

## שברים אלגבריים

### צמצום שברים אלגבריים

א. צמצם את הביטויים הבאים באמצעות פירוק לגורמים בעזרת הטרינום ונוסחאות הכפל המקוצר:

- |   |  |  |   |
|---|--|--|---|
| $\frac{k^2 + 4k + 4}{3k + 6}$ .4                                  | $\frac{m^2 + 4m}{m^2 + 8m + 16}$ .3                | $\frac{m^2 + m}{m^2 - 1}$ .2                                       | $\frac{a^2 - a}{a - 1}$ .1              |
| $\frac{25 - 10a + a^2}{a^2 - 25}$ .8                              | $\frac{a^2 - 5a + 4}{a^2 - 3a + 2}$ .7             | $\frac{m^2 + 8m - 20}{m^2 - 4m + 4}$ .6                            | $\frac{2b^2 - 72}{b^2 - 7b + 6}$ .5     |
| $\frac{a^3 + 6a^2 + 9a}{a + 3}$ .12                               | $\frac{a^3 - a}{a^2 - 2a + 1}$ .11                 | $\frac{a^2 - 4a - 5}{a^2 + 5a + 4}$ .10                            | $\frac{a^2 - 2a - 3}{a^2 - 3a}$ .9      |
| $\frac{n^2 - 3n - 4}{(n + 1) \cdot (16 - n^2)}$ .16               | $\frac{2k^3 - 2k}{k^2 - 2k + 1}$ .15               | $\frac{k^3 - 6k^2 - 16k}{k^3 - 4k}$ .14                            | $\frac{a^4 - 3a^3 + 2a^2}{a^2 - a}$ .13 |
| $\frac{b^3 - 3b^2 - 70b}{(b^2 - 20b + 100) \cdot (b + 7)}$ (*).19 | $\frac{(x^2 - 4x + 4) \cdot (x + 2)}{4 - x^2}$ .18 | $\frac{(a^2 + 2a) \cdot (a - 1)}{(a - 2) \cdot (a^2 + a - 2)}$ .17 |   |
| $\frac{(b^3 - 1) \cdot (b + 1)}{b^2 - 1}$ (**).22                 | $\frac{n^4 - 1}{(n^2 + n - 2)(n + 1)}$ (*).21      | $\frac{x^3 - x^2 - 2x}{(x - 2) \cdot (x^2 + 2x + 1)}$ (*).20       |   |
|   |  | $\frac{m^3 + 3m^2 + 3m + 1}{(m + 1) \cdot (m^2 - 1)}$ (**).23      |   |

- פתרונות: (1) a . (2)  $\frac{m}{m - 1}$  (3)  $\frac{m}{m + 4}$  (4)  $\frac{k + 2}{3}$  (5)  $\frac{2(b + 6)}{b - 1}$  (6)  $\frac{m + 10}{m - 2}$  (7)  $\frac{a - 4}{a - 2}$  (8)  $\frac{a - 5}{a + 5}$  (9)  $\frac{a + 1}{a}$  (10)  $\frac{a - 5}{a + 4}$  (11)  $\frac{a(a + 1)}{a - 1}$  (12)  $a(a + 3)$  (13)  $a(a - 2)$  (14)  $\frac{k - 8}{k - 2}$  (15)  $\frac{2k(k + 1)}{k - 1}$  (16)  $\frac{1}{n + 4}$  (17)  $\frac{a}{a - 2}$  (18)  $2 - x$  (19)  $\frac{b}{b - 10}$  (20)  $\frac{x}{x + 1}$  (21)  $\frac{n^2 + 1}{n + 2}$  (22)  $b^2 + b + 1$  (23)  $\frac{m + 1}{m - 1}$

ב. צמצם את הביטויים, פתור את המשוואה ובדוק שהפתרון שמצאת כלול בתחום ההצבה של הביטויים:

- |   |   |   |
|---|---|---|
| $\frac{x^2 - 8x + 16}{x - 4} = 2x - 8$ .3                             | $\frac{x^2 + 4x + 4}{x + 2} = 6 - x$ .2                                   | $\frac{x^2 - 25}{x - 5} = 6x$ .1              |
| $\frac{x^2 + 6x - 27}{x + 9} = 2x + 6$ .6                             | $\frac{x^2 + 5x - 50}{x + 10} = 7 - x$ .5                                 | $\frac{x^2 - 6x + 8}{x - 4} = 6$ .4           |
| $x^2 = \frac{x^3 - x^2 - 20x}{x + 4}$ .9                              | $\frac{x^3 - 7x^2 - 8x}{x + 1} = x^2 + 64$ .8                             | $\frac{x^3 + 6x^2 - 16x}{x - 2} = x^2 - 8$ .7 |
| $\frac{x^2 - 6x - 40}{x - 10} - \frac{x^2 + 8x + 15}{x + 3} = x$ .11  | $\frac{x^2 - 5x + 6}{x - 3} + \frac{x^2 - 6x + 8}{x - 2} = x - 4$ .10     |   |
| $\frac{3x^2 + 6x - 45}{x + 5} = \frac{-x^2 + 10x - 21}{x - 7}$ (*).13 | $\frac{x^2 - 10x + 21}{x - 3} + \frac{x^2 + 3x - 28}{x + 7} = -x - 2$ .12 |   |

- פתרונות: (1) x = 1 (2) x = 2 (3) אין פתרון. (4) x = 8 (5) x = 6 (6) אין פתרון. (7) x = -1 (8) x = -8 (9) x = 0 (10) אין פתרון. (11) x = -1 (12) אין פתרון. (13) x = 3

ג. מטלות חשיבה ובעיות מילוליות - צמצום שברים אלגבריים:

$$1. \text{ נתון הביטוי: } \frac{m^2 - 4}{m^2 - 2m}$$

- א. השלם: תחום ההצבה של הביטוי הוא: \_\_\_\_\_.
- ב. צמצם את הביטוי.
- ג. עבור כל היגד, הקף אם הוא נכון או לא נכון:
- עבור כל  $m$  חיובי, יהיה ערך הביטוי הנתון חיובי.
  - כאשר ערך הביטוי הנתון הוא 3 אז  $m = 1$ .
  - כאשר  $m = 2$  אז ערך הביטוי הנתון הוא 2.
- ד. קבע האם יתכן שערך הביטוי הנתון הוא 1. נמק.
- נימוק: \_\_\_\_\_

$$2. \text{ נתון הביטוי: } \frac{b^3 - b^2}{b - 1}$$

- א. השלם: תחום ההצבה של הביטוי הוא: \_\_\_\_\_.
- ב. צמצם את הביטוי.
- ג. עבור כל היגד, הקף אם הוא נכון או לא נכון ונמק מדוע:
- עבור כל ערך של  $b$ , יהיה ערך הביטוי הנתון חיובי.
- נימוק: \_\_\_\_\_
- עבור כל  $b$  חיובי, יהיה ערך הביטוי הנתון חיובי.
- נימוק: \_\_\_\_\_
- עבור כל  $b$  חיובי שאינו שווה ל-1, יהיה ערך הביטוי הנתון חיובי.
- נימוק: \_\_\_\_\_

תשובות:

$$1 \text{ א. } m \neq 0, 2 \text{ ב. } \frac{m+2}{m}$$

- ג. (1) לא נכון. עבור  $m = 2$  החיובי, הביטוי הנתון אינו מוגדר ולכן הביטוי הנתון אינו חיובי.
- (2) נכון. פתרון המשוואה:  $3 = \frac{m+2}{m}$  הוא  $m = 1$ . ערך זה של  $m$  אינו בעייתי מבחינת תחום ההצבה.
- (3) לא נכון. עבור  $m = 2$  הביטוי הנתון אינו מוגדר ולכן לא יתכן שערכו 2.
- ד. לא יתכן. כאשר משווים את הביטוי הנתון ל-1 מתקבלת המשוואה:  $1 = \frac{m^2 - 4}{m^2 - 2m}$  ולאחר צמצום:

$$\frac{m+2}{m} = 2 \text{ פתרון המשוואה } m = 2 \text{ אינו בתחום ההצבה של הביטוי הנתון ולכן לא יתכן.}$$

$$2 \text{ א. } b \neq 1 \text{ ב. } b^2$$

- ג. (1) לא נכון. עבור  $b = 0$  הביטוי הנתון שווה ל-0 ולכן אינו חיובי.
- (2) לא נכון. עבור  $b = 1$  החיובי, הביטוי הנתון אינו מוגדר ולכן אינו חיובי.
- (3) נכון. עבור כל  $b$  חיובי מלבד 1 שאינו בתחום ההצבה, הביטוי  $b^2$  הוא ריבועי ולכן חיובי.