
הוצאת ארכימדס
כיתה - ז'
סכום הזוויות
במשולש ובמרובע
פרק 12
ארכימדס
בכיוון הנכון עם ארכימדס
כיתה ז' - כרך א'
סדרת אאוריקה!



הוצאת ארכימדס

כיתה - ז'

סכום הזוויות במשולש ובמרובע

פרק 12



תוכן עניינים

- סכום הזוויות במשולש
- חוצה זווית במשולש
- סכום הזוויות במרובע
- מרובע קמור ומרובע קעור

לחצו על שם נושא על מנת
להגיע לעמוד בו הוא מתחיל



סכום הזוויות במשולש

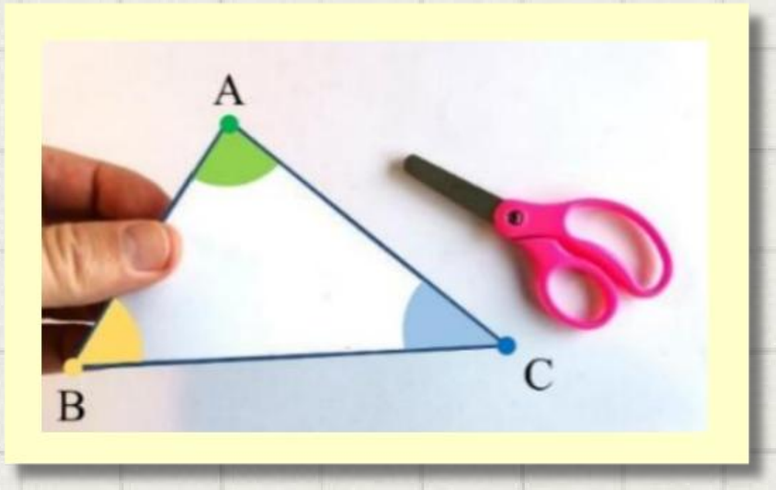
בעזרת התנסות מוחשית נכיר כעת תכונה מיוחדת המתקיימת **בכל משולש**.



סכום הזוויות במשולש

בעזרת התנסות מוחשית נכיר כעת תכונה מיוחדת המתקיימת **בכל משולש.**

א. שרטטו משולש בעזרת סרגל,
וגזרו אותו.

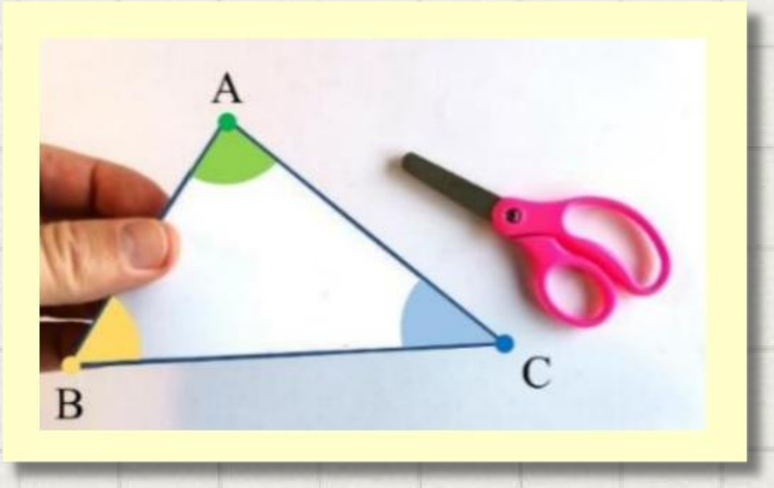




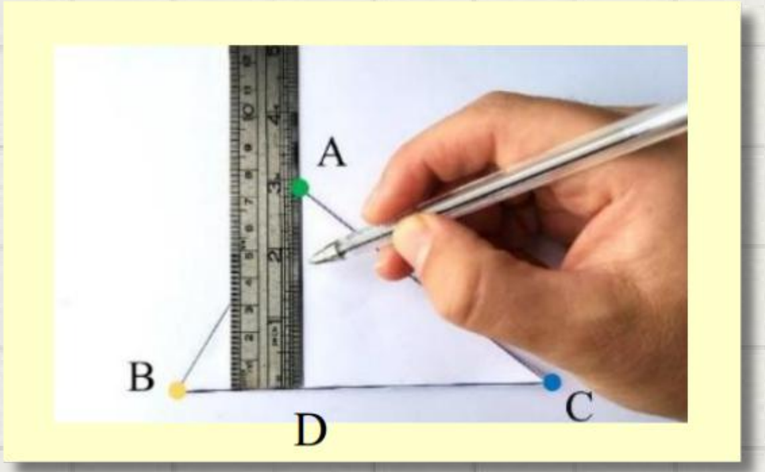
סכום הזוויות במשולש

בעזרת התנסות מוחשית נכיר כעת תכונה מיוחדת המתקיימת **בכל משולש.**

א. שרטטו משולש בעזרת סרגל, וגזרו אותו.



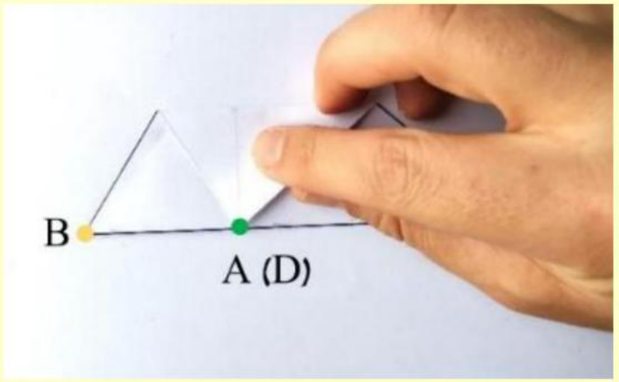
ב. בעזרת סרגל הורידו מהקודקוד A קטע שיהיה מאונך לצלע שמולו (גובה), וסמנו את הנקודה D שאליה הוא מגיע.





סכום הזוויות במשולש

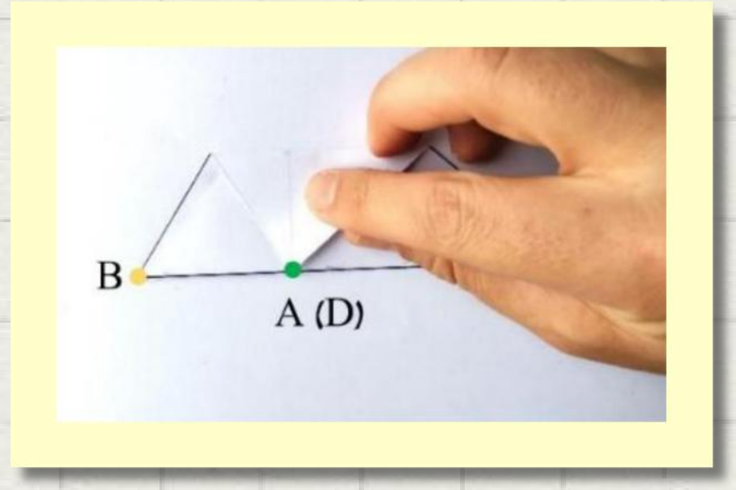
ג. קפלו את הקודקוד A אל הקודקוד D.



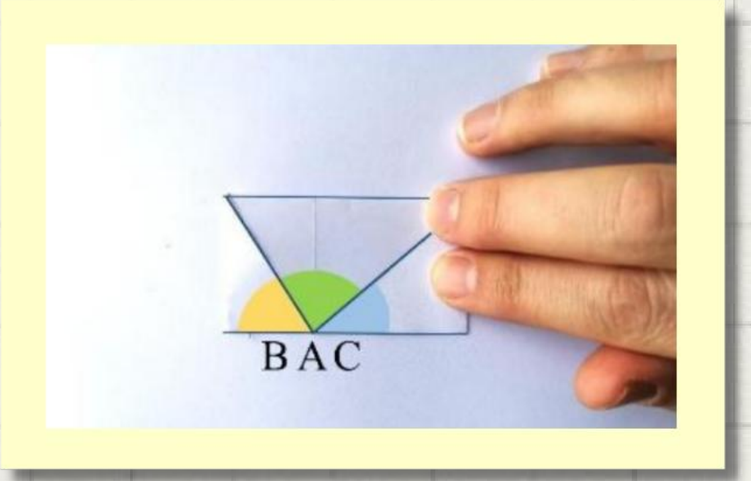


סכום הזוויות במשולש

ג. קפלו את הקודקוד A אל הקודקוד D.



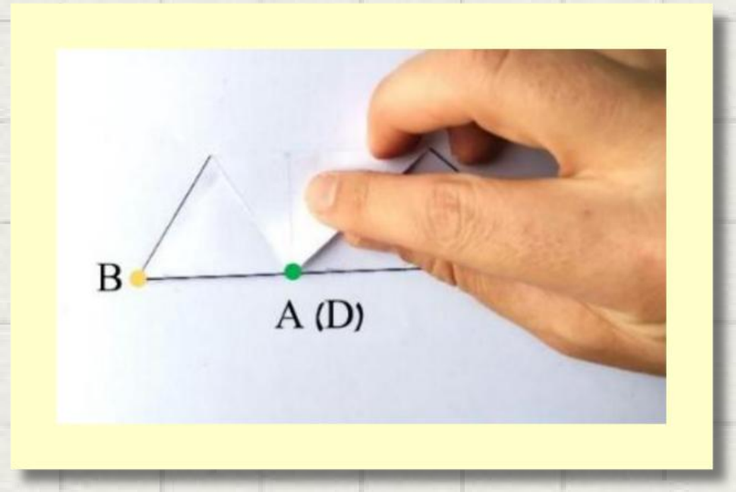
ד. קפלו את הקודקודים B ו-C לנקודה שאליה קיפלנו את הקודקוד A.



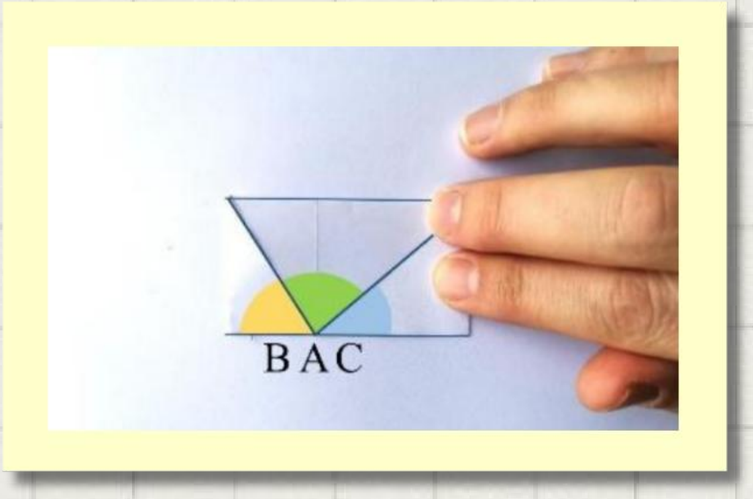


סכום הזוויות במשולש

ג. קפלו את הקודקוד A אל הקודקוד D.



ד. קפלו את הקודקודים B ו-C לנקודה שאליה קיפלנו את הקודקוד A.



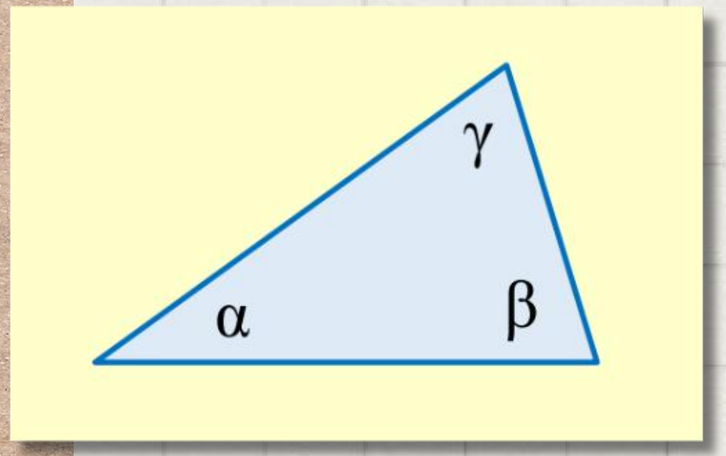
שערו מה ניתן להסיק לגבי הסכום של שלוש הזוויות הצבעוניות, שהן שלוש הזוויות של המשולש, ובדקו אם התקבלה אותה המסקנה גם עבור משולשים אחרים בכיתה.



סכום הזוויות במשולש

בהתנסות המוחשית עסקנו בתכונה חשובה המתקיימת בכל משולש:

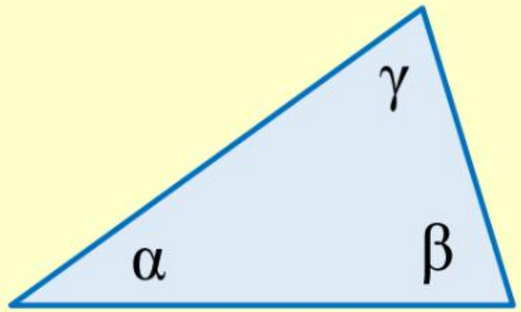
סכום שלוש הזוויות במשולש הוא $180°$.





סכום הזוויות במשולש

בהתנסות המוחשית עסקנו בתכונה חשובה המתקיימת בכל משולש:
סכום שלוש הזוויות במשולש הוא 180°.

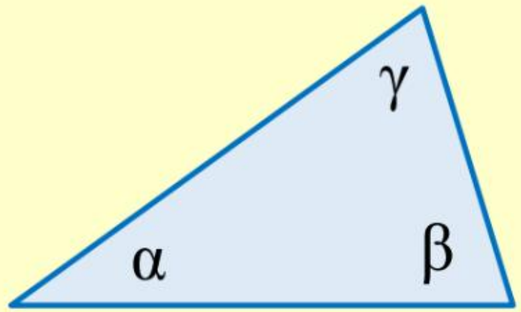


לדוגמה,
משמאל מופיע משולש שגודלי זוויותיו הם α, β ו-γ.
ניתן להציג את סכום הזוויות במשולש באופן זה:
$\alpha + \beta + \gamma = 180°$.



סכום הזוויות במשולש

בהתנסות המוחשית עסקנו בתכונה חשובה המתקיימת בכל משולש:
סכום שלוש הזוויות במשולש הוא 180°.



לדוגמה,
משמאל מופיע משולש שגודלי זוויותיו הם α, β ו-γ.
ניתן להציג את סכום הזוויות במשולש באופן זה:
$\alpha + \beta + \gamma = 180°$.

בשלב זה הסקנו לגבי תכונה זו בעזרת משולשים בגדלים שונים, אך נדרשת הוכחה כללית עבור כל המשולשים. נוכיח זאת בהמשך לימודי המתמטיקה.



סכום הזוויות במשולש

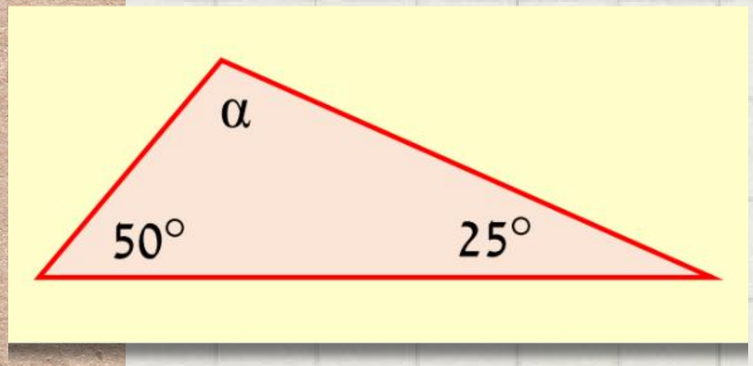
נמחיש את התכונה שמצאנו בעזרת התנסות נוספת. בפעילות הדיגיטלית מתחת מופיע המשולש ΔABC. הזיזו את הקודקודים A ,B ו-C כך שיתקבלו משולשים ישרי זווית, חדי זוויות וקהי זווית. בדקו מהו סכום הזוויות במשולש.



סכום הזוויות במשולש

דוגמה:

במשולש נתונות זוויות שגודלן 25° ו-50°. מצאו את α.

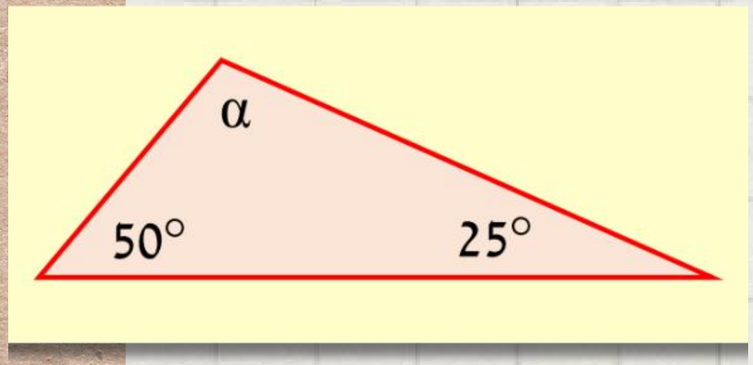




סכום הזוויות במשולש

דוגמה:

במשולש נתונות זוויות שגודלן 25° ו-50°. מצאו את α.



פתרון:

סכום הזוויות במשולש הוא 180°. כדי לחשב את α נחסר: **α = 180° – 50° – 25°** ⇦ **α = 105°**.



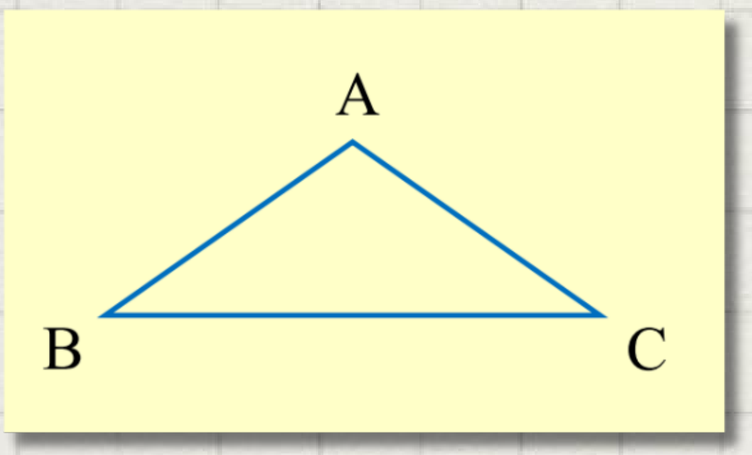
כעת נוכל לפתור את תרגילים 1-4 בעמוד 263.



דוגמה:

במשולש שווה השוקיים ΔABC $(AB = AC)$ נתון: $\sphericalangle A = 110°$.

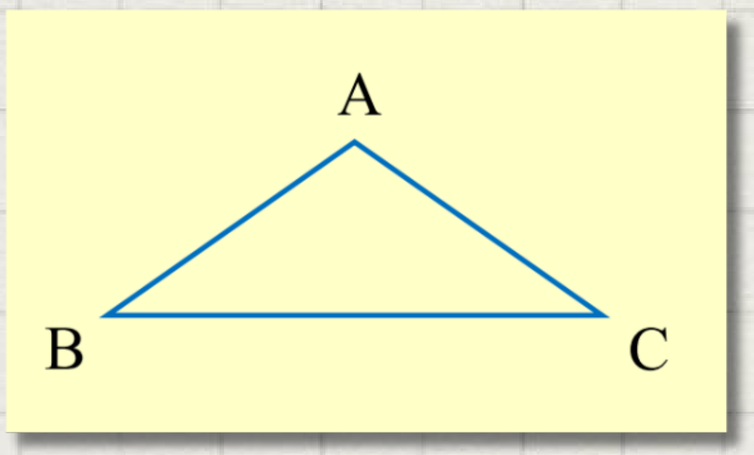
חשבו את גודל זוויות הבסיס $\sphericalangle B$ ו-$\sphericalangle C$.



דוגמה:

במשולש שווה השוקיים ΔABC $(AB = AC)$ נתון: $\sphericalangle A = 110°$.

חשבו את גודל זוויות הבסיס $\sphericalangle B$ ו-$\sphericalangle C$.



פתרון:

תחילה, נחשב את סכום הזוויות $\sphericalangle B$ ו-$\sphericalangle C$.

סכום הזוויות במשולש ΔABC הוא $180°$.

נחסר ממנו את גודל הזווית $\sphericalangle A$,

ונקבל: $\sphericalangle B + \sphericalangle C = 180° - \sphericalangle A = 180° - 110° = 70°$.

זוויות הבסיס במשולש שווה שוקיים שוות, ולכן נסיק שכל אחת מהזוויות $\sphericalangle B$ ו-$\sphericalangle C$ שווה ל-$35°$.



כעת נוכל לפתור את תרגילים 5-6 בעמוד 264.



8. בר טענה:

"אם במשולש שווה שוקיים אחת הזוויות בת $60°$, אז ניתן להסיק שכל זוויותיו שוות ל-$60°$."

האם היא צודקת? הסבירו.

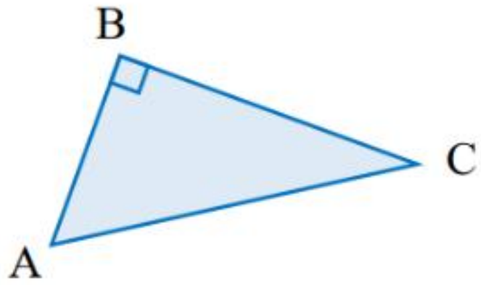


כעת נוכל לפתור את תרגילים 9-10 בעמוד 265.





11. לפניכם משולש ישר זווית שבו הזווית $\sphericalangle B$ ישרה.



א. מדדו בעזרת מד זווית את הזוויות $\sphericalangle A$ ו־$\sphericalangle C$.



ב. חשבו את הסכום: $\sphericalangle A+\sphericalangle C$.

ג. האם ניתן לחשב את סכום הזוויות $\sphericalangle A+\sphericalangle C$ ללא מד זווית?

ד. האם ניתן לקבוע שהזוויות $\sphericalangle A$ ו־$\sphericalangle C$ חדות מבלי למדוד אותן בעזרת מד זווית?

ה. נתון משולש ישר זווית **אחר**. עבור כל טענה קבעו אם היא נכונה או שגויה. הסבירו:

i. ייתכן שיש בו זווית ישרה נוספת.

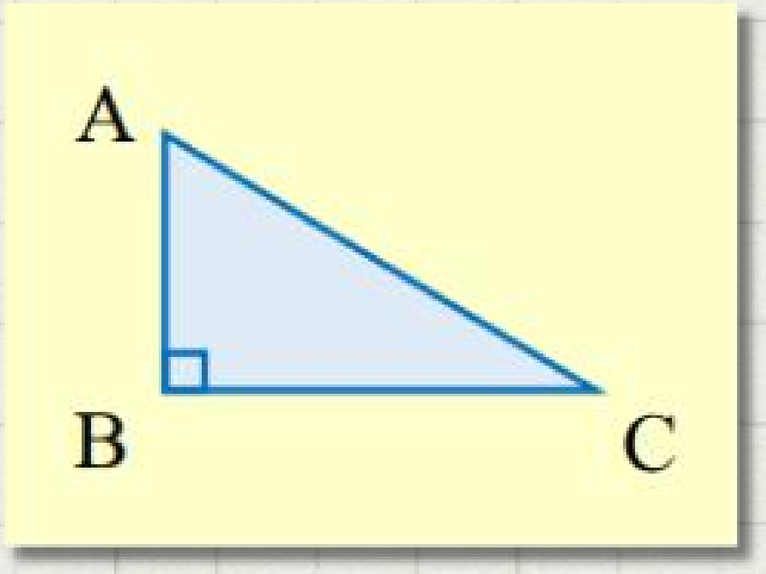
ii. ייתכן שיש בו זווית קהה.





בשאלה הקודמת עסקנו בתכונה של זוויות במשולש ישר זווית.

במשולש ישר זווית יש זווית ישרה אחת ושתי זוויות חדות שסכומן $90°$.

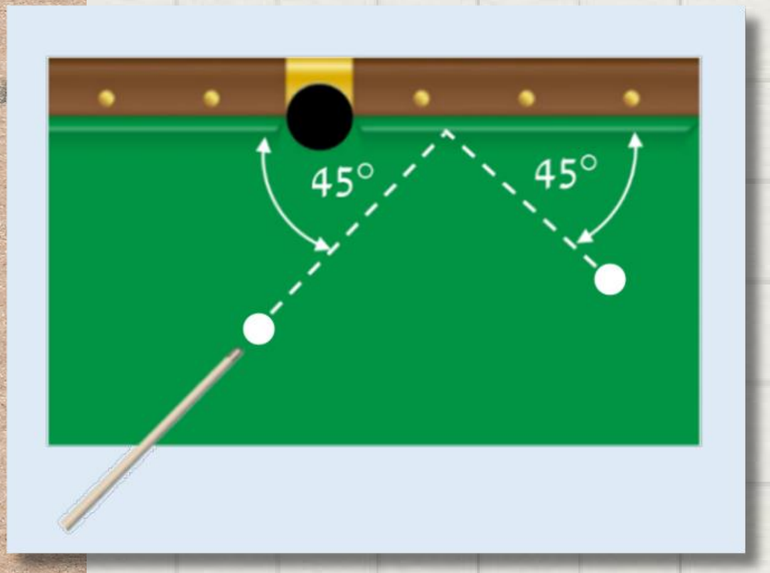




כעת נוכל לפתור את תרגילים 12-22 בעמודים 265-268.



תזכורת! מהו חוק ההחזרה?

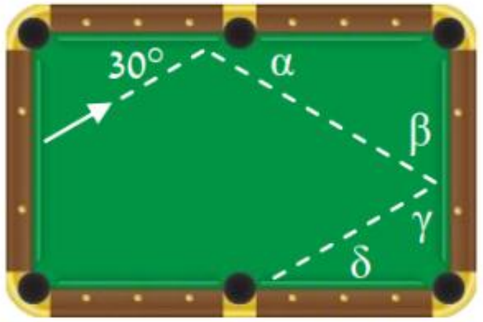


משחק הביליארד מתבסס בחלקו הגדול על חוק פיזיקלי שנקרא "חוק ההחזרה".
לפי חוק זה, בתנאים מיטביים, זווית הפגיעה של הכדור בדופן של השולחן שווה לזווית ההחזרה של הכדור כאשר הוא מתרחק מהדופן. נוכל לראות זאת באיור משמאל.

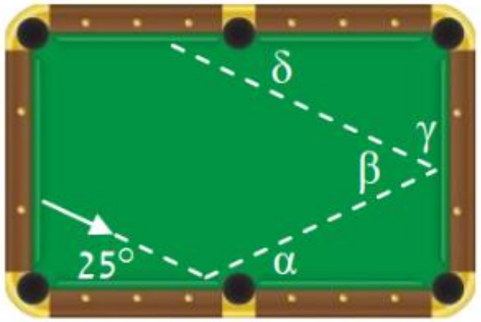
23. בכל אחד מהאיורים שלפניכם מופיע מסלול התנועה של כדור על שולחן ביליארד שבו המשטח הירוק הוא מלבני. היעזרו בנתון המופיע בכל סעיף, ומצאו את הזוויות שגודלן α, β, γ ו־δ, לפי הנדרש:



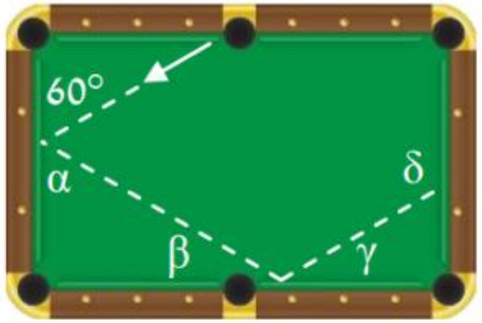
א.



ב.



ג.

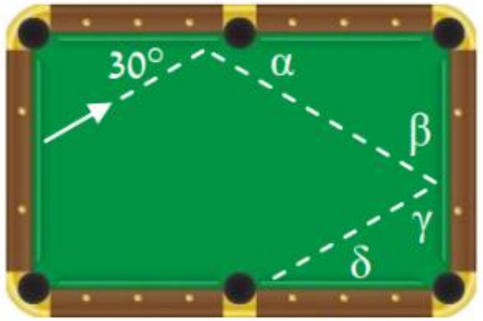




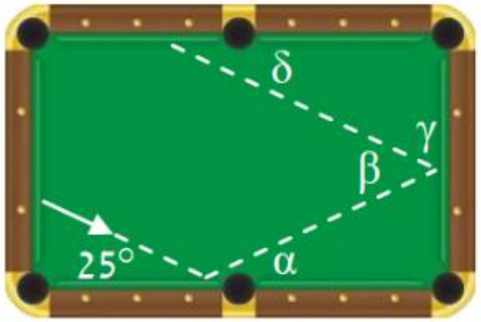


23. בכל אחד מהאיורים שלפניכם מופיע מסלול התנועה של כדור על שולחן ביליארד שבו המשטח הירוק הוא מלבני. היעזרו בנתון המופיע בכל סעיף, ומצאו את הזוויות שגודלן α, β, γ ו־δ, לפי הנדרש:

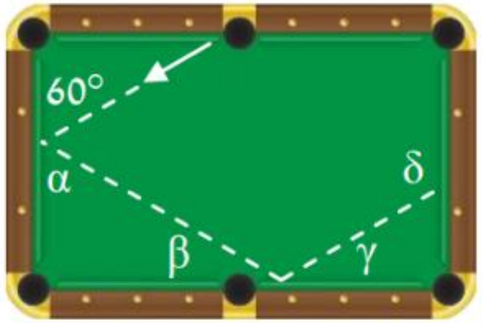
א.



ב.



ג.

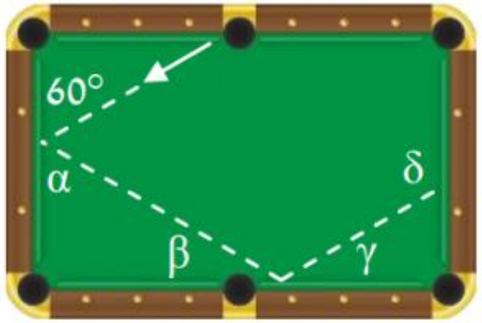


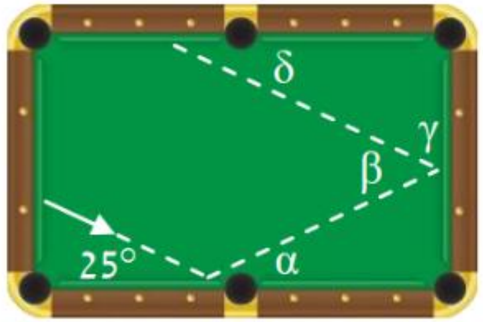
23) א. $\alpha = 30°$, $\beta = 60°$, $\gamma = 60°$, $\delta = 30°$.

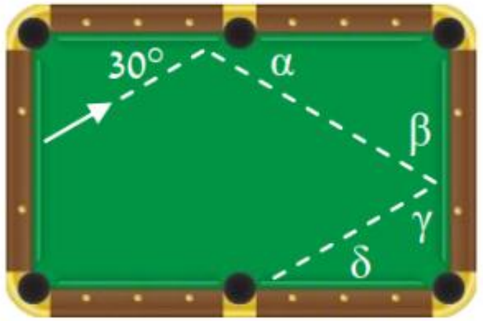


23. בכל אחד מהאיורים שלפניכם מופיע מסלול התנועה של כדור על שולחן ביליארד שבו המשטח הירוק הוא מלבני. היעזרו בנתון המופיע בכל סעיף, ומצאו את הזוויות שגודלן α, β, γ ו־δ, לפי הנדרש:

א. ב. ג.









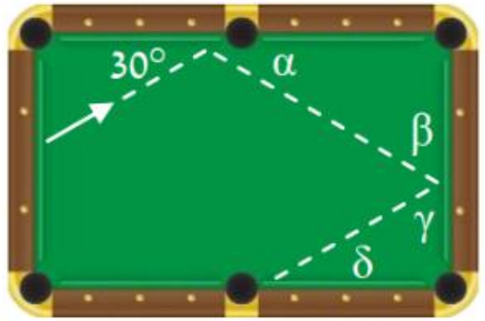


23) א. $\alpha=30°$, $\beta=60°$, $\gamma=60°$, $\delta=30°$. **ב.** $\alpha=25°$, $\beta=50°$, $\gamma=65°$, $\delta=25°$.

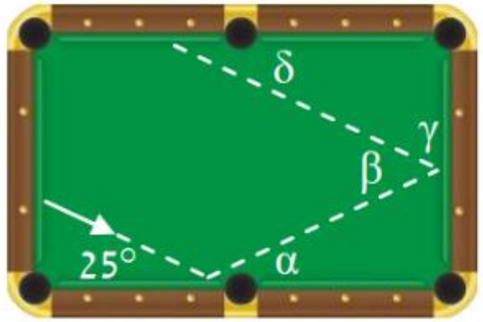


23. בכל אחד מהאיורים שלפניכם מופיע מסלול התנועה של כדור על שולחן ביליארד שבו המשטח הירוק הוא מלבני. היעזרו בנתון המופיע בכל סעיף, ומצאו את הזוויות שגודלן α, β, γ ו־δ, לפי הנדרש:

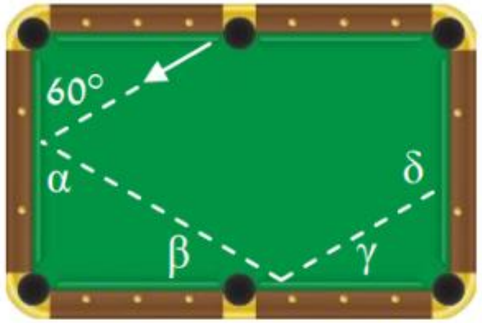
א.



ב.



ג.





23) א. $\alpha=30^\circ$, $\beta=60^\circ$, $\gamma=60^\circ$, $\delta=30^\circ$. **ב.** $\alpha=25^\circ$, $\beta=50^\circ$, $\gamma=65^\circ$, $\delta=25^\circ$.

ג. $\alpha=60^\circ$, $\beta=30^\circ$, $\gamma=30^\circ$, $\delta=120^\circ$.



כעת נוכל לפתור את תרגילים 24-26 בעמודים 268-269.



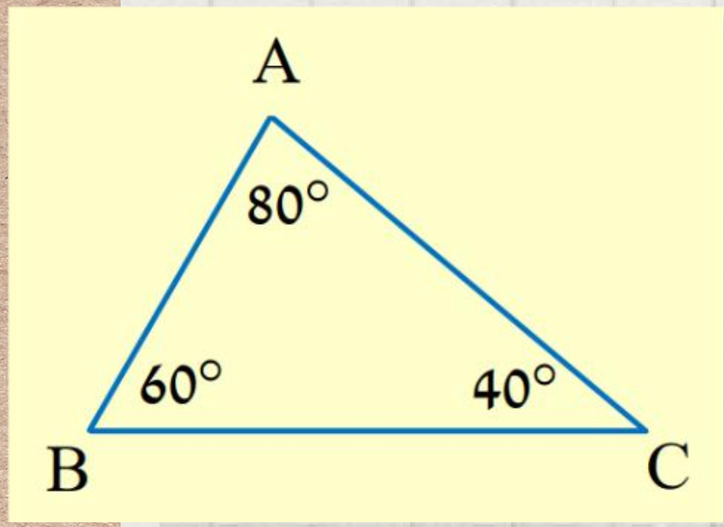
חוצה זווית במשולש

בפרקים הקודמים עסקנו בחוצה זווית שהוא קרן העוברת דרך קודקוד הזווית, ומחלקת את הזווית לשתי זוויות שוות זו לזו. כעת נעסוק בחוצה זווית במשולש.



חוצה זווית במשולש

בפרקים הקודמים עסקנו בחוצה זווית שהוא קרן העוברת דרך קודקוד הזווית, ומחלקת את הזווית לשתי זוויות שוות זו לזו.
כעת נעסוק בחוצה זווית במשולש.



חוצה זווית במשולש הוא קטע היוצא מקודקוד כלשהו, חוצה את הזווית של אותו קודקוד לשתי זוויות **שוות** בגודלן, ומסתיים על הצלע שמול הזווית החצויה.
בכל משולש יש שלוש זוויות, ולכן יש בו גם שלושה חוצי זוויות.



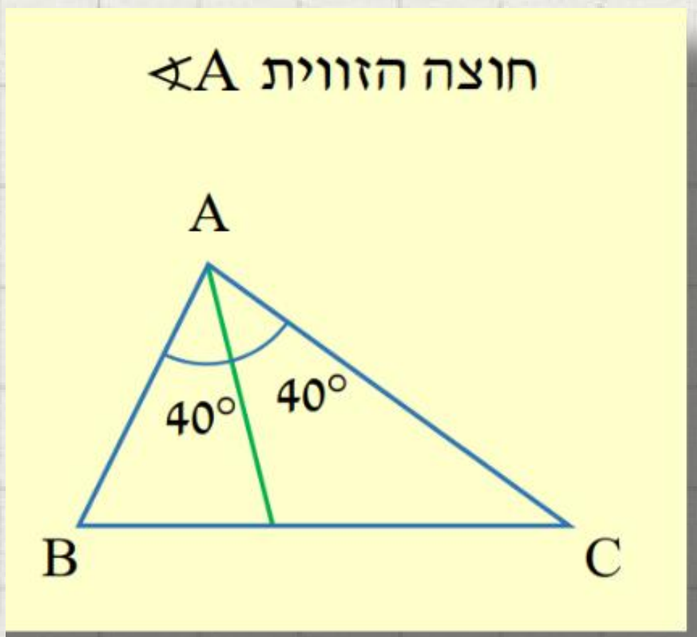
חוצה זווית במשולש

נציג את שלושת חוצי הזוויות של המשולש ΔABC שלפניכם.



חוצה זווית במשולש

נציג את שלושת חוצי הזוויות של המשולש ΔABC שלפניכם.

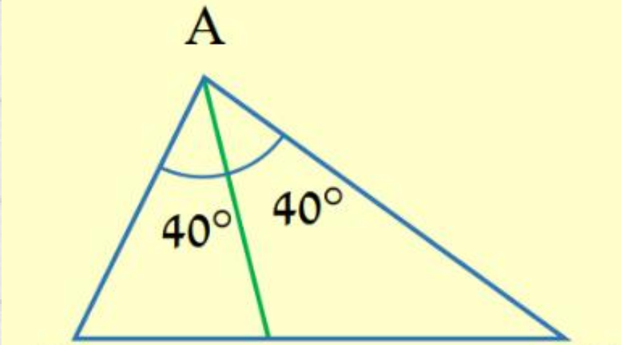




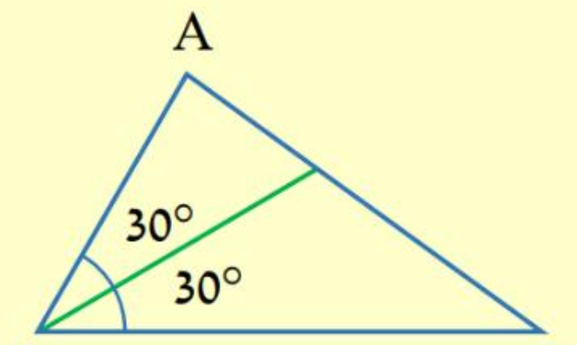
חוצה זווית במשולש

נציג את שלושת חוצי הזוויות של המשולש ΔABC שלפניכם.

חוצה הזווית $\sphericalangle A$



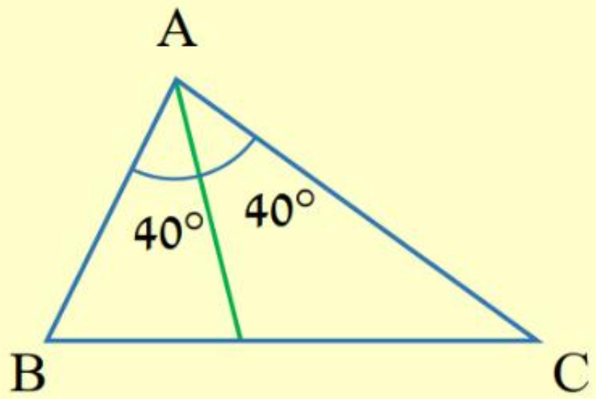
חוצה הזווית $\sphericalangle B$



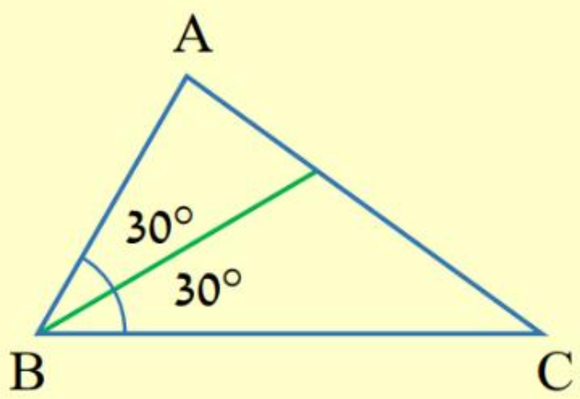
חוצה זווית במשולש

נציג את שלושת חוצי הזוויות של המשולש ΔABC שלפניכם.

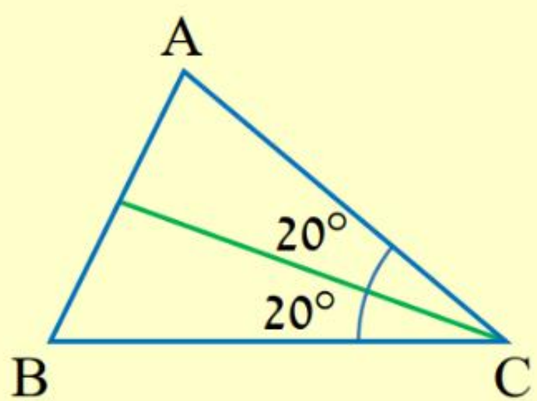
חוצה הזווית $\sphericalangle A$



חוצה הזווית $\sphericalangle B$



חוצה הזווית $\sphericalangle C$



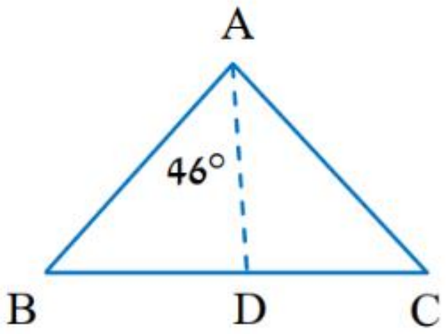


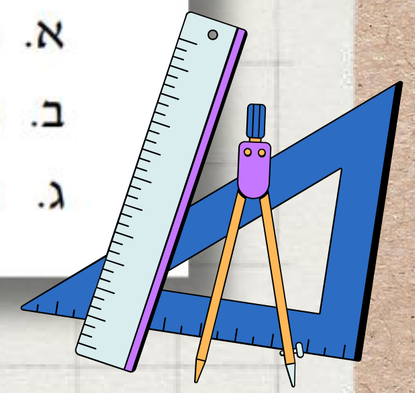
1. במשולש ΔABC הקטע AD הוא חוצה זווית.

א. מהי הזווית שהקטע AD חוצה?

ב. אילו שתי זוויות שוות מופיעות בשרטוט?

ג. נתון: $\sphericalangle C = 47^\circ$. חשבו את גודלי שאר הזוויות במשולש ΔABC.





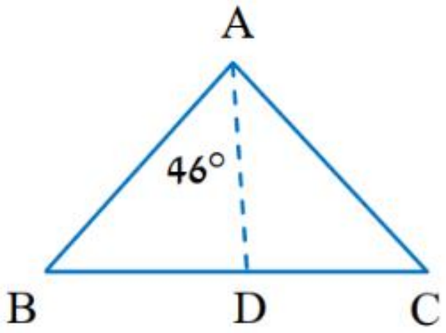


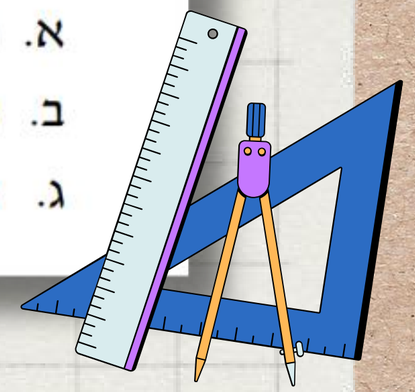
1. במשולש ΔABC הקטע AD הוא חוצה זווית.

א. מהי הזווית שהקטע AD חוצה?

ב. אילו שתי זוויות שוות מופיעות בשרטוט?

ג. נתון: $\sphericalangle C = 47^\circ$. חשבו את גודלי שאר הזוויות במשולש ΔABC.

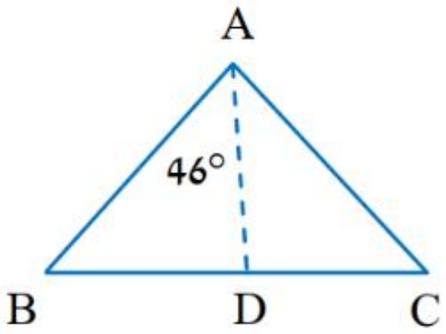




1) א. $\sphericalangle BAC$.



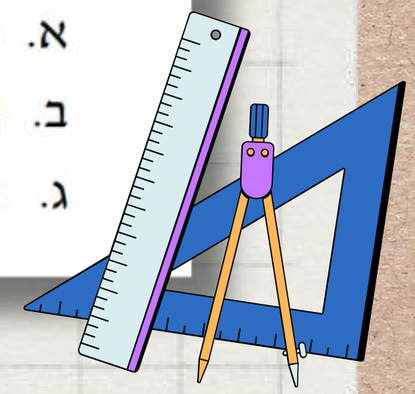
1. במשולש ΔABC הקטע AD הוא חוצה זווית.



א. מהי הזווית שהקטע AD חוצה?

ב. אילו שתי זוויות שוות מופיעות בשרטוט?

ג. נתון: $\sphericalangle C = 47°$. חשבו את גודלי שאר הזוויות במשולש ΔABC.



1) **א.** $\sphericalangle BAC$. **ב.** $\sphericalangle BAD$ ו־$\sphericalangle CAD$.

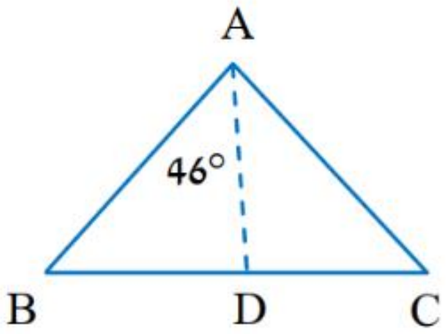


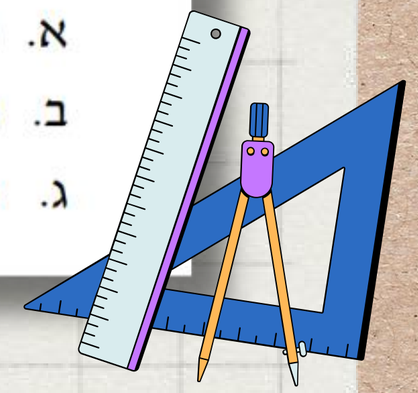
1. במשולש ΔABC הקטע AD הוא חוצה זווית.

   א. מהי הזווית שהקטע AD חוצה?

   ב. אילו שתי זוויות שוות מופיעות בשרטוט?

   ג. נתון: $\sphericalangle C = 47^\circ$. חשבו את גודלי שאר הזוויות במשולש ΔABC.





1) א. $\sphericalangle BAC$. **ב.** $\sphericalangle BAD$ ו־$\sphericalangle CAD$. **ג.** $\sphericalangle BAC = 92^\circ$, $\sphericalangle B = 41^\circ$.



כעת נוכל לפתור את תרגילים 2-6 בעמודים 271-272.

סכום זוויות במרובע

1. לפניכם מלבן, מקבילית וטרפז.



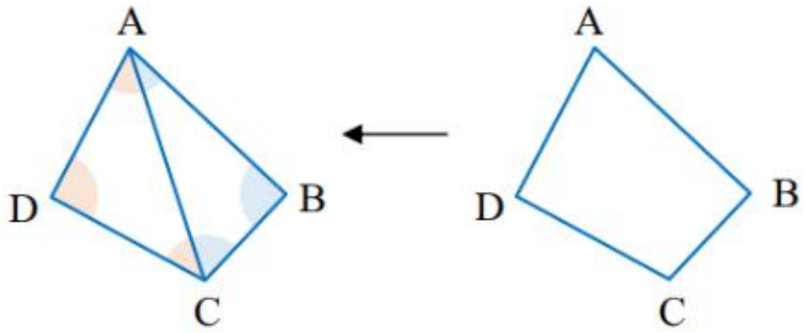
א. מדדו את הזוויות, וחשבו את **סכום** ארבע הזוויות בכל אחד משלושת המרובעים.

ב. העלו השערה לגבי סכום הזוויות במרובע.

ג. לפניכם המרובע ABCD. האלכסון AC מחלק את המרובע לשני משולשים.

חשבו את סכום הזוויות:

1. הכחולות. 2. האדומות.



ד. האם סכום זוויות המרובע שווה לסכום הזוויות הכחולות והאדומות יחד?

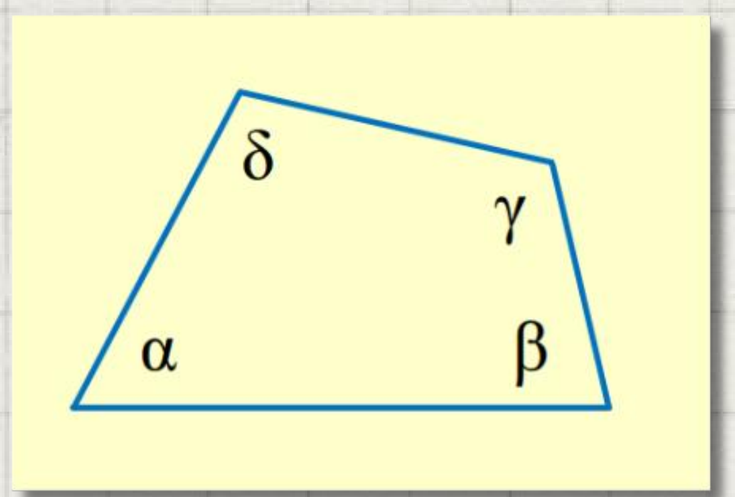
ה. מה ניתן להסיק מהסעיפים הקודמים לגבי סכום הזוויות במרובע?

ו. האם מסקנה זו מתאימה לתשובתכם בסעיף ב'?



סכום זוויות במרובע

בשאלה הקודמת עסקנו בסכום הזוויות במרובעים.
מהשאלה עולה ש**סכום הזוויות בכל מרובע הוא 360°.**



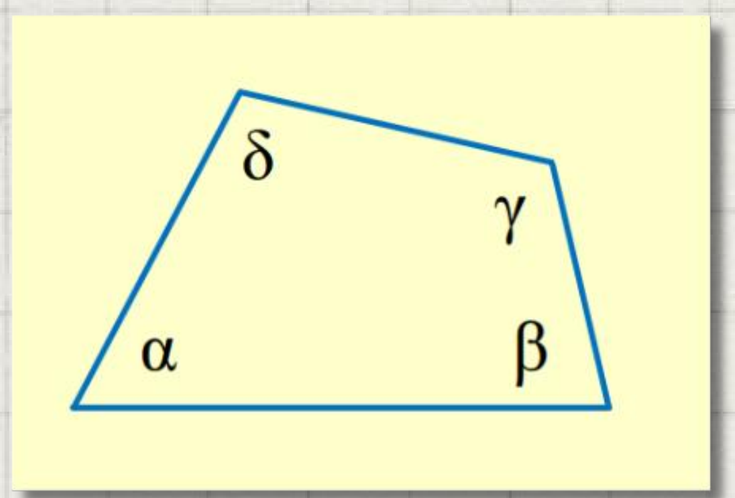
נתבונן במרובע המופיע משמאל שזוויותיו בגודל
α, β, γ ו-δ.

ניתן להציג את סכום הזוויות במרובע כך:
α + β + γ + δ = 360°.



סכום זוויות במרובע

בשאלה הקודמת עסקנו בסכום הזוויות במרובעים.
מהשאלה עולה ש**סכום הזוויות בכל מרובע הוא $360°$.**



נתבונן במרובע המופיע משמאל שזוויותיו בגודל
α, β, γ ו-δ.

ניתן להציג את סכום הזוויות במרובע כך:
$\alpha + \beta + \gamma + \delta = 360°$.

בשלב זה הסקנו בתכונה זו בעזרת מספר מרובעים,
אך נדרשת הוכחה כללית עבור כל המרובעים. נוכיח זאת בהמשך לימודי המתמטיקה.



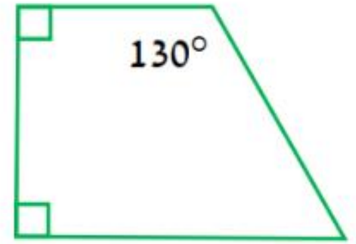
סכום זוויות במרובע

היכנסו להמחשה הדיגיטלית משמאל. הזיזו את הקודקודים ככל שתרצו כך שיתקבלו מרובעים שונים, ובדקו את סכום הזוויות לאחר כל הזזה.

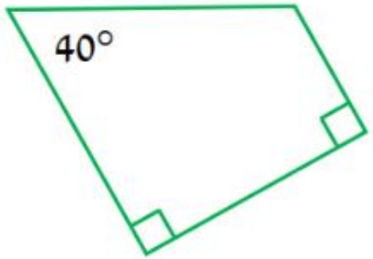


2. בכל מרובע חשבו את הזווית החסרה:

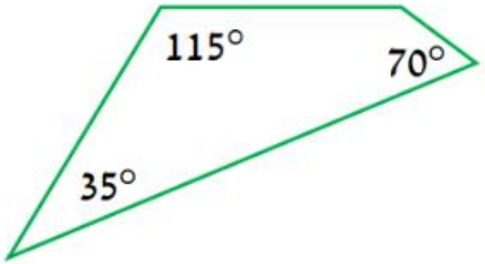
א.

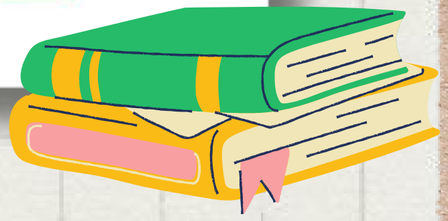


ב.



ג.

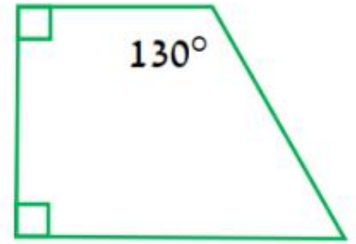




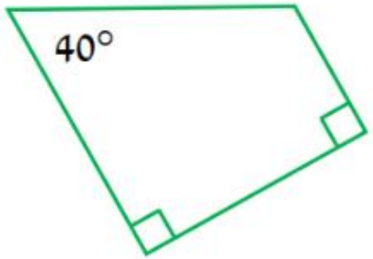


2. בכל מרובע חשבו את הזווית החסרה:

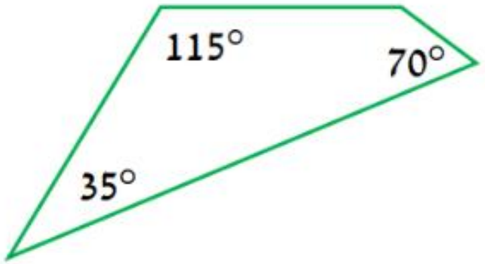
א.

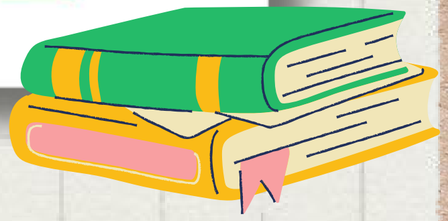


ב.



ג.



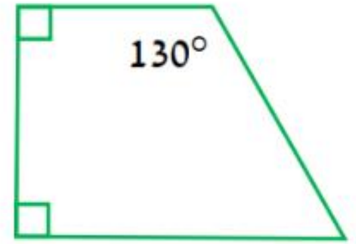


2) א. 50°.

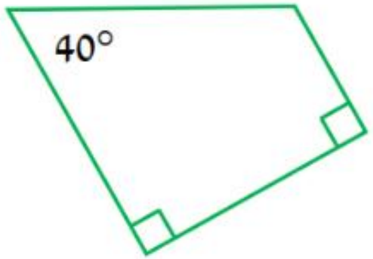


2. בכל מרובע חשבו את הזווית החסרה:

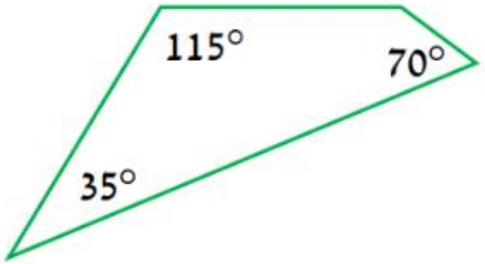
א.

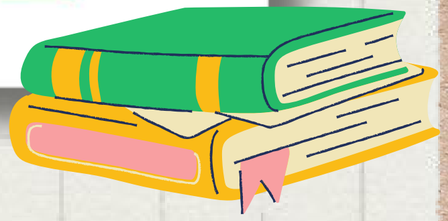


ב.



ג.



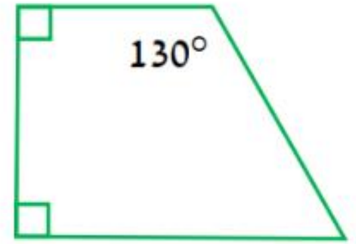


2) א. 50°. **ב.** 140°.

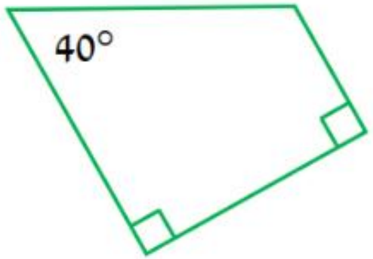


2. בכל מרובע חשבו את הזווית החסרה:

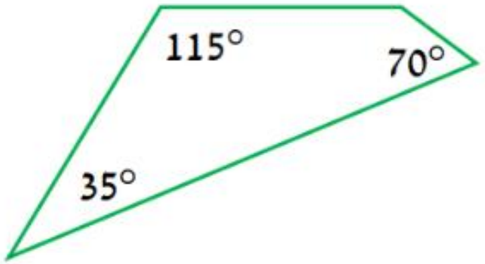
א.

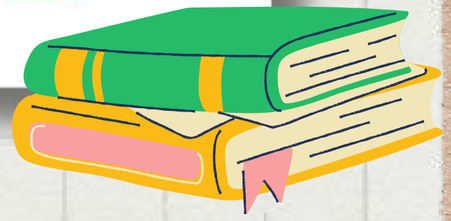


ב.



ג.





2) א. 50°. **ב.** 140°. **ג.** 140°.

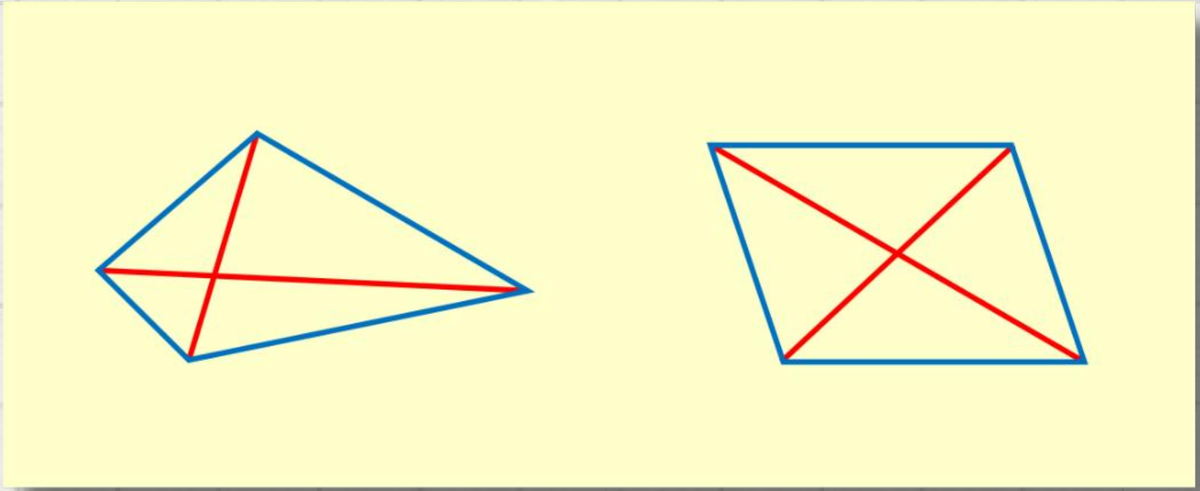


כעת נוכל לפתור את תרגילים 3-8 בעמוד 273.



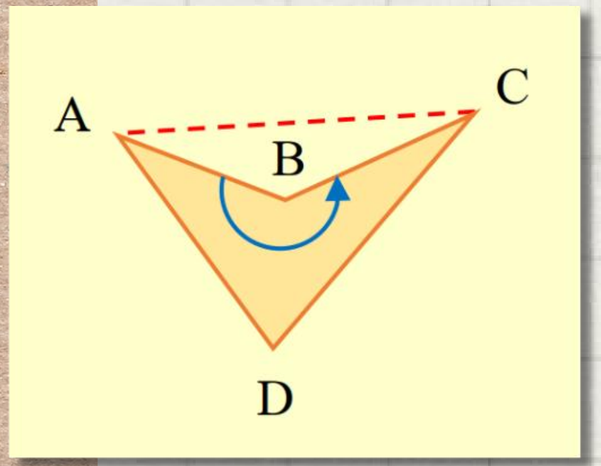
מרובע קמור ומרובע קעור

עד עתה עסקנו רק ב**מרובעים קמורים**.
במרובע קמור שני האלכסונים עוברים **בתוך** המרובע:





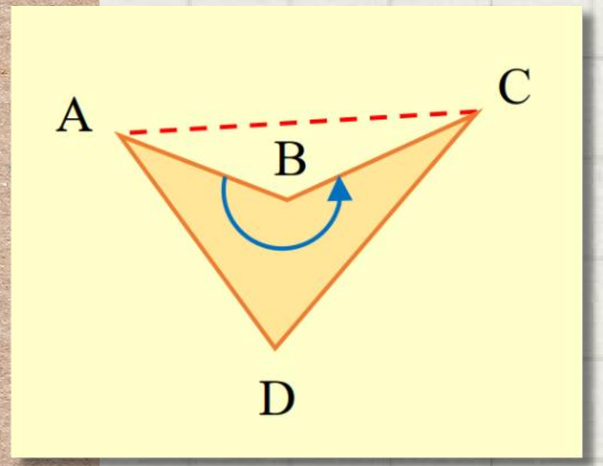
מרובע קמור ומרובע קעור



מרובע קעור הוא מרובע שאחד מאלכסוניו עובר **מחוצה** לו.
לדוגמה, במרובע הקעור ABCD האלכסון AC עובר **מחוץ** למרובע.
במרובע קעור אחת הזוויות גדולה מ-°180 (וקטנה מ-°360).
לדוגמה, הזווית B∢ המסומנת **בתוך** המרובע ABCD.



מרובע קמור ומרובע קעור



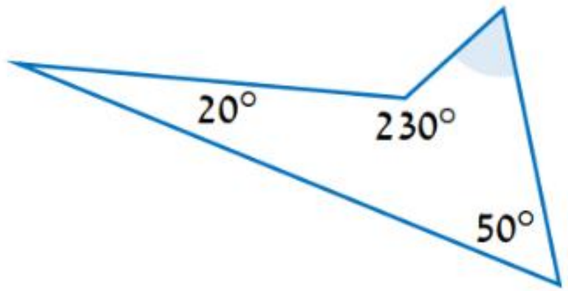
מרובע קעור הוא מרובע שאחד מאלכסוניו עובר **מחוצה** לו.
לדוגמה, במרובע הקעור ABCD האלכסון AC עובר **מחוץ** למרובע.
במרובע קעור אחת הזוויות גדולה מ-°180 (וקטנה מ-°360).
לדוגמה, הזווית ∢B המסומנת **בתוך** המרובע ABCD.

גם במרובע קעור סכום הזוויות הוא °360.
כל מרובע, קמור או קעור, ניתן לחלוקה לשני משולשים על ידי האלכסון. בכל משולש מהשניים סכום הזוויות °180, ולכן סכום הזוויות **בכל מרובע** הוא °360.

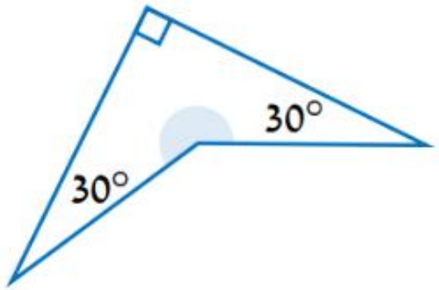


9. בכל מרובע קעור חשבו את גודל הזווית החסרה:

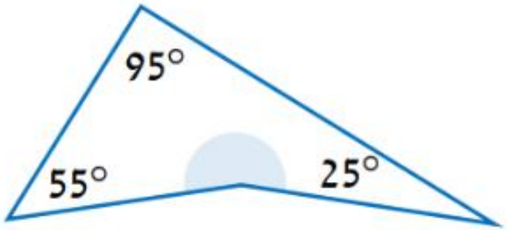
א.

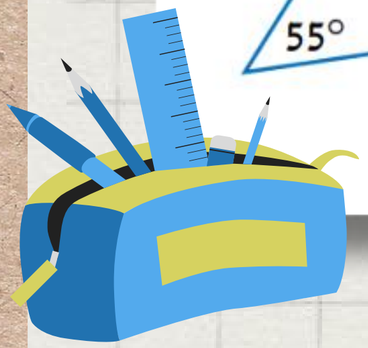


ב.



ג.

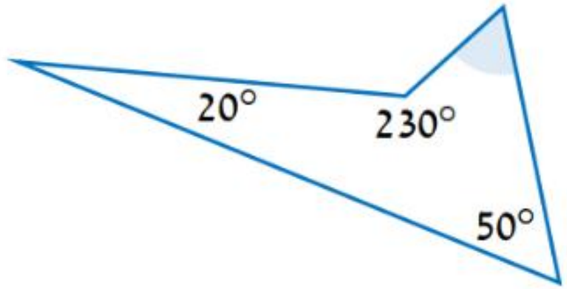




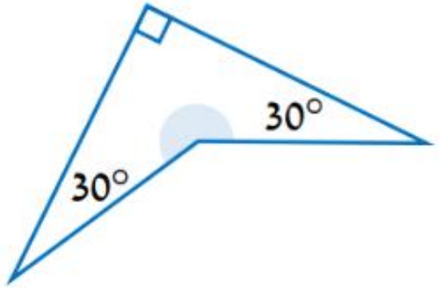


9. בכל מרובע קעור חשבו את גודל הזווית החסרה:

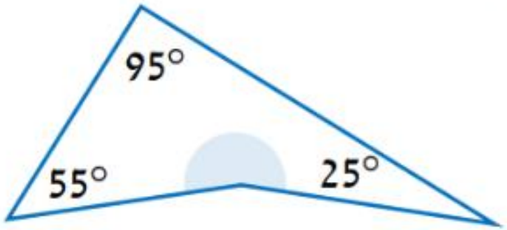
א.

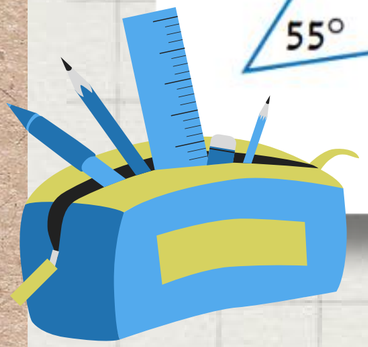


ב.



ג.



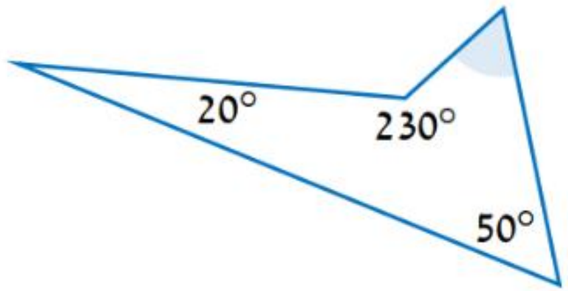


9) א. 60°.

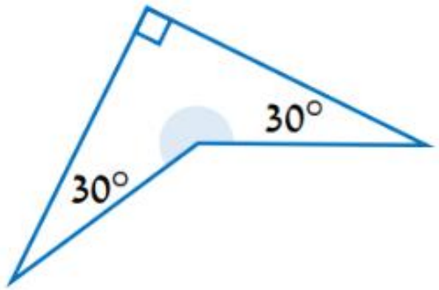


9. בכל מרובע קעור חשבו את גודל הזווית החסרה:

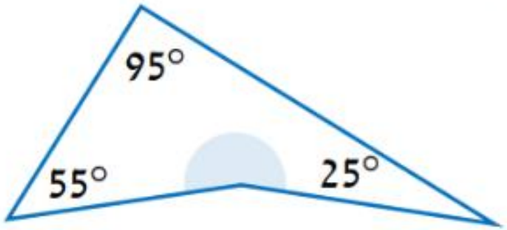
א.

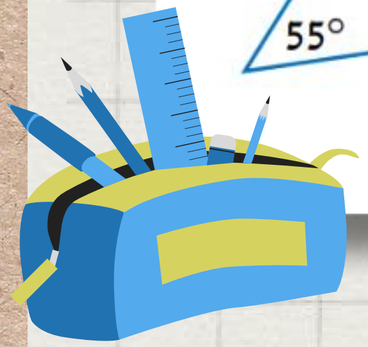


ב.



ג.



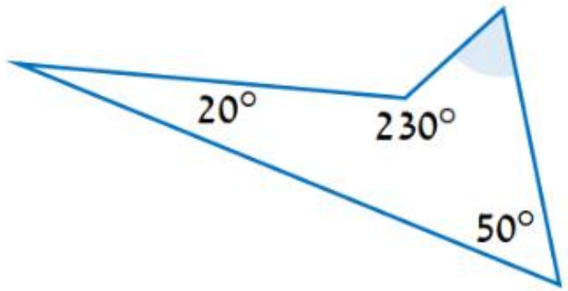


9) א. 60°. **ב.** 210°.

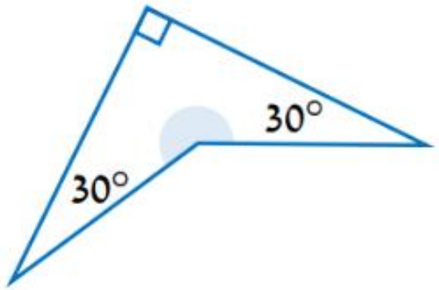


9. בכל מרובע קעור חשבו את גודל הזווית החסרה:

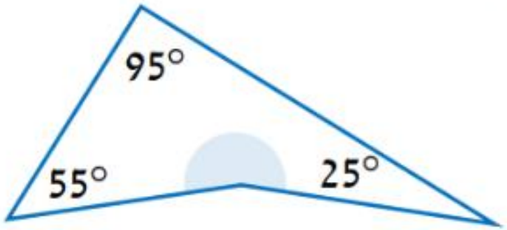
א.

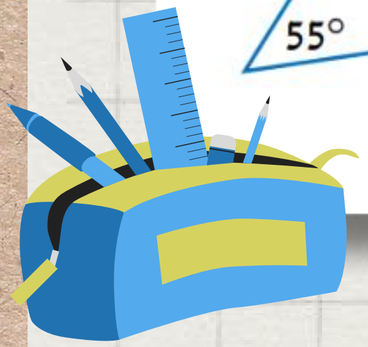


ב.



ג.





9) א. $60°$ **ב.** $210°$ **ג.** $185°$



כעת נוכל לפתור את תרגילים 10-14 בעמודים 275-276.



למרחב ההוראה

לחצו כאן

במרחב ההוראה מאות דפי תרגול, וביניהם חוברות עבודה ומטלות מסכמות בשלוש רמות לכל פרק. המרחב מיועד לצוותי הוראה במוסדות לימוד אשר רכשו את הספר.



למי לפנות?

לשאלות לארכימדס:

במספר 050-9074007 של הוצאת ארכימדס

להזמנות מרוכזות - פונים ל-"יש הפצות":

טלפון 03-5595354 או וואטסאפ 054-7154211