גיאומטריה אוקלידית וגיאומטריה אנליטית במערכת הצירים לכיתה ט'

חוברת תרגול זו של ארכימדס הוכנה בהתאם לדגשים העדכניים של תכנית הלימודים לכיתה ט', וכהכנה לתוכנית הלימודים החדשה בכיתה י'.
החוברת משלבת נושאי גיאומטריה אוקלידית עם גיאומטריה אנליטית במערכת הצירים.

חוברת זו היא תוספת לחוברת **חטיבון ט' (מהדורת 2022)** של הוצאת ארכימדס, אשר הותאמה לדגשים המתעדכנים וכוללת פרק מקיף במיוחד בנושאים קדם אנליזה ופרבולה, אוריינות וקריאת גרפים, שאלות גיאומטריה מדורגות, סעיפי חשיבה ואחרים.

למידע על חטיבון ט': https://bit.ly/3Opz6Qz.
הזמנה מרוכזת בפנייה ל"יש הפצות" באחת מהדרכים הבאות:
- במייל yeshbooks@gmail.com
- באתר https://bit.ly/3FQfqBy
- טלפונית 052-2285566.

להזמנת **ספר הביתה עם שליח**: https://bit.ly/3ndOdNg.

שאלות המשלבות גיאומטריה אוקלידית וגיאומטריה אנליטית במערכת הצירים

משוואת הישר וישרים מקבילים

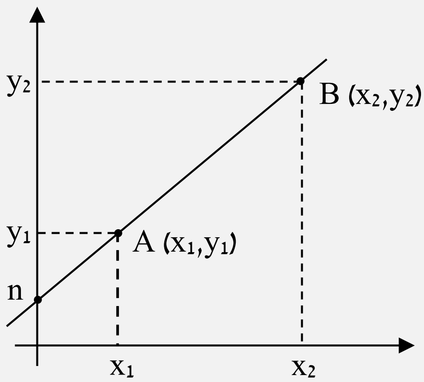
שיפוע הישר העובר דרך הנקודות $A(x_1,y_1)$ ו- $B(x_2,y_2)$

הוא : $m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$.

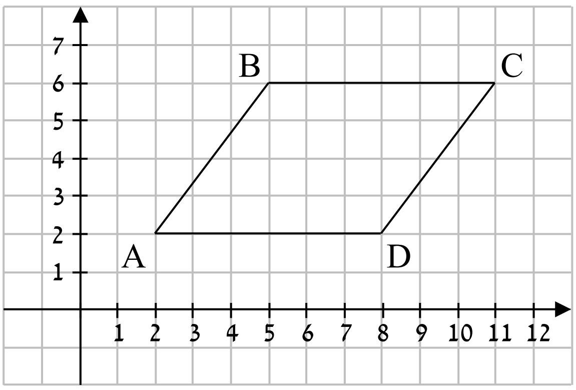
משוואת הישר ששיפועו m אשר חותך את ציר ה-y

בנקודה $(0,n)$ היא : $y=m\cdot x+n$.

כאשר שני ישרים **מקבילים**, שיפועיהם שווים : $m_1=m_2$.



1. לפניכם המרובע ABCD במערכת הצירים.



א. אייל טען :

״אם נחשב את שיפועי הישרים עליהם מונחות הצלעות AB ו- CD, נוכל לבדוק אם הן מקבילות זו לזו״.

האם אייל צודק? הסבירו את תשובתכם.

ב. הראו שמתקיים : $AB||CD$.

ג. כיצד ניתן להסיק שמתקיים $BC||AD$?

ד. איזה סוג מרובע הוא ABCD? הסבירו.

2. בכל סעיף מופיעים קודקודים של מרובע. היעזרו בשיפועי הישרים עליהם מונחות הצלעות וקבעו אם המרובע הוא מקבילית, טרפז או שאינו מקבילית ואינו טרפז.

א. $A(0,-1)$, $B(-2,-1)$, $C(0,2)$, $D(2,2)$

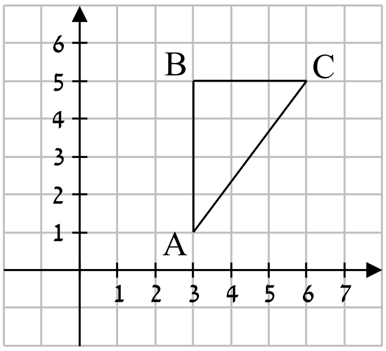
ב. $A(20,20)$, $B(21,22)$, $C(23,21)$, $D(21,20)$

ג. $A(1,2)$, $B(3,-1)$, $C(1,-3)$, $D(-4,-3)$

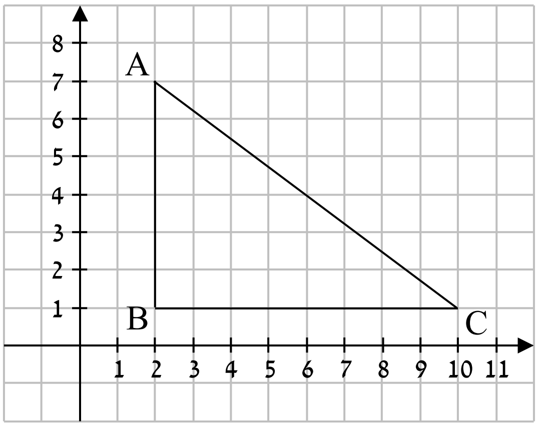
תשובות: 1) א. אייל צודק. אם השיפועים יהיו שווים, הצלעות תהיינה מקבילות. **ג.** ניתן לחשב את שיפועי הישרים BC ו-AD ולראות ששניהם שווים ל-0. כך ניתן להסיק ש- $BC||AD$. **ד.** המרובע ABCD הוא מקבילית. **2) א.** מקבילית. **ב.** אינו מקבילית ואינו טרפז. **ג.** טרפז.

שאלות הכוללות שימוש במשפט פיתגורס לחישוב מרחק בין נקודות

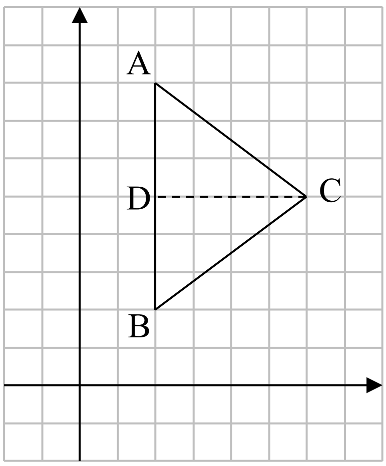
בשאלות הבאות נחשב מרחק בין נקודות ללא שימוש בנוסחה למרחק בין נקודות.



1. לפניכם המשולש ישר הזווית ΔABC.
   א. קבעו איזו מזוויות המשולש היא ישרה. הסבירו.
   ב. חשבו את אורכי הצלעות AB ו-BC.
   ג. נופר טוענת שבעזרת משפט פיתגורס ניתן לחשב את אורך היתר AC. האם נופר צודקת? אם כן, הסבירו מדוע וחשבו את אורך היתר AC. אחרת, הסבירו מדוע היא טועה.
   ד. חשבו את היקף המשולש ΔABC.



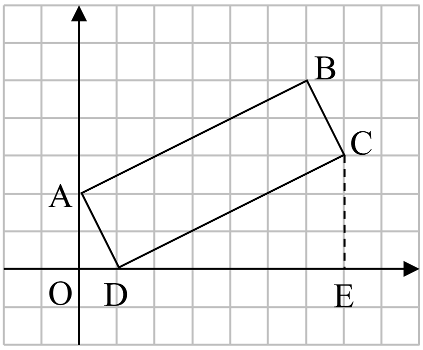
2. לפניכם המשולש ישר הזווית ΔABC.
   א. חשבו את אורכי הניצבים AB ו-BC.
   ב. חשבו את אורכו של היתר AC.
   ג. חשבו את היקף המשולש.
   ד. חשבו את שטח המשולש.



3. לפניכם המשולש ΔABC.
   הנקודה D היא אמצע הצלע AB.
   א. חשבו את אורכי הצלעות במשולש.
   ב. בחרו את התשובה הנכונה.
   המשולש ΔABC הוא משולש:
   i. שווה צלעות. ii. שונה צלעות. iii. שווה שוקיים.
   ג. חשבו את שטח המשולש ΔABC.
   ד. חשבו את היקף המשולש ΔABC.

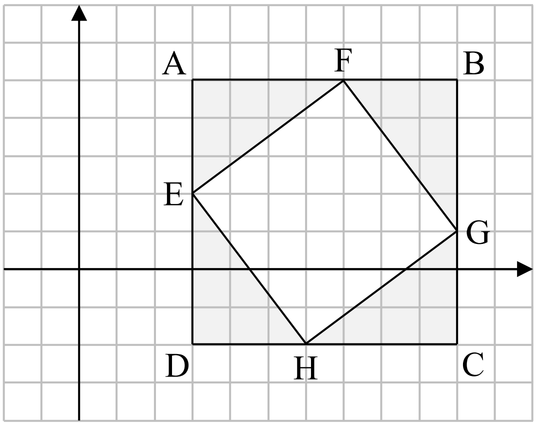
4. בכל סעיף מופיעים קודקודים של משולש ישר זווית.
   מקמו את הקודקודים במערכת הצירים, זהו איזו צלע היא היתר וחשבו את אורכה.
   א. $A(1,3)$, $B(4,3)$, $C(1,7)$ ב. $A(-3,2)$, $B(5,2)$, $C(5,8)$ ג. $A(9,4)$, $B(-3,4)$, $C(9,-1)$

5. לפניכם המלבן ABCD.



א. חשבו את אורך AD. השאירו בתשובה את סימן השורש.
ב. הנקודה E נמצאת על ציר ה-x.
איזה סוג משולש הוא ΔDCE ? הסבירו.
ג. ראשית הצירים בנקודה O. הראו ש : $\Delta ADO \sim \Delta DCE$.
ד. חשבו את אורך CD. השאירו בתשובה את סימן השורש.
ה. חשבו את שטח המלבן.

6. לפניכם המלבן ABCD במערכת הצירים.



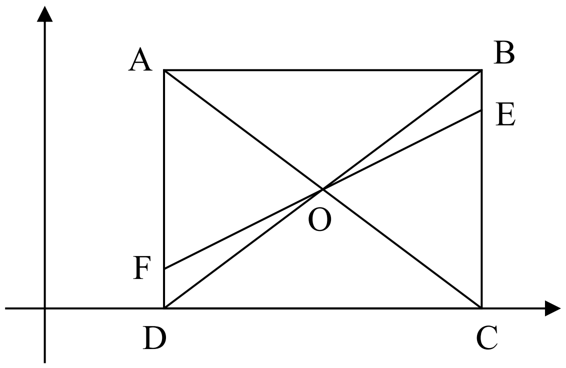
א. מצאו את שיעורי הנקודות E, F, G ו-H.
ב. חשבו את אורך הקטע EF.
ג. אופק טען שארבעת המשולשים האפורים חופפים.
האם לדעתכם הוא צודק? אם כן, הסבירו על איזה משפט חפיפה אופק הסתמך. אם לא, הסבירו מדוע.
ד. היעזרו בסעיף ג׳ וחשבו את אורכי הצלעות במרובע EFGH.
ה. סיוון טענה שהמרובע EFGH הוא מעוין.
האם לדעתכם היא צודקת? הסבירו.
ו. כיצד ניתן לבדוק האם המרובע EFGH הוא ריבוע? בדקו וקבעו אם הוא ריבוע.
ז. חשבו את ההיקף ואת השטח של המרובע EFGH.

תשובות:

1) א. הזווית $\measuredangle B$ ישרה משום הצלעות AB ו-BC מקבילות לצירים ולכן מאונכות זו לזו. **ב.** $AB =$ 4 יח׳ , $BC =$ 3 יח׳ . **ג.** נופר צודקת מכיוון שהמשולש הוא ישר זווית. $AC =$ 5 יח׳ . **ד.** 12 יח׳.

2) א. $AB =$ 6 יח׳ , $BC =$ 8 יח׳ . **ב.** 10 יח׳. **ג.** 24 יח׳. **ד.** 24 יח״ר. **3) א.** $AB =$ 6 יח׳ , $BC =$ 5 יח׳ , $AC =$ 5 יח׳ . **ב.** iii. **ג.** 12 יח״ר. **ד.** 16 יח׳. **4) א.** היתר CB ואורכו 5 יח׳. **ב.** היתר AC ואורכו 10 יח׳. **ג.** היתר BC ואורכו 13 יח׳. **5) א.** $\sqrt{5}$ יח׳. **ב.** זהו משולש ישר זווית, משום שהצלע CE היא אנך לציר ה-x שעליו נמצאת הצלע DE. **ד.** $\sqrt{45}$ יח׳. **ה.** 15 יח״ר. **6) א.** $E(3,2)$, $F(7,5)$, $G(10,1)$, $H(6,-2)$. **ב.** כולן 5 יח׳. **ג.** אופק צודק. הוא הסתמך על משפט החפיפה צ.ז.צ. **ד.** 5 יח׳. **ה.** סיוון צודקת. המרובע הוא מעוין מכיוון שיש לו ארבע צלעות שוות. **ו.** לארבעת המשולשים אותן זוויות : אחת ישרה, אחת שנסמן בתור α ואחת שנסמן בתור $90°-\alpha$. אם נסמן כך שניים מהמשולשים הסמוכים זה לזה, נמצא שאחת מזוויות המרובע EFGH ישרה. מעוין שיש בו זווית ישרה הוא ריבוע. **ז.** ההיקף 20 יח׳, השטח 25 יח״ר.

שאלות שונות המשלבות גיאומטריה אוקלידית וגיאומטריה אנליטית



1. במלבן ABCD הצלע CD נמצאת על ציר ה-x.

הנקודות E ו-F נמצאות בהתאמה על הצלעות BC ו-AD.

הקטע EF עובר דרך מפגש האלכסונים O.

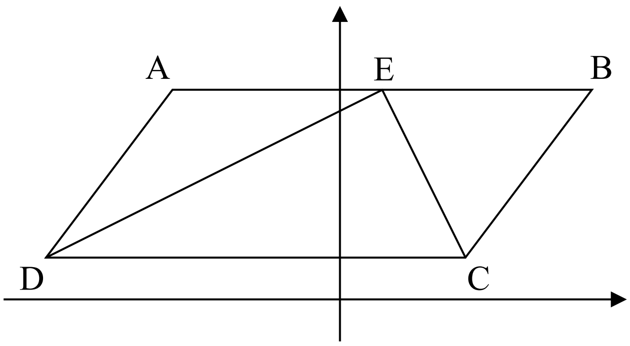
א. הוכיחו: $\Delta BEO \cong \Delta DFO$.

ב. נתון: $E(11,5)$, $CE = 5BE$.

מצאו את שיעורי הקודקודים C ו-B.

ג. נתון: 5 יח' = CO. הוכיחו: $\sphericalangle CEO = \sphericalangle COE$.

ד. נתון: שטח המשולש ΔBEO הוא 2 יח"ר. מצאו את שיעור ה-x של הנקודה O.



2. הנקודה E נמצאת על הצלע AB במקבילית ABCD.

הצלע AB מקבילה לציר ה-x.

נתון: $C(3,1)$, $E(1,5)$, CD = 10.

א. מצאו את שיעורי הקודקוד D.

ב. נתון: $DE \perp CE$.

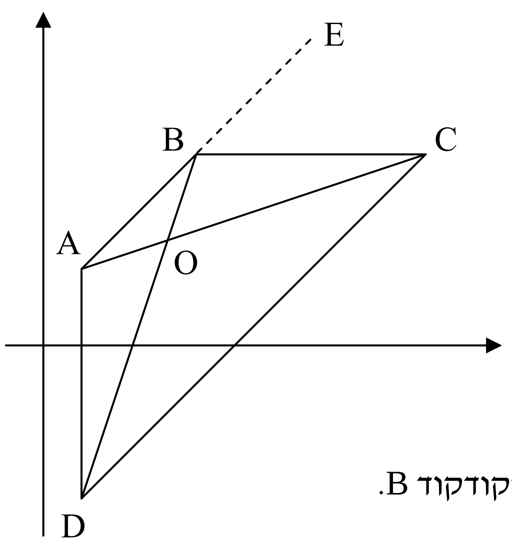
הקטע DE חוצה את הזווית $\sphericalangle ADC$.

הוכיחו: $AD = AE$.

ג. נסמן: $\sphericalangle ADE = \alpha$. הביעו באמצעות α את גודל הזוויות:

1. $\sphericalangle AED$ 2. $\sphericalangle BEC$ 3. $\sphericalangle EBC$

ד. הוכיחו: $BE = BC$.



3. אלכסוני המרובע ABCD נחתכים בנקודה O.

הנקודה E נמצאת על המשך הצלע AB.

נתון: $A(1,2)$, $E(7,8)$, $C(10,5)$, $D(1,-4)$.

א. הראו שמתקיים: $AE \| CD$.

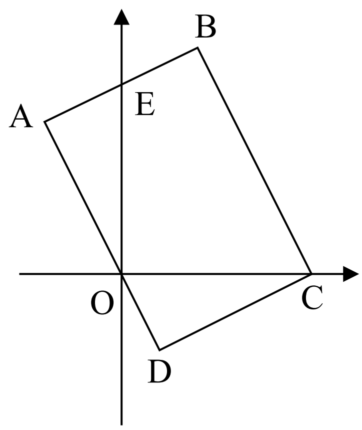
ב. הוכיחו: $\Delta ABO \sim \Delta CDO$.

ג. נתון: $AO = BO$. הוכיחו:

1. $CO = DO$ 2. $AD = BC$

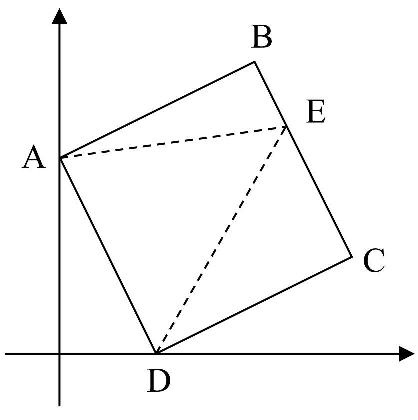
ד. נתון שהצלע BC מקבילה לציר ה-x. מצאו את שיעורי הקודקוד B.

4. במלבן ABCD הצלע AD עוברת דרך ראשית הצירים O.
הצלע AB מונחת על הישר $y = 0.5x + 5$, וחותכת את ציר ה־y בנקודה E.
הקודקוד C נמצא על ציר ה־x.



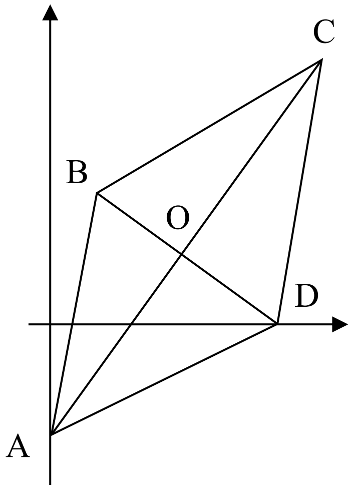
א. מצאו את שיעורי הנקודה E.
ב. הוכיחו : $\sphericalangle AEO = \sphericalangle DOC$.
ג. נתון : $C(5,0)$. הוכיחו : $\Delta AEO \cong \Delta DOC$.
ד. נתון ששיפוע הישר שעליו מונחת הצלע AD הוא 2-. מצאו את :
1. משוואת הישר שעליו מונחת הצלע AD.
2. שיעורי הקודקוד A.
3. שטח המשולש ΔAEO .
ה. שטח המרובע BCOE הוא 20 יח״ר. חשבו את שטח המלבן ABCD.
ו. הנקודה M נמצאת על הצלע BC. חשבו את שטח המשולש ΔAMD .

5. בריבוע ABCD הקודקודים A ו-D נמצאים על הצירים כמתואר
בשרטוט. הצלע AD מונחת על הישר $y = -2x + 6$.

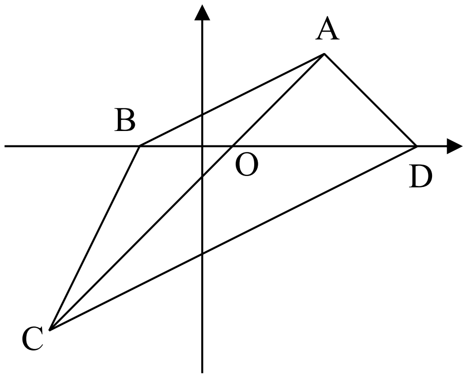


א. מצאו את שיעורי הקודקודים A ו-D.
ב. היעזרו במשפט פיתגורס וחשבו את אורך הצלע AD.
ג. חשבו את שטח הריבוע.
ד. הנקודה E נמצאת על הצלע BC.
חשבו את שטח המשולש ΔADE .

6. אלכסוני המעוין ABCD נחתכים בנקודה O.



א. קבעו האם ארבעת המשולשים המרכיבים את המעוין
חופפים זה לזה. הסבירו את תשובתכם.
ב. נתון ששטח המעוין הוא 100 יח״ר. חשבו את שטח המשולש ΔADO .
ג. נתון : $AO = 2DO$. חשבו את :
1. אורך הקטע AO. 2. היקף המעוין.
ד. נתון : A (0 , -5). שיפוע הישר שעליו מונחת הצלע BC הוא 0.5.
1. מצאו את שיעורי הנקודה D.
2. נתון : O (6 , 3). שיפוע הישר שעליו מונחת הצלע CD הוא 5.5.
מצאו את שיעורי הנקודה B.



7. אלכסוני הטרפז ABCD נחתכים בנקודה O על ציר ה-x.
נתון: $AB \| CD$.
הקודקודים B ו-D נמצאים על ציר ה-x כמתואר בשרטוט.
א. הוכיחו את שוויון השטחים: $S_{\Delta BCD} = S_{\Delta ACD}$.
ב. גאיה טענה שמתקיים: $S_{\Delta BCO} = S_{\Delta ADO}$.
מבלי לבצע חישוב כלשהו, קבעו אם גאיה צודקת. הסבירו.
ג. נתון: $A(4,3)$, $C(-5,-6)$.
אורך האלכסון BD הוא 9 יח׳. חשבו את שטח הטרפז ABCD.

תשובות:

1) ב. $B(11,6)$, $C(11,0)$. **ד.** $x_O = 7$.

2) א. $D(-7,1)$. **ג. 1.** α. **2.** $90° - \alpha$. **3.** 2α.

3) ד. $B(4,5)$.

4) א. $E(0,5)$. **ד. 1.** $y = -2x$. **2.** $A(-2,4)$. **3.** 5 יח״ר. **ה.** 30 יח״ר. **ו.** 15 יח״ר.

5) א. $A(0,6)$, $D(3,0)$. **ב.** $\sqrt{45}$ יח׳. **ג.** 45 יח״ר. **ד.** 22.5 יח״ר.

6) א. ארבעת המשולשים חופפים זה לזה. החפיפה נובעת מכך שצלעות המעוין שוות זו לזו ואלכסוניו מאונכים זה לזה וחוצים זה את זה. **ב.** 25 יח״ר. **ג. 1.** 10 יח׳. **2.** $20\sqrt{5}$ יח׳. **ד) 1.** $D(10,0)$. **2.** $B(2,6)$.

7) ב. גאיה צודקת. בסעיף א׳ הוכחנו שמתקיים שוויון השטחים: $S_{\Delta BCD} = S_{\Delta ACD}$. אם נחסר משני השטחים השווים האלו את שטח המשולש ΔCDO, יתקבלו שני המשולשים המופיעים בסעיף ב׳, והם יהיו שווים. **ג.** 40.5 יח״ר.