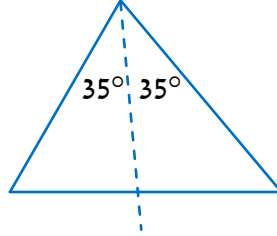
ج.



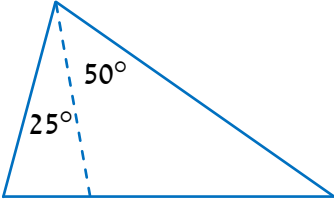
د.



هـ.

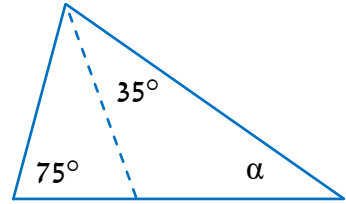


و.

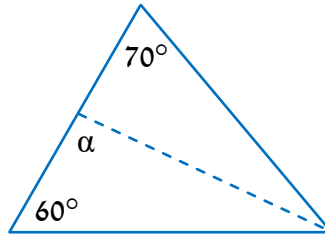


15. في كلّ مثلث الخط المتقطّع هو مُنصِّف زاوية. جدوا قيمة α :

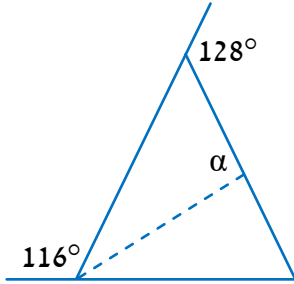
أ.



ب.

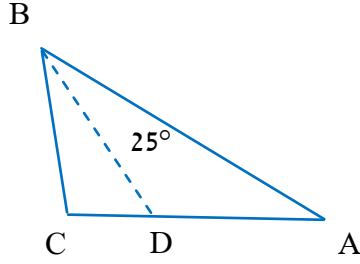


ج.





16. في المثلث $\triangle ABC$ القطعة BD هي مُنصِّف زاوية. مُعطى: $\angle ABD = 25^\circ$.



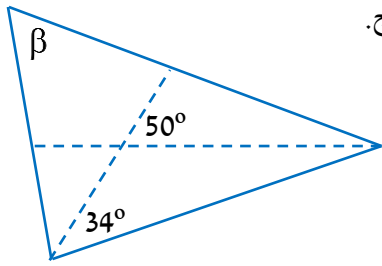
أ. جدوا زاويتين مُتساويتين في المقدار تُظهران في الرسم.

ب. مُعطى: $\angle A = 30^\circ$. احسبوا مقدار الزاوية $\angle BDA$.

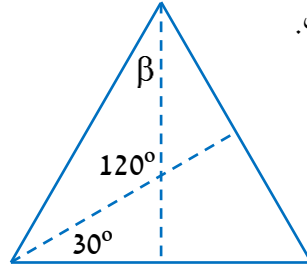
ج. احسبوا مقدار الزاوية $\angle BCA$.

د. احسبوا مقدار الزاوية $\angle BDC$.

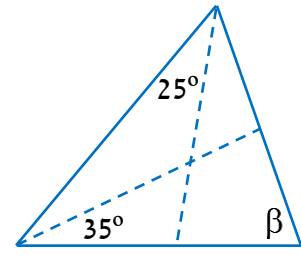
17. في كلٍّ مثلث يظهر مُنصفًا زاويتين متقطَّعان. استعينوا بالمعطيات التي في الرسم وُجدوا β :



ج.

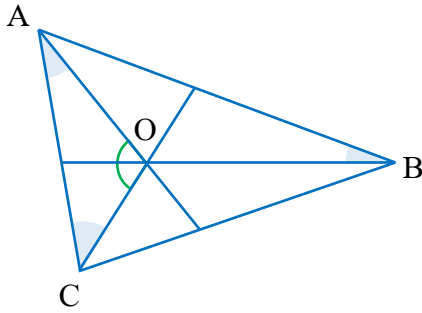


ب.



أ.

18. في المثلث $\triangle ABC$ تتقاطع مُنصفات الزوايا الثلاثة في النقطة O .



أ. احسبوا مجموع الزوايا المُلوَّنة.

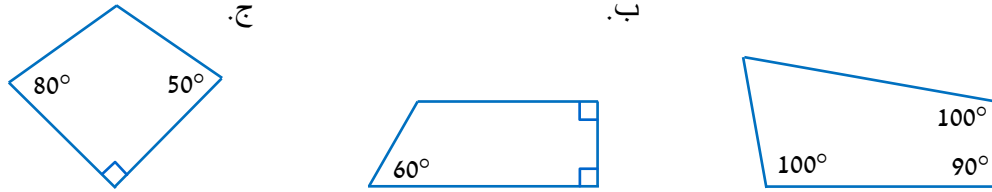
ب. اشرحوا لماذا يكون مجموع كلِّ زاويتين ملوَّنتين أصغر من 90° .

ج. اشرحوا لماذا الزاوية $\angle AOC$ مُفرجة بالضرورة.



مجموع الزوايا في الشكل الرباعي

19. في كل شكل رباعي، احسبوا مقدار الزاوية الناقصة:

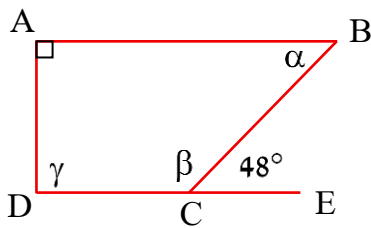


20. اقترحوا إمكانيّتين من اختياراتكم لمقادير الزوايا الأربع في شكل رباعي، إحدى زواياه 90° .

21. مُعطى شكل رباعيّ مقدار زاويتين من زواياه 80° و 50° .

في كل بند، اقترحوا مقادير من اختياراتكم للزاويتين الإضافيّتين. إذا كان الأمر غير ممكن، فاذكروا ذلك واشرحوا:

- أ. تُوجد في الشكل الرباعي زاويتان مُنفرجتان فقط. ب. تُوجد في الشكل الرباعي ثلاث زوايا منفرجة.
ج. تُوجد في الشكل الرباعي أكثر من زاوية قائمة واحدة. د. توجد في الشكل الرباعي زوايا حادة فقط.



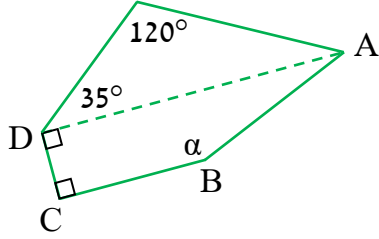
22. في الرسم الذي أمامكم، مُعطى: $AD \perp DE$.

جدوا:

- أ. γ ب. β ج. α



23. الخط المتقطع يُنصف الزاوية A فقط. جدوا α .

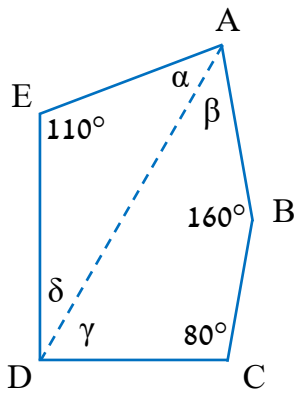


24. أ. أمامكم الشكل الخماسي ABCDE. استعينوا بالقطر AD ،

واحسبوا مجموع زوايا الشكل الخماسي.

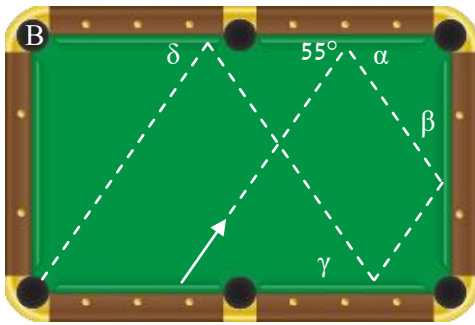
ب. مُعطى: $ED \perp DC$ ، والقطعة AD تُنصف الزاوية A فقط. جدوا

مقادير الزوايا α ، γ ، β و δ .



25. أ. ماذا يمكن القول عن زاوية في شكل رباعي، إذا كانت الزوايا الثلاث الأخرى حادة؟ اشرحوا.

ب. ماذا يمكن القول عن زاوية في شكل رباعي، إذا كانت الزوايا الثلاث الأخرى منفرجة؟ اشرحوا.



26. (*) خلال هذا الفصل تناولنا قانون الانعكاس في لعبة البلياردو.

اعتبروا السطح الأخضر مستطيلاً.



استعينوا بالمعطيات، و جدوا مقادير الزوايا α ، γ ، β و δ

في الرسم.



إجابات:

- (1) أ. 180° ، لأنهما تشكّلاّن معًا زاوية مستقيمة. ب. مجموع الزوايا في المثلث المقصوص هو 180° .
- (2) أ. 100° . ب. 75° . ج. 85° . د. 35° . (3) إجابات مُمكنة: $90^\circ, 50^\circ, 40^\circ$; $90^\circ, 70^\circ, 20^\circ$.
- (4) إجابات مُمكنة: $\angle A = 100^\circ$ و $\angle C = 40^\circ$, $\angle A = 60^\circ$ و $\angle C = 80^\circ$, $\angle A = 90^\circ$ و $\angle C = 50^\circ$.
- (5) أ. 65° ; حادّ الزوايا. ب. 80° ; حادّ الزوايا. ج. 115° ; مُنفرج الزاوية. د. 90° ; قائم الزاوية.
- (6) إجابات مُمكنة: أ. $30^\circ, 60^\circ$ و 90° . ب. $30^\circ, 75^\circ$ و $75^\circ, 30^\circ$ و 80° و 70° . ج. $30^\circ, 30^\circ$ و 120° ; $30^\circ, 45^\circ$ و 105° .
- (7) أ. $\alpha = 57^\circ, \beta = 52^\circ$. ب. $\alpha = 50^\circ, \beta = 40^\circ$. ج. $\alpha = 35^\circ, \beta = 55^\circ$. د. $\alpha = 40^\circ, \beta = 27^\circ$.
- هـ. $\alpha = 40^\circ, \beta = 50^\circ$. (8) أ. $\alpha = 25^\circ, \beta = 30^\circ$. ب. 1. مُنفرج الزاوية. 2. مُنفرج الزاوية.
- (9) غير ممكن. مجموع الزوايا في كلّ مُثلث يُساوي 180° ولذلك فإنّ مقدار الزاوية الثالثة في المثلثين المُعطيين متساو، ويساوي الفرق بين 180° ومجموع هاتين الزاويتين.
- (10) أ. ممكن. مثال مناسب: مثلث مقادير زواياه $0.5^\circ, 90^\circ$ و 89.5° . ب. نعم. لكلّ عدد صحيح نضربه في 180 نحصل على عدد يساوي 180 أو أكبر منه. وبذلك تكون إحدى زوايا المثلث مقدارها 180° أو أكثر، ولذلك لا يمكن بناء مثلث بهذه الزاوية.
- (11) أ. سمير على حق. الزوايا: $\angle AFE, \angle ABC, \angle CDE$; المُثلث: $\triangle BFD$. ب. 360° .
- (12) أ. 1. صحيح. نطرح مقدار زاوية الرأس من 180° مقدار كلّ واحدة من زاويتي القاعدة يساوي نصف الناتج. 2. صحيح. مقدار زاوية القاعدة الأخرى يساوي مقدار زاوية القاعدة المُعطاة. نحصل على مقدار زاوية الرأس من الفرق بين 180° ومجموع زاويتي القاعدة، بحسب مجموع زوايا المثلث. 3. صحيح. مجموع كلّ زاويتين في مثلث حادّ الزوايا يساوي الفرق بين 180° ومقدار الزاوية الثالثة. الزاوية الثالثة حادّة، ولذلك مقدارها أصغر من 90° ، ومن ثمّ يكون الناتج أكبر من 90° .
- ب. غير معلوم ما إذا كانت الزاوية المُعطاة هي زاوية القاعدة أم زاوية الرأس في المثلث.
- (13) أ. لا تُنصّف زاوية. ب. تُنصّف زاوية. ج. تُنصّف زاوية. د. لا تُنصّف زاوية. هـ. تُنصّف زاوية. و. تُنصّف زاوية.



(14) أ. مُنصّف زاوية ومُنصّف زاوية في المثلث. ب. مُنصّف زاوية، لكنّه ليس مُنصّف زاوية في المثلث. ج. مُنصّف زاوية، لكنّه ليس مُنصّف زاوية في المثلث. د. مُنصّف زاوية ومُنصّف زاوية في المثلث. هـ. مُنصّف زاوية، لكنّه ليس مُنصّف زاوية في المثلث. و. لا تُنصّف زاوية.

(15) أ. 35° . ب. 95° . ج. 96° .

(16) أ. $\angle ABD$ و $\angle CBD$. ب. 125° . ج. 100° . د. 55° .

(17) أ. 60° . ب. 30° . ج. 80° .

(18) أ. 90° . ب. مجموع الزوايا الثلاث المُلوّنة هو 90° ، ولذلك فإنّ مجموع كلّ زاويتين منها أصغر من 90° .

ج. من مجموع زوايا المثلث، نستنتج أنّ $\angle AOC$ تُساوي 180° ناقص عدد أصغر من 90° ، ولذلك فهي أكبر من 90° ، أي إنّها مُنفّرجة.

(19) أ. 70° . ب. 120° . ج. 140° .

(20) إجابات مُمكنة: $90^\circ, 100^\circ, 100^\circ, 70^\circ$; $90^\circ, 80^\circ, 70^\circ, 120^\circ$; $90^\circ, 150^\circ, 60^\circ, 60^\circ$.

(21) أ. إجابات مُمكنة: 100° و 130° أو 110° و 120° . ب. غير ممكن. للشّكل الرّباعي أربع زوايا بالمُجمَل، ومُعطى أنّ

زاويتين منها حادّتان (80° و 50°). ج. غير ممكن. إذا كانت هناك زاويتان قائمتان، نحصل على الزوايا 90° ،

$90^\circ, 80^\circ$ و 50° ومجموعها لا يساوي 360° . د. غير ممكن. إذا اخترنا زوايا حادّة فقط، فسيكون مجموعها أصغر من

360° .

(22) أ. 90° . ب. 132° . ج. 48° .

(23) 155° .

(24) أ. 540° . ب. $\alpha = 50^\circ$, $\beta = 50^\circ$, $\gamma = 70^\circ$, $\delta = 20^\circ$.

(25) أ. الزاوية منفرجة بالضرورة، إذ لو كانت قائمة أو حادّة، لكان مجموع زوايا الشكل الرباعي أصغر من 360° ، وهذا

غير ممكن. ب. الزاوية حادّة بالضرورة، إذ لو كانت قائمة أو منفرجة، لكان مجموع زوايا الشكل الرباعي أكبر من

360° ، وهذا غير ممكن.

(26) $\alpha = 55^\circ$, $\beta = 35^\circ$, $\gamma = 55^\circ$, $\delta = 55^\circ$.