

דף עבודה - שאלות גדילה ודעיכה

מה למדנו בפרק זה?

- **בתהליכים מעריכיים** הכמות משתנה בכל יחידת זמן קבועה **פי מספר קבוע** או **באחוז קבוע**.
- הפונקציה המעריכית המתארת תהליכי גדילה ודעיכה היא הפונקציה $f(t) = f(0) \cdot q^t$. בתהליכים אלו **ציר ה'צ מייצג יחידות זמן** כלשהן, ולכן נשתמש באות t המייצגת את הזמן שחלף מתחילת התהליך.
- הביטוי $f(t)$ מייצג את ערך הפונקציה בזמן t .
- הביטוי $f(0)$ מייצג את ערך הפונקציה בזמן $t = 0$.
- האות q היא בסיס הפונקציה המעריכית, והיא מייצגת את קצב הגדילה או הדעיכה המעריכית. בתהליכי **גדילה** מעריכית נעסוק ב- $1 < q$, ובתהליכי **דעיכה** מעריכית נעסוק ב- $0 < q < 1$.
- בתהליכי גדילה מעריכית ככל ש- q גדול יותר, כך קצב הגדילה **מהיר** יותר והגרף "תלול" יותר.
- בתהליכי דעיכה מעריכית ככל ש- q קטן יותר, כך קצב הדעיכה **מהיר** יותר והגרף "תלול" יותר.
- נסמן ב- p את האחוז הקבוע שבו גדל או קטן ערך הפונקציה עבור שינוי ביחידה אחת של t .
- בשאלות **גדילה** מעריכית מתקיים: $q = 1 + \frac{p}{100}$, ובשאלות **דעיכה** מעריכית מתקיים: $q = 1 - \frac{p}{100}$.
- נוכל להציג את הפונקציה המעריכית שבה עסקנו בפרק גם כך: $f(t) = f(0) \cdot (1 \pm \frac{p}{100})^t$.
- '**זמן מחצית החיים**' של חומר רדיואקטיבי הוא משך הזמן החולף עד שמכמות מסוימת של החומר, נותרת רק מחצית.

1. מספר הדגים באגם כלשהו גדל בקצב מעריכי קבוע.

הפונקציה $f(t) = 50,000 \cdot 1.04^t$ מתארת את מספר הדגים באגם לפי שנים.

א. מהם הערכים של $f(0)$ ושל q בפונקציה זו?

ב. בכמה אחוזים גדלה אוכלוסיית הדגים בכל שנה?

חישוב כמויות - שאלות העוסקות בתהליך גדילה מעריכית

2. חיידק מתפצל בכל דקה ל-2 חיידקים עצמאיים.
- א. מהו ערך q המתאים בפונקציה $f(t) = f(0) \cdot q^t$ המתארת את מספר החיידקים לפי דקות?
- ב. בתחילת ניסוי על חיידקים אלו היו בצלחת הניסוי 2,000 חיידקים. כתבו ייצוג אלגברי לפונקציה $f(t)$ המתארת את מספר החיידקים בצלחת לפי דקות החל מתחילת הניסוי.
- ג. חשבו כמה חיידקים יהיו בצלחת: 1. לאחר 8 דקות. 2. לאחר רבע שעה.
3. בעיר מתגוררים כיום 30,000 תושבים. אוכלוסיית העיר גדלה בקצב מעריכי קבוע של 1% בחודש.
- א. מהו ערך $f(0)$ בפונקציה $f(t) = f(0) \cdot q^t$ המתארת את מספר התושבים לפי חודשים החל מהיום?
- ב. מצאו את ערכו של q , וכתבו את הייצוג האלגברי של הפונקציה $f(t)$.
- ג. חשבו כמה תושבים יתגוררו בעיר בעוד: 1. 5 חודשים. 2. 10.5 חודשים. 3. 4 שנים.
- ד. חשבו כמה תושבים התגוררו בעיר לפני: 1. חודשיים. 2. 1.5 חודשים. 3. 2.5 שנים.
4. הציעו תיאור מציאותי **משלכם** של תהליך שהפונקציה המעריכית $f(t) = 5,000 \cdot 1.09^t$ עשויה לתאר.
5. הפונקציה $f(t) = 6,000 \cdot 1.6^t$ מתארת את מספר הארנבים בשמורת טבע כלשהי לפי שנים.
- א. כמה ארנבים היו בשמורת הטבע ברגע שבו החל תהליך הגדילה המעריכי?
- ב. סתיו טענה: "הפונקציה מתארת תהליך גדילה מעריכית בקצב קבוע של 6% בשנה." האם היא צודקת? הסבירו.
- ג. נתונה הפונקציה $g(t) = 20,000 \cdot 1.4^t$ המתארת את מספר השפנים בשמורה לפי שנים. השלימו במחברת: הפונקציה מתארת תהליך גדילה מעריכית בקצב קבוע של ____ אחוזים בשנה.
6. הפונקציה $f(t) = 6,000 \cdot 1.015^t$ מתארת את מספר החולדות בכפר כלשהו לפי חודשים.
- א. אורן טען: "הפונקציה מתארת תהליך גדילה מעריכית בקצב קבוע של 15% בחודש." האם הוא צודק? הסבירו.
- ב. הפונקציה $g(t) = 8,000 \cdot 1.023^t$ מתארת גדילה מעריכית של אוכלוסיית אוגרים לפי חודשים. השלימו במחברת: הפונקציה מתארת תהליך גדילה מעריכית בקצב קבוע של ____ אחוזים בחודש.
- ג. כתבו פונקציה **משלכם** מהסוג $f(t) = f(0) \cdot q^t$ המתארת גדילה מעריכית בקצב חודשי קבוע של:
1. 1.2% 2. 3.4% 3. 0.8%



7. הפונקציה $f(t) = 5,000 \cdot 1.1^t$ מתארת את מספר הארנבים בשמורת טבע, לפי שנים, החל מ־2018.1.1.

הפונקציה $g(t) = 6,000 \cdot 1.08^t$ מתארת את מספר הארנבים ביער, לפי שנים, החל מ־2018.1.1.

א. איזו אוכלוסיית ארנבים, זו שבשמורת הטבע או זו שביער, מתרבה בקצב מהיר יותר? הסבירו.

ב. **ללא חישוב**, קבעו אם בעתיד מספר הארנבים בשמורת הטבע יהיה שווה למספר הארנבים ביער.



8. לפי הערכה, בתחילת שנת 2014 היו בהודו 1,000 טיגריסים.

מאז מספרם גדל בקצב קבוע של 9% בשנה.

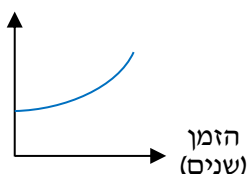
א. כתבו ייצוג אלגברי לפונקציה $f(t) = f(0) \cdot q^t$ המתארת

את מספר הטיגריסים בהודו לפי שנים מאז תחילת שנת 2014.

ב. כמה טיגריסים צפויים להיות בהודו בתחילת שנת 2051?

ג. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(t)$.

מספר האווזים
(במיליונים)



9. לפניכם גרף הפונקציה $f(t) = 2 \cdot 1.07^t$ המתארת את גודל האוכלוסייה

של האווז הקנדי בצפון אמריקה (במיליונים), לפי שנים, החל משנת 2006.

א. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה־y,

והסבירו את משמעותם.

ב. בכמה אחוזים גדלה אוכלוסיית האווז הקנדי מדי שנה?

ג. הציעו פונקציה מעריכית **משלכם** המתארת את גודל האוכלוסייה של בעל חיים אחר ש:

1. בשנת 2006 היה **קטן יותר** מזה של האווז הקנדי, ולאורך השנים הפער **גדל**.

2. בשנת 2006 היה **גדול יותר** מזה של האווז הקנדי, ולאורך השנים הפער **גדל**.

חישוב קצב הגדילה או הדעיכה

10. בתחילת שנת 1980 חיו בארה"ב 226 מיליון תושבים. בתחילת שנת 2024 חיו בה 336 מיליון תושבים. הניחו שאוכלוסייה זו גדלה בקצב מעריכי קבוע, וחשבו בכמה אחוזים בשנה היא גדלה.

11. אלה הפקידה 6,000 ש"ח בתוכנית חיסכון שבה היא מקבלת 3% ריבית בכל שנה.

באותו בוקר מוריה הפקידה 5,000 ש"ח בתוכנית חיסכון אחרת.

כעבור 10 שנים בשתי תוכניות החיסכון הצטבר סכום כסף זהה.

א. קבעו **ללא חישוב** באיזו תוכנית חיסכון הריבית גבוהה יותר. הסבירו.

ב. חשבו כמה אחוז ריבית קיבלה מוריה בכל שנה.

ג. הפונקציות $f(t)$ ו- $g(t)$ מתארות את סכום הכסף שהצטבר (בשקלים)

בתוכניות החיסכון של אלה ושל מוריה בהתאמה, לפי שנים.

1. שרטטו באותה מערכת צירים סקיצות של הגרפים של שתי הפונקציות.

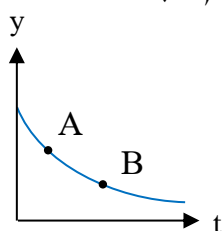
2. הסבירו את המשמעות של אי השוויון: $f(t) < g(t)$, ופתרו אותו **ללא חישוב**.



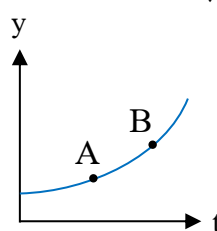
12. לפניכם גרפים של פונקציות המתארות תהליך גדילה מעריכית או דעיכה מעריכית לפי שנים.

היעזרו בשיעורי הנקודות A ו-B שעל הגרפים, ומצאו את אחוז הגדילה או הדעיכה השנתי הקבוע.

ב. A (4, 7800) ו-B (10, 7200)



א. A (3, 600) ו-B (6, 646)



מציאת הזמן

13. המחיר של מכשיר כלשהו יורד בקצב מעריכי קבוע של 3% בשנה. לפני 6 שנים מחירו היה 970 ש"ח. בעוד כמה שנים מהיום יהיה מחירו 380 ש"ח?

14. מחיר הדירה של מיטל גדל ב-3.5% בכל שנה. מחיר הדירה כיום הוא 3 מיליון ש"ח.

א. כתבו ייצוג אלגברי לפונקציה $f(t) = f(0) \cdot q^t$ המתארת את מחיר הדירה (במיליוני ש"ח) לפי שנים החל מהיום.

ב. מיטל מעוניינת למכור את הדירה במועד כלשהו כאשר מחירה יהיה גבוה מ-3.5 מיליון ש"ח.

1. כתבו את איהשוויון שבעזרתו ניתן למצוא את תחום הז' שבמהלכו מיטל תוכל למכור אותה.

2. שרטטו במערכת צירים את הישר $y = 3.5$ ואת גרף הפונקציה $f(t)$, ופתרו את איהשוויון.

ג. אבנר מעוניין לרכוש את הדירה כל עוד מחירה יהיה נמוך מ-4 מיליון ש"ח.

כתבו את איהשוויון שבעזרתו ניתן למצוא את תחום הז' שבו אבנר יהיה מוכן לרכוש את הדירה, ופתרו אותו כפי שפתרתם את איהשוויון בסעיף ב'.

15. מספר תושבי העיר גדל בקצב מעריכי קבוע. מספרם ב-1.1.2012 היה גדול פי 3 ממספרם ב-1.1.2000.

א. מצאו בכמה אחוזים גדל מספר תושבי העיר בכל שנה.

ב. נתון שב-1.1.2000 היו בעיר 70,000 תושבים. כתבו ייצוג אלגברי לפונקציה $f(t) = f(0) \cdot q^t$

המתארת את מספר תושבי העיר לפי שנים מאז ה-1.1.2000.

ג. ראשת העיר החליטה שכאשר יתגוררו בעיר יותר מ-90,000 תושבים, תיבנה בעיר מרפאה נוספת.

1. כתבו את איהשוויון שיאפשר לה לדעת מהו תחום הזמן שבו תידרש בניית מרפאה נוספת.

2. שרטטו באותה מערכת צירים את גרף הפונקציה $f(t)$ ואת הישר $y = 90,000$, ופתרו את

איהשוויון.

גדילה ודעיכה - שאלות מסוגים שונים

16. מספר הזאבים בשמורת טבע גֶדֶל בקצב מעריכי קבוע. בתחילת שנת 1996 נספרו בשמורה 1,700 זאבים. בתחילת שנת 2023 נספרו בשמורה 5,600 זאבים.
- א. חשבו בכמה אחוזים גֶדֶל מספר הזאבים בכל שנה.
- ב. כמה זאבים היו בשמורה בתחילת שנת 2001?
- ג. כתבו ייצוג אלגברי לפונקציה $f(t) = f(0) \cdot q^t$ המתארת את מספר הזאבים בשמורת הטבע מאז תחילת שנת 2001.
- ד. הפונקציה $g(t) = 1,900 \cdot 1.1^t$ מתארת את מספר הנחשים באותה שמורה מאז תחילת שנת 2001. צוות השמורה החליט שכאשר מספר הנחשים יהיה גדול יותר מפי 2 ממספר הזאבים, חלק מהנחשים יועברו לשמורה אחרת. כתבו את איהשוויון שיאפשר לצוות לדעת מהו תחום הזמן שבו יצטרכו להתחיל להעבירם, ופתרו אותו.
17. ב־1.1.2015 הפקידה טליה 4,000 ש"ח בתוכנית חיסכון שבה היא תקבל ריבית שנתית בגובה 4%. באותו יום הפקידה נעמה 6,000 ש"ח בתוכנית חיסכון שבה היא תקבל ריבית שנתית בגובה 3%.
- א. כתבו את הייצוגים האלגבריים של הפונקציות $f(t)$ ו- $g(t)$ המתארות את סכום הכסף בתוכניות החיסכון של טליה ושל נעמה בהתאמה, לפי שנים, החל מה־1.1.2015.
- ב. מצאו את ערך t שעבורו הסכומים בתוכניות החיסכון שלהן יהיו שווים.
- ג. מצאו את ערך t שעבורו הסכום שיצטבר בתוכנית החיסכון של טליה יהיה גדול פי 3 מהסכום שיצטבר בתוכנית החיסכון של נעמה.
18. נתונים החומרים הרדיואקטיביים A ו-B שמשקלם קָטָן בקצב מעריכי קבוע.
- זמן מחצית החיים של חומר A הוא 4 ימים. זמן מחצית החיים של חומר B הוא 6 ימים.
- א. חשבו כמה אחוזים ממשקלו מאבד כל אחד מהחומרים ביום.
- ב. היום הוכנסו לכלי במעבדה 200 גרם מחומר A ו-100 גרם מחומר B.
1. האם משקל החומרים יהיה שווה לפני או אחרי היום ה־14?
2. מצאו במהלך איזה יום המשקל של חומר A יהיה 40% מהמשקל של חומר B.
3. מצאו במהלך איזה יום המשקל של חומר B יהיה גדול ב־50% מהמשקל של חומר A.

19. בשמורת טבע כלשהי הסנאים מתרבים בקצב מעריכי קבוע של 2.5% בשנה.
ב־1.1.09 היו בשמורה 500 סנאים.
א. כמה סנאים היו בשמורה ב־1.1.13?
ב. ב־1.1.13 הובאו משמורה אחרת 200 סנאים נוספים מאותו סוג, שיש להם קצב ריבוי טבעי זהה.
1. כמה סנאים היו בשמורה ב־1.1.18?
2. במהלך איזו שנה מספר הסנאים יהיה לראשונה גדול מ־2,000?
20. מחלה התפשטה בקרב העצים ביער כך שמספר העצים הנגועים גדל בקצב מעריכי קבוע.
בשעה 07:00 היו 181 עצים נגועים. בשעה 12:00 היו 266 עצים נגועים.
א. חשבו כמה עצים היו נגועים בשעה 14:00.
ב. בשעה 14:00 רוסס חומר שהאט את קצב התפשטות המחלה. מרגע זה והלאה גדל מספר העצים הנגועים באחוז שהיה קטן פי 2 מהאחוז שהיה בשעות הראשונות להתפרצות המחלה.
1. מצאו בכמה אחוזים בשעה גדל מספר העצים הנגועים החל מהשעה 14:00.
2. חשבו כמה עצים נגועים היו ביער בשעה 17:00.
21. ב־1.1.1998 היו באגם a מיליון ליטרים של מים. כמות המים החלה לקטון בקצב מעריכי קבוע של 4.5% בשנה. ב־1.1.2009 כמות המים החלה לגדול בקצב מעריכי קבוע של 3% בשנה.
הביעו באמצעות a את כמות המים שהייתה באגם:
א. ב־1.1.2009.
ב. ב־1.1.2018.
22. בעת הקמתו של הכפר בתחילת שנת 1982 חיו בו 5,000 תושבים. במהלך העשור הראשון אוכלוסיית הכפר גדלה בקצב מעריכי קבוע של 4% בשנה. בתחילת שנת 1992 נבנתה תחנת כוח מזהמת באזור, ואז החלה מגמת עזיבה של הכפר. מאז אוכלוסייתו קטנה בקצב מעריכי קבוע של 2% בשנה.
א. כמה תושבים היו בכפר בתחילת:
1. שנת 1992?
2. שנת 2023?
ב. באיזו שנה מספר התושבים בכפר צפוי להיות לראשונה קטן מ־2,000?
ג. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה המתארת את מספר התושבים בכפר מאז תחילת שנת 1982 ועד השנה שמצאתם בסעיף ב'.

23. במדינה כלשהי בשנת 2017 בסיום כל אחד מ-4 החודשים הראשונים של השנה מדד המחירים לצרכן היה 3.5%. בסיום כל אחד משאר 8 חודשי השנה מדד המחירים לצרכן היה שלילי וזהה. במהלך השנה **כולה** סל המוצרים עלה ב-2% בלבד. חשבו מה היה מדד המחירים לצרכן בסיום כל אחד מהחודשים שבהם היה שלילי.



24. לפי הערכות, במהלך המאה ה-20 אוכלוסיית האריות בעולם הצטמצמה ב-60%-80%.
א. בכמה אחוזים הצטמצם מספרם לפי ההערכה הזוהירה ביותר ולפי ההערכה המחמירה ביותר?
ב. הניחו שמספרם קטן בקצב מעריכי קבוע החל משנת 1900, והוא נמשך 100 שנים. בכמה אחוזים בשנה קטן מספרם לפי כל אחת מההערכות?
ג. נסמן ב- a את מספר האריות בעולם כיום. הניחו שמאז שנת 1900 מספר האריות קטן באותו קצב מעריכי קבוע. חשבו תוך כמה שנים מהיום מספר האריות צפוי להיות $0.9a$ לפי כל אחת מההערכות.

25. זמן מחצית החיים של חומר רדיואקטיבי הוא 5 שנים, ומשקלו קטן באחוז קבוע בכל שנה.
א. כעבור כמה שנים יקטן משקל החומר לכדי 45% מהמשקל ההתחלתי?
ב. 450 גרם מחומר זה הונחו בכלי. מה יהיה משקל החומר בכלי כעבור שנה וחצי?

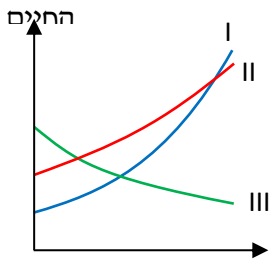
26. ככל שזמן מחצית החיים של חומר רדיואקטיבי גדול יותר, כך הוא נחשב יציב יותר. משקלם של החומרים הרדיואקטיביים A ו-B קטן בקצב מעריכי. במהלך 10 חודשים החומר A מאבד 40% ממשקלו. במהלך 15 חודשים החומר B מאבד 60% ממשקלו. איזה משני החומרים הוא יציב יותר?

27. זמן מחצית החיים של החומר הרדיואקטיבי רדיום הוא 276 שעות, ומשקלו קטן בקצב מעריכי קבוע. חשבו תוך כמה **יממות** גוש רדיום מאבד 30% ממשקלו.

גדילה ודעיכה - שאלות נוספות לסיכום הנושא

28. יונתן רכש דירה ב־a ש"ח. בגלל אירועי פשע באזור, מייד לאחר רכישתה החל ערך הדירה לרדת בקצב מעריכי קבוע. כעבור 8 שנים מהרכישה התברר שהדירה איבדה 37% מערכה המקורי.
- א. חשבו כעבור כמה שנים מרכישתה איבדה הדירה 10% מערכה.
- ב. בשל שדרוג תשתיות השכונה, כעבור 10 שנים מהרכישה החל ערך הדירה לעלות בקצב מעריכי קבוע כך שבכל שנה המחיר עלה באחוז גדול פי 2 מהאחוז שבו המחיר ירד בעשור שלפני. יונתן החליט שברגע שמחיר הדירה יחזור להיות המחיר שבו רכש אותה, הוא ימכור אותה. חשבו תוך כמה שנים לאחר תחילת העלייה במחיר, יונתן צפוי למכור אותה.
- ג. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה המתאר את מחיר הדירה מרכישתה ועד שמחירה חזר להיות באותו השווה.
29. רונן החליט להשקיע את כספו בתוכנית חיסכון שבה קיבל ריבית שנתית קבועה. הוא החליט לחלק את כספו לשני סכומים שווים ולהפקיד סכום אחד בבנק א' וסכום שני בבנק ב'. כעבור 5 שנים היו לו 7,803 ש"ח בתוכנית החיסכון בבנק א' ו־8,610 ש"ח בתוכנית החיסכון בבנק ב'. כעבור שנתיים נוספות, הצטברו לו בתוכנית החיסכון בבנק א' 8,963 ש"ח.
- א. מצאו את הריבית השנתית שרון מקבל בתוכנית החיסכון בבנק א'.
- ב. חשבו מהו סכום הכסף הכולל שרון הפקיד בשתי התוכניות יחד מלכתחילה.
- ג. מצאו את הריבית השנתית שרון מקבל בתוכנית החיסכון בבנק ב'.
30. אלה הפקידה 2,500 ש"ח בתוכנית חיסכון A שבה היא מקבלת ריבית שנתית קבועה כלשהי. כעבור 4 שנים הפקידה 3,200 ש"ח בתוכנית חיסכון B שבה היא מקבלת ריבית שנתית קבועה אחרת. כעבור 4 שנים נוספות ערכה בדיקה ומצאה שבכל אחת מהתוכניות הצטברו לה 4,200 ש"ח.
- א. חשבו את הריבית השנתית שאלה מקבלת בכל אחת מתוכניות החיסכון.
- ב. חשבו כמה כסף יצטבר בשתי התוכניות יחד 5 שנים לאחר הבדיקה שערכה.
- ג. כעבור 13 שנים מההפקדה הראשונה, אלה העבירה את הכסף שהצטבר בתוכנית החיסכון המשתלמת פחות מהשתיים לתוכנית החיסכון המשתלמת יותר. חשבו בתוך כמה שנים מהעברה זו, הסכום הכולל שיצטבר לה בתוכנית החיסכון יהיה לראשונה גדול מ־15,000 ש"ח.

מספר בעלי



31. לפניכם גרפים של 3 פונקציות מעריכיות המתארות את מספר בעלי החיים ב-3 אוכלוסיות שונות במדינה אפריקאית לפי שנים החל מאותה שנה.

הפונקציה המתארת את מספר האריות היא: $f(t) = 500 \cdot 1.1^t$.

הפונקציה המתארת את מספר הג'ירפות היא: $g(t) = 250 \cdot 1.2^t$.

במדינה זו אוכלוסיית הפילים דעכה בקצב מעריכי קבוע לאורך התקופה.

א. התאימו לכל אוכלוסייה של בעלי חיים את הגרף המתאים. הסבירו. (שנים)

ב. כעבור כמה שנים מתחילת הספירה היה מספר האריות והג'ירפות שווה?

ג. כאשר החלה הספירה, מספר הפילים היה גדול פי 3 ממספר הג'ירפות.

כעבור 4 שנים מספר הפילים היה שווה למספר הג'ירפות.

1. חשבו בכמה אחוזים ירד מספר הפילים בכל שנה.

2. כתבו ייצוג אלגברי לפונקציה $h(t)$ המתארת את מספר הפילים לפי שנים.

ד. הממשלה החליטה שכאשר מספר הפילים ירד אל מתחת ל-100, יוקצה תקציב מיוחד לסייע להם.

כעבור כמה שנים מתחילת הספירה תצטרך הממשלה להקצות את התקציב?

תשובות:

(1) א. $f(0) = 50,000$ ו- $q = 1.04$. ב. 4%.

(2) א. $q = 2$. ב. $f(t) = 2,000 \cdot 2^t$. ג. 1. 512,000 חיידקים. 2. 65,536,000 חיידקים.

(3) א. $f(0) = 30,000$. ב. $q = 1.01$; $f(t) = 30,000 \cdot 1.01^t$. ג. 1. 31,530 תושבים. 2. 33,304 תושבים.

3. 48,367 תושבים. ד. 1. 29,409 תושבים. 2. 29,556 תושבים. 3. 22,258 תושבים.

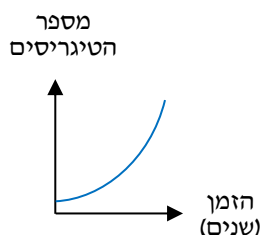
(4) תיאור אפשרי: מספר התושבים בכפר שגדל בקצב מעריכי קבוע של 9% בשנה החל מהשנה שבה מספרם היה 5,000.

(5) א. 6,000 ארנבים. ב. סתיו טועה. הקצב המתואר הוא של 60% בשנה. ג. 40%.

(6) א. אורן טועה. הקצב המתואר הוא של 1.5% בחודש. ב. 2.3.

ג. תשובות אפשריות: 1. $f(t) = 20 \cdot 1.012^t$. 2. $f(t) = 41 \cdot 1.034^t$. 3. $f(t) = 7 \cdot 1.008^t$.

(7) א. בשמורת הטבע. הערך q בפונקציה $f(t)$ הוא הגבוה מהערכים בפונקציות הנתונות ולכן קצב הריבוי של האוכלוסייה שהפונקציה מתארת הוא מהיר יותר. ב. קיימת נקודת זמן בעתיד בה המספרים ישתוו. האוכלוסייה בשמורה קטנה יותר אך קצב הגדילה שלה מהיר יותר, ולכן מספר הארנבים בשמורה בהכרח יעקוף בעתיד את זה שביער.



(8) א. $f(t) = 1,000 \cdot 1.09^t$. ב. 24,254 טיגריסים. ג. משמאל.

(9) א. שיעורי הנקודה הם (2, 0) ומשמעותם היא שבשנת 2006 היו

2 מיליון אווזים קנדיים בצפון אמריקה. ב. 7%.

ג. תשובות אפשריות: 1. $f(t) = 1.5 \cdot 1.05^t$. 2. $f(t) = 3 \cdot 1.08^t$.

(10) 0.91%.

(11) א. בתוכנית של מוריה. מוריה הפקידה פחות כסף בהשוואה לאלה אך כיוון שלאחר

10 שנים הסכומים שווים קצב הגדילה של הכסף שלה בהכרח מהיר יותר. ב. 4.9%.

ג. 1. משמאל. 2. בעזרת איהשוויון נמצא באיזה תחום של t הסכום שהצטבר

בחשבון של מוריה יהיה גדול מזה שבחשבון של אלה. הפתרון: $10 < t$ ומשמעותו

היא שמרגע שחלפו 10 שנים ממועד ההפקדה, הסכום בחשבון של מוריה גבוה

מהסכום בחשבון של אלה.

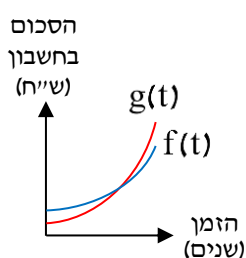
(12) א. גדילה של 2.49%. ב. דעיכה של 1.33.

(13) בעוד 24.77 שנים.

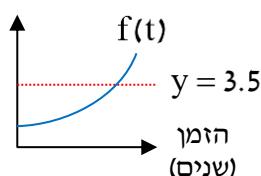
(14) א. $f(t) = 3 \cdot 1.035^t$. ב. 1. $3.5 < 3 \cdot 1.035^t$.

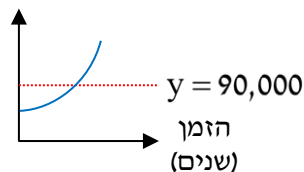
2. משמאל; הפתרון הוא $t < 4.48$.

ג. איהשוויון הוא $3 \cdot 1.035^t < 4$, ופתרונו $t < 8.36$.



המחיר (במיליוני ש"ח)



מספר
התושבים(15) א. 9.59% . ב. $f(t) = 70,000 \cdot 1.0959^t$. ג. $90,000 < 70,000 \cdot 1.0959^t$ 2. משמאל; פתרון אייהשוויון הוא $t < 2.74$ (16) א. 4.51% . ב. 2,120 זאבים . ג. $f(t) = 2,120 \cdot 1.0451^t$ ד. אייהשוויון הוא $2 \cdot 2,120 \cdot 1.0451^t < 1,900 \cdot 1.1^t$, ופתרונו $t < 15.68$ (17) א. $f(t) = 4,000 \cdot 1.04^t$, $g(t) = 6,000 \cdot 1.03^t$. ב. $t = 41.97$. ג. $t = 155.67$

(18) א. חומר A: 15.91%; חומר B: 10.91% . ב. 1. לפני היום ה-14. 2. היום ה-28. 3. היום ה-20.

(19) א. 552 סנאים . ב. 1. 851 סנאים . 2. במהלך שנת 2052.

(20) א. 310 עצים . ב. 1. 4% . 2. 349 עצים.

(21) א. 0.6a מיליון ליטר . ב. 0.78a מיליון ליטר.

(22) א. 1. 7,401 תושבים . 2. 3,956 תושבים . ב. 2056 . ג. משמאל.

(23) מדד המחירים לצרכן ירד ב-1.46%.

(24) א. ההערכה הזהירה ביותר: 60%; ההערכה המחמירה ביותר: 80%.

ב. הערכה זהירה: 0.91%; הערכה מחמירה: 1.6%.

ג. לפי ההערכה הזהירה: 11.53 שנים; לפי ההערכה המחמירה: 6.53 שנים.

(25) א. 5.76 שנים . ב. 365.55 גרם.

(26) חומר A.

(27) 5.93 יממות.

(28) א. כעבור 1.82 שנים . ב. כעבור 5.44 שנים . ג. משמאל למטה.

(29) א. 7.18% . ב. 11,033.74 ש"ח . ג. 9.31%.

(30) א. תוכנית A: 6.7%; תוכנית B: 7.03% . ב. 11,706.61 ש"ח . ג. בתוך 3.65 שנים.

(31) א. גרף III מתאים לאוכלוסיית הפילים כיוון שהוא היחיד שמייצג דעיכה.

גרף II מתאים לאוכלוסיית האריות כיוון שנקודת החיתוך שלו עם ציר

ה'y' גבוהה מנקודת החיתוך של גרף I עם ציר ה'x', זאת בהתאם למספר

האריות $f(0) = 500$ הגבוה ממספר הגירפות $g(0) = 250$ בתחילת הספירה.

גרף I מתאים לאוכלוסיית הגירפות . ב. כעבור 7.97 שנים . ג. 1. 8.82%.

2. $h(t) = 750 \cdot 0.9118^t$. ד. כעבור 21.82 שנים.ערך הדירה
(ש"ח)