

תרגיל מסכם 1 לסיום כיתה י' - גיאומטריה

שטחים, משפט תאלס, משפט חוצה זווית ודמיון משולשים

מורים ותלמידים!

תרגיל זה משלב תרגול במשפטי תאלס וחוצה זווית (הישרים וההפוכים) וחלק ממשפטי הדמיון בתרגיל אחד אינטגרטיבי. בהתאם, התרגיל מרובה סעיפים וארוך מהרגיל, ואינו מיועד להיכלל בבחינה כלשהי, כי אם בעבודה בכיתה או במסגרת שיעורי הבית (ללא שימוש בטריגונומטריה).

במרובע ABCD הנקודות E ו-F נמצאות על הצלעות AD ו-BC בהתאמה. אלכסוני המרובע נחתכים בנקודה G על הישר EF. הישר EF מקביל לצלע AB. נסמן: $AB = 5p$, $BF = 4p$, $AG = m$, $CG = 4m$.

א. הוכח: הישר BD חוצה את הזווית $\angle ABC$.

ב. נתון: שטח המשולש $\triangle ABG$ קטן פי ארבעה משטח המשולש $\triangle ADG$. הוכח: ABCD טרפז.

ג. נתון: שטח הטרפז CDGF גדול ב-46 סמ"ר משטח המשולש $\triangle BGF$.

חשב את שטח המשולש $\triangle CBD$.

ד. חשב את שטח המשולש $\triangle CFG$.

ה. הוכח: $GF = EG$.

ו. חשב את שטח הטרפז ABCD.

ז. נתון: גובה הטרפז קצר ב-3 ס"מ מ-EF.

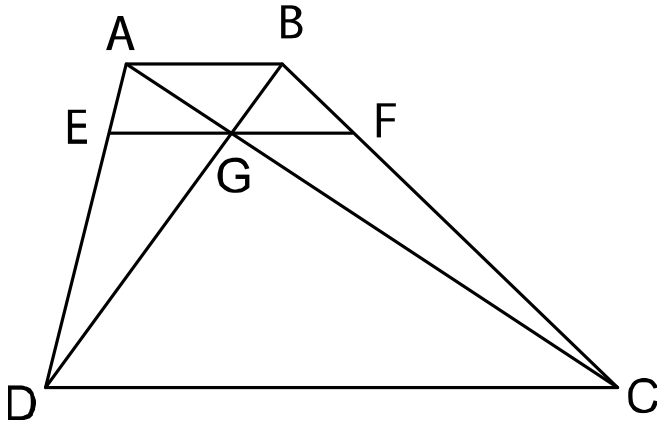
מצא את ערכו של הפרמטר p.

ח. קבע, האם יתכן שנקודת מפגש התיכונים

במשולש $\triangle CBD$ היא על CG? נמק.

ט. קבע, האם יתכן שאלכסוני הטרפז ABCD

מאונכים זה לזה? נמק.



תשובות ונימוקים מקוצרים:

א. נימוק: באמצעות הרחבה א' של משפט תאלס במשולש $\triangle ABC$ ניתן למצוא ש: $BC = 20p$.

באמצעות משפט חוצה זווית הפוך במשולש $\triangle ABC$ מתקבל ש-BG חוצה את הזווית $\angle ABC$.

ב. נימוק: מהנתון נובע שהיחס בין אורכי הקטעים BG ו-DG הוא 4:1. ממשפט תאלס במשולש

ABCD נובע שהצלע CD מקבילה ל-GF. נתון ש: EF מקביל ל-AB ולסיכום מדובר בטרפז.

ג. השטח: 50 סמ"ר. נימוק: באמצעות יחס השטחים בין המשולשים הדומים $\triangle BGF$ ו: $\triangle BDC$.

ד. השטח: 8 סמ"ר. נימוק: היחס 1:4 בין בסיסי המשולשים $\triangle BGF$ ו: $\triangle CGF$.

ה. נימוק: בעזרת הרחבה א' של משפט תאלס במשולשים $\triangle ACD$ ו: $\triangle CBD$.

ו. השטח: 62.5 סמ"ר. נימוק: באמצעות יחסי הבסיסים בין המשולשים המרכיבים את הטרפז.

ז. $p=1$. נימוק: בעזרת סעיף ו', ניתן לבטא את גובה הטרפז באמצעות p ולהשתמש בנתון.

ח. לא. נימוק: CG מחלק את BD ביחס 4:1 ולכן בהכרח אינו תיכון ולא יתכן שמפגש התיכונים עליו.

ט. לא. נימוק: אם היו מאונכים, אז BG היה גובה וגם חוצה זווית במשולש $\triangle ABC$. במקרה כזה

המשולש $\triangle ABC$ חייב להיות שווה שוקיים וזה לא מתאים לאורכים: $AB = 5p$, $BC = 20p$.

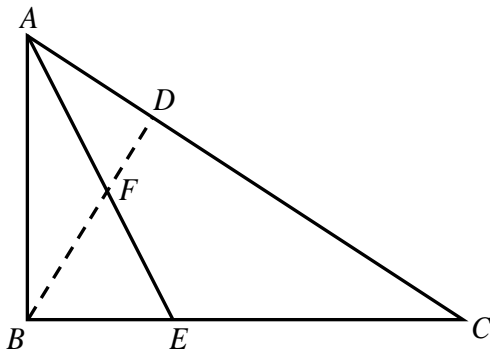
תרגיל מסכם 2 לסיום כיתה י' - גיאומטריה

שטחים, משפט תאלס, משפט חוצה זווית ודמיון בדגש על משפטים הפוכים

מורים ותלמידים!

תרגיל זה משלב את משפטי תאלס וחוצה זווית (הישרים וההפוכים) וחלק ממשפטי הדמיון בתרגיל אחד אינטגרטיבי. בהתאם, תרגיל זה מרובה סעיפים - חלקם סעיפי חשיבה וחלקם סעיפים שמטרתם להזכיר לתלמידים משפטים שבשגרה פחות נתקלים בהם לרבות משפטים הפוכים. לכן, התרגיל ארוך מהרגיל ואינו מיועד להיכלל בבחינה כלשהי, כי אם בעבודת כיתה או עבודת בית (ללא שימוש בטריגונומטריה).

הנקודה E נמצאת על הצלע BC במשולש $\triangle ABC$. נסמן: $AB = 6k, CE = 5k, BE = 3k, AC = 10k$.



- א. הוכח: $AB \perp BC$.
- ב. נתון: מבין כל הנקודות הנמצאות על היתר AC, הנקודה D היא הנקודה הקרובה ביותר לקודקוד B. הישרים BD ו-AE נחתכים בנקודה F. הוכח: $\triangle ADF \sim \triangle ABE$.
- ג. הבע באמצעות k את אורכי הקטעים:
 1. BD (חשב את שטח המשולש $\triangle ABC$ בשתי דרכים).
 2. AD.
- ד. נתון: שטח המשולש $\triangle ABE$ גדול ב-576 סמ"ר משטח המשולש $\triangle ADF$. מצא את ערכו של הפרמטר k.
- ה. מבלי לחשב אורכים נוספים, חשב את היחס: $\frac{AF}{EF}$.

- ו. האם נקודת מפגש התיכונים במשולש $\triangle ABC$ עשויה להיות על אחד הישרים AE או BD. נמק.
- ז. האם ניתן לקבוע איזו מהזוויות $\angle EAC < \angle ECA$ או $\angle ECA < \angle EAC$ גדולה יותר? נמק ובמידה וניתן לקבוע - קבע.
- ח. הנקודה G נמצאת על הקטע CD כך ש: $AG = 1.5CG$. קבע האם הישרים BD ו-GE נחתכים או מקבילים. במידה והם נחתכים, נמק באיזה מאזורי השרטוט נקודת החיתוך. נמק.

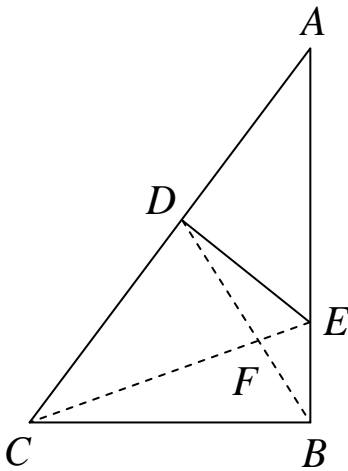
תשובות ונימוקים מקוצרים:

- א. נימוק: משפט פיתגורס הפוך.
- ב. נימוק: מהנתונים במשולש $\triangle ABC$ עולה כי לפי משפט חוצה זווית הפוך, הישר AE הוא חוצה זווית ולכן: $\angle BAE = \angle CAE$. מהנתון נובע ש-BD גובה ל-AC ובהתאם מתקבל הדמיון לפי משפט ז.ז.
- ג. 1. מחישוב השטח באמצעות מחצית **מכפלת הניצבים** ובאמצעות מחצית **מכפלת הגובה בניצב**, מתקבלת התשובה: $BD = 4.8k$.
2. בעזרת משפט פיתגורס במשולש $\triangle ABD$ מתקבלת התשובה: $AE = 3.6k$.
- ד. באמצעות יחס השטחים בין המשולשים הדומים הנתונים בסעיף מתקבל ששטח המשולש $\triangle ABE$ הוא 900 סמ"ר ובהתאם התשובה: $k = 10$.
- ה. מיחס הדמיון שהוכחנו בסעיף ב' מתקבל שיחס היתרים: הוא $\frac{AF}{AE} = \frac{3}{5}$ ולכן: $\frac{AF}{EF} = \frac{3}{2}$.
- ו. לא. מהחישובים ומהנתונים לגבי מיקומי הנקודות E ו-D על הצלעות, ניכר כי התיכונים מהקודקודים A ו-B בהכרח יעברו מימין לישרים הנתונים בסעיף.
- ז. כן. באמצעות משפט פיתגורס במשולש $\triangle ABE$ ניתן לחשב את אורך היתר: $AE = 67.08$ ס"מ.
- ח. כלומר, במשולש $\triangle ACE$ הצלע AE ארוכה מהצלע CE ולכן הזווית $\angle ECA < \angle EAC$ שמול AE גדולה יותר.
- ה. מחישוב היחסים, ניתן להראות כי במשולש $\triangle AEG$ מתקיים משפט תאלס הפוך ולכן הם מקבילים.

תרגיל מסכם 3 לסיום כיתה י' - גיאומטריה (כולל מעגל)

מורים ותלמידים יקרים!

מטרת תרגיל זה היא חזרה על משפטים חשובים בגיאומטריה ופיתוח החשיבה הגיאומטרית.



היקף המשולש $\triangle ABC$ ישר הזווית הוא 96 ס"מ.
נתון: $BC < AB$, $AC = 40$ ס"מ.

- א. חשב את אורכי הניצבים AB ו-BC.
- ב. נתון: $BE = 7$ ס"מ, $AD = 20$ ס"מ. הוכח:
 - 1. $\triangle ADE \sim \triangle ABC$
 - 2. הנקודות BCDE נמצאות על אותו מעגל.
 - 3. $\angle DCE = \angle DBE$
 - 4. $\triangle DEF \sim \triangle CBF$

- ג. קבע האם ניתן לחסום מעגל במרובע BCDE.
- ד. חשב את המרחק בין הנקודה D לבין הקטע CE.
- ה. סמן ב-P את אמצע הקטע CE. חשב את המרחק בין הנקודה P לבין:
 - 1. הנקודה B.
 - 2. הניצב BC.

- ו. נסמן את שטח המשולש $\triangle DEF$ כ-25k. הבע באמצעות k את שטח המשולש $\triangle BCF$.
- ז. קבע האם יתכן שהקטע CE הוא חוצה הזווית $\angle ACB$ במשולש $\triangle ABC$.
- ח. הקטע BG הוא חוצה הזווית $\angle ABC$ במשולש $\triangle ABC$. קבע האם הנקודה G נמצאת על הקטע AD או על הקטע CD.
- ט. חשב את סכום השטחים הכלואים בין המרובע BCDE לבין המעגל החוסם אותו.
- י. חשב את המרחק בין מרכז המעגל החוסם את המשולש $\triangle BCE$ לבין מרכז המעגל החוסם את המשולש $\triangle ADE$.

תשובות:

- א. $AB = 32$ ס"מ, $BC = 24$ ס"מ. ג. לא. ד. 12 ס"מ. ה. 1 (12.5 ס"מ. 2) 3.5 ס"מ.
- ו. $64k$. ז. לא. ח. על הקטע CD. ט. 256.87 סמ"ר. י. 20 ס"מ.

תרגיל מסכם 4 לסיום כיתה י' - חקירת פולינום - סעיפי חשיבה מיוחדים**שימו לב!**

מטרתו של עמוד זה היא תרגול יסודי בסוגים שונים של סעיפי חשיבה המתלווים לחקירת הפונקציה. לאחר חקירת הפונקציה בסעיפים א'-ה' הסטנדרטיים, תופיע סדרה ארוכה של סעיפי חשיבה המתייחסים לחקירה שבוצעה. מרבית הסעיפים נפתרים תוך שימוש והבנה של גרף הפונקציה $f(x)$ שכבר שרטטנו, ואינם דורשים חישובים מורכבים ויוצאי דופן כפי שנראה במבט ראשון.

סעיפי החקירה הבסיסית:

א) חקור את הפונקציה: $f(x) = x^4 - 8x^2 - 9$ לפי הסעיפים הבאים:

1. תחום הגדרה.
 2. נקודות החיתוך עם הצירים.
 3. נקודות הקיצון וסוגן.
- ב) שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

סעיפי חקירה מתקדמים המתייחסים לחקירה שכבר בוצעה:

- ג) מצא עבור אילו ערכי x :
1. מתקיים עבור גרף הפונקציה: $f(x) > 0$.
 2. מתקיים עבור הנגזרת: $f'(x) < 0$.
- ד) מבלי לפתור ישירות את המשוואה, מצא כמה פתרונות יש למשוואה $f(x) = 100$.
- ה) מצא עבור אילו ערכי m , לישר $y = m$ יהיו ארבע נקודות חיתוך עם גרף הפונקציה $f(x)$.
- ו) מצא עבור אילו ערכי k , למשוואה $f(x) = k$ יהיו שלושה פתרונות.
- ז) מצא עבור אילו ערכי p , הישר $y = p$ משיק לגרף הפונקציה $f(x)$.
- ח) מצא עבור אילו ערכי n , הישר $x = n$ חותך את גרף הפונקציה בנקודה הנמצאת על אחד הצירים.

סעיפי חקירה מתקדמים המתייחסים להגדרת פונקציה חדשה:

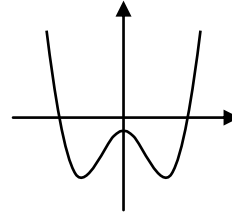
- ט) מגדירים פונקציה חדשה: $g(x) = -f(x)$.
1. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.
 2. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של גרף הפונקציה $g(x)$.
 3. מצא עבור אילו ערכי k , הישר $y = k$ אינו חותך את גרף הפונקציה $g(x)$.
- י) מגדירים פונקציה חדשה: $h(x) = 2 \cdot f(x)$.
1. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $h(x)$.
 2. מצא את משוואת הישר המשיק לגרף הפונקציה $h(x)$ בשתי נקודות שונות.
 3. חשב את שטח המשולש שקודקודיו הם נקודות הקיצון של גרף הפונקציה $h(x)$.
- יא) מגדירים פונקציה חדשה: $p(x) = f(x) + 9$.
1. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $p(x)$.
 2. מצא כמה פתרונות יש למשוואה $p(x) = 0$.
- יב) מגדירים פונקציה חדשה: $n(x) = |f(x)|$.
1. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $n(x)$.
 2. מצא כמה נקודות קיצון יש לגרף הפונקציה $n(x)$.

חקירת פונקציית פולינום - סעיפי חשיבה מיוחדים (פתרונות)

פתרונות:

א. 1. כל x . 2. $(-3,0), (3,0), (0,-9)$. 3. $\min(-2,-25), \max(0,-9), \min(2,-25)$.

ב. השרטוט:



ג. 1. $3 < x$ או $x < -3$. 2. $0 < x < 2$ או $x < -2$.

ד. שניים.

ה. $-25 < m < -9$.

ו. $k = -9$.

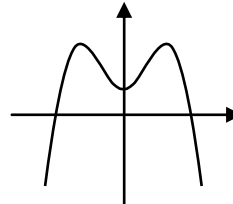
ז. $p = -9, -25$.

ח. $n = -3, 0, 3$.

ט. 1. השרטוט:

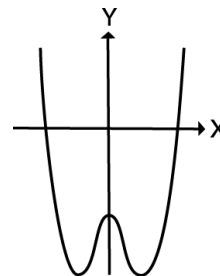
2. $\max(-2,25), \min(0,9), \max(2,25)$.

3. $25 < k$.



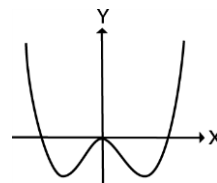
2. $y = -50$. 3. 64 יח"ר.

י. 1. השרטוט:



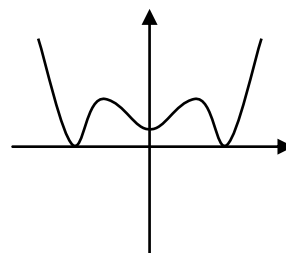
2. שלושה.

יא. 1. השרטוט:



2. חמש.

יב. 1. השרטוט:



תרגיל מסכם 5 לסיום כיתה י' - חקירת פונקציה מורכבת - סעיפי חשיבה מיוחדים**שימו לב!**

מטרתו של עמוד זה היא תרגול יסודי בסוגים שונים של סעיפי חשיבה המתלווים לחקירת הפונקציה. לאחר חקירת הפונקציה בסעיפים א'-ה' הסטנדרטיים, תופיע סדרה ארוכה של סעיפי חשיבה המתייחסים לחקירה שבוצעה. מרבית הסעיפים נפתרים תוך שימוש והבנה של גרף הפונקציה $f(x)$ שכבר שרטטנו, ואינם דורשים חישובים מורכבים ויוצאי דופן כפי שנראה במבט ראשון.

סעיפי החקירה הבסיסית:

א) חקור את הפונקציה: $f(x) = (x^3 - 6x^2 + 9x)^3$ לפי הסעיפים הבאים:

1. תחום הגדרה.
 2. נקודות החיתוך עם הצירים.
 3. נקודות הקיצון וסוגן.
- ב) שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

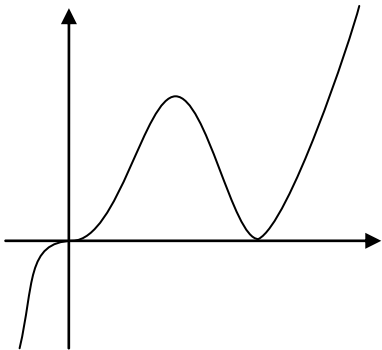
סעיפי חקירה מתקדמים המתייחסים לחקירה שכבר בוצעה:

- ג) מצא עבור אילו ערכי x :
1. מתקיים עבור גרף הפונקציה: $f(x) > 0$.
 2. מתקיים עבור הנגזרת: $f'(x) < 0$.
- ד) מבלי לפתור ישירות את המשוואה, מצא כמה פתרונות יש למשוואה $f(x) = 60$.
- ה) מצא עבור אילו ערכי m יהיו לישר $y = m$ שתי נקודות חיתוך עם גרף הפונקציה $f(x)$.
- ו) מצא עבור אילו ערכי k יהיו למשוואה $f(x) = k$ יהיו שלושה פתרונות.
- ז) מצא עבור אילו ערכי p ישיק הישר $y = p$ לגרף הפונקציה $f(x)$.
- ח) מצא עבור אילו ערכי n חותך הישר $x = n$ את גרף הפונקציה בנקודה הנמצאת על אחד הצירים.

סעיפי חקירה מתקדמים המתייחסים להגדרת פונקציה חדשה:

- ט) מגדירים פונקציה חדשה: $g(x) = -f(x)$
1. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.
 2. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של גרף הפונקציה $g(x)$.
 3. מצא עבור אילו ערכי k , הישר $y = k$ אינו חותך את גרף הפונקציה $g(x)$.
- י) מגדירים פונקציה חדשה: $h(x) = \frac{1}{4} \cdot f(x)$
1. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $h(x)$.
 2. מצא את משוואת הישר העובר דרך נקודות הקיצון של גרף הפונקציה $h(x)$.
- יא) מגדירים פונקציה חדשה: $p(x) = f(x) - 30$
1. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $p(x)$.
 2. מצא כמה פתרונות יש למשוואה: $p(x) = 0$.
- יב) מגדירים פונקציה חדשה: $n(x) = |f(x)|$
1. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $n(x)$.
 2. מצא כמה נקודות קיצון יש לגרף הפונקציה $n(x)$.

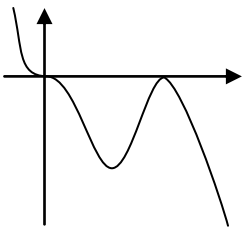
חקירת פונקציה מורכבת - סעיפי חשיבה מיוחדים (פתרונות)



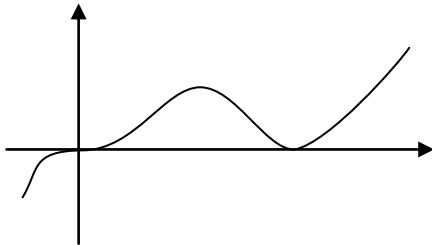
- א. 1 כל x . (2) $(0,0)$, $(3,0)$. (3) $Max(1,64)$, $Min(3,0)$.
 ב. השרטוט משמאל.

- ג. 1 $3 < x$ או $0 < x < 3$ (2) $1 < x < 3$.
 ד. שלושה.
 ה. $m = 0,64$.
 ו. $0 < k < 64$.
 ז. $p = 0,64$.
 ח. $n = 0,3$.

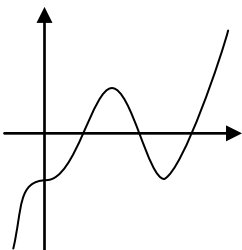
סעיפי חקירה מתקדמים המתייחסים להגדרת פונקציה חדשה:



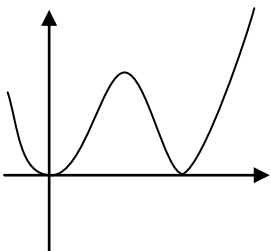
- ט. 1 השרטוט משמאל.
 2) $Min(1, -64)$, $Max(3, 0)$.
 3) אף k .



- י. 1 השרטוט משמאל.
 2) $y = -8x + 24$.



- יא. 1 השרטוט משמאל.
 2) שלושה.



- יב. 1 השרטוט משמאל:
 2) שלוש.

תרגיל מסכם 6 לסיום כיתה י' - חקירת פונקציה רציונאלית - סעיפי חשיבה מיוחדים**מורים ותלמידים יקרים!**

מטרת תרגיל זה היא תרגול יסודי של סעיפי חשיבה מסוגים שונים המתלווים לחקירת פונקציה. התרגיל אינו מדמה תרגיל מבחן, אך הוא הזדמנות להעמיק, לחשוב ולהרחיב את יכולת הניתוח הגרפי של התלמיד. לאחר ביצוע חקירה סטנדרטית בסעיפים א'-ב', מופיעה סדרת סעיפי חשיבה המתייחסים לחקירה שבוצעה. **מרבית הסעיפים נפתרים תוך שימוש והבנת גרף הפונקציה $f(x)$ שכבר שורטט ואינם דורשים חישובים מורכבים ויוצאי דופן.** מומלץ להקצות לפתרון של תרגיל זה שני שיעורים רצופים!

שתיים מהאסימפטוטות של הפונקציה: $f(x) = a + \frac{2x^2 - x - 62}{b - x^2}$ נחתכות בנקודה $(6,0)$.

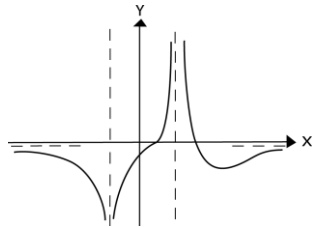
- א. מצא את ערכם של הפרמטרים a ו- b .
- ב. עבור גרף הפונקציה $f(x)$ מצא את:
 1. תחום ההגדרה של הפונקציה.
 2. נקודות החיתוך עם הצירים.
 3. נקודות הקיצון של הפונקציה ואת סוגן.
 4. תחומי העליה והירידה.
 5. האסימפטוטות המקבילות לצירים.
- ג. שרטט את גרף הפונקציה $f(x)$.
- ד. שרטט את גרף הנגזרת $f'(x)$.
- ה. מצא באילו תחומים מתקיים: $f(x) \cdot f'(x) < 0$.
- ו. מצא עבור אילו ערכי k , הישר $y = k$ חותך את גרף הפונקציה $f(x)$ בשתי נקודות.
 1. למשוואה: $f(x) = -2$.
 2. למשוואה: $f^2(x) = 1$.
- ז. מצא עבור אילו ערכי p , למשוואה: $f(x) = p$ יש פתרון אחד.
- ט. מגדירים פונקציה חדשה: $j(x) = 8 \cdot f(x)$. מצא את משוואת הישר העובר דרך נקודת המינימום של גרף הפונקציה $j(x)$ ודרך נקודת החיתוך של הגרף עם ציר ה- x .
- י. מגדירים פונקציה חדשה: $g(x) = |f(x)|$.
 1. מבלי לבצע חקירה, שרטט את גרף הפונקציה $g(x)$.
 2. מצא את נקודות הקיצון של גרף הפונקציה ואת סוגן.
 3. מצא בכמה נקודות הנגזרת $g'(x)$ מתאפסת.
- יא. מגדירים פונקציה: $p(x) = f(x) + n$. מצא עבור אילו ערכי n , גרף $p(x)$ משיק לציר ה- x .
 1. מבלי לבצע חקירה נוספת, שרטט את גרף הפונקציה $h(x)$.
 2. חשב את שטח המלבן הכלוא בין הישר המשיק לגרף הפונקציה $h(x)$ בנקודת המקסימום שלה, לבין שלוש האסימפטוטות של גרף הפונקציה.
 3. מצא עבור אילו ערכי m , הישר $x = m$ אינו חותך את גרף הפונקציה המקורית $f(x)$.

התשובות לכל הסעיפים בעמוד הבא

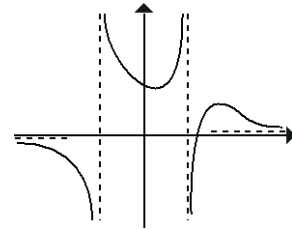
פתרונות:

א) $b = 36, a = 2$

- ב) 1. $x \neq \pm 6$ 2. $(0, 0.27), (10, 0)$ 3. $\min(2, 0.25), \max(18, 0.027)$
 4. עולה: $6 < x < 18$ או $2 < x < 6$; יורדת: $x > 18$ או $-6 < x < 2$ או $x < -6$
 5. $x = -6, x = 6, y = 0$



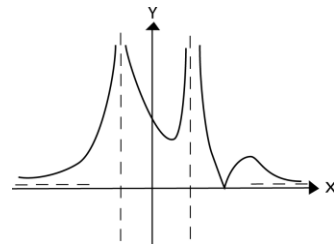
(ד)



(ג)

- ה) $18 < x$ או $6 < x < 10$ או $-6 < x < 2$
 ו) $0.25 < k$ או $0 < k < 0.027$ או $k < 0$
 ז) 1. שניים. 2. ארבעה.
 ח) $p = 0, 0.027, 0.25$
 ט) $y = -0.25x + 2.5$

1. (ו) 2. $\text{Min}(2, 0.25), \text{Min}(10, 0), \text{Max}(18, 0.02)$ 3. שתיים.

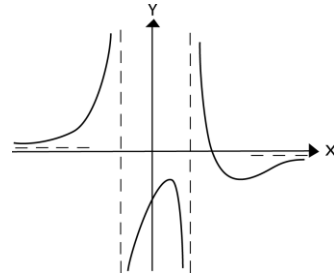


(ז)

יא) $n = -0.027, -0.25$

2. 3 יח"ר.

יב) 1.



יג) $m = -6, 6$

תרגיל מסכם 7 לסיום כיתה י' - תרגילים הפוכים בפונקציית מנה

מטרתם של תרגילים הפוכים היא להעמיק את יכולת החשיבה בנושאים מסוימים, כאשר הם "מחליפים מקומות" עם הכותב ונדרשים לעבודה של "מאחורי הקלעים".
 כמובן שתרגילים מסוג זה אינם מדמים תרגילי מבחן אלא נדבך נוסף בתרגול לקראת הבחינות. התשובות המוצעות הם תשובות אפשריות מתוך אינספור תשובות שניתן להציע.

הרכיבו פונקציית מנה שיש לה:

אסימפטוטות אנכיות:

1. אסימפטוטה אחת בלבד והיא אנכית.
2. אסימפטוטה אחת בלבד והיא $x = 7$.
3. שתי אסימפטוטות בלבד ושתייהן אנכיות.
4. שתי אסימפטוטות בלבד ושתייהן אנכיות הנמצאות מצדדים שונים של ציר ה-y.

אסימפטוטות אופקיות:

5. אסימפטוטה אחת בלבד והיא אופקית.
6. אסימפטוטה אחת בלבד והיא $y = 3$.
7. אסימפטוטה אחת בלבד והיא אופקית החותכת את ציר ה-y מעל ראשית הצירים.
8. אסימפטוטה אחת בלבד והיא $y = m$.

אסימפטוטות אופקיות ואנכיות:

9. אסימפטוטה אופקית ואסימפטוטה אנכית.
10. אסימפטוטה אופקית ואסימפטוטה אנכית, כאשר האסימפטוטות הן שני הצירים.
11. אסימפטוטה אופקית ואסימפטוטה אנכית הנחתכות זו עם זו בנקודה $(-6, -4)$.
12. אסימפטוטה אופקית ואסימפטוטה אנכית הנחתכות זו עם זו ברביע הראשון.
13. אסימפטוטה אופקית ואסימפטוטה אנכית הנחתכות זו עם זו ברביע השלישי.

נקודות חיתוך עם הצירים:

14. נקודת חיתוך אחת עם ציר ה-x ונקודת חיתוך אחת עם ציר ה-y.
15. נקודת חיתוך אחת עם ציר ה-x אך אין נקודת חיתוך עם ציר ה-y.
16. נקודת חיתוך אחת עם ציר ה-y אך אין נקודת חיתוך עם ציר ה-x.
17. נקודת חיתוך אחת עם שני הצירים בראשית.
18. שתי נקודות חיתוך עם ציר ה-x שהמרחק ביניהן הוא 9 יח' אורך.

(תשובות אפשריות בעמוד הבא)

תשובות אפשריות:**אסימפטוטות אנכיות:**

$$f(x) = \frac{x^4}{(x+4)(x-2)} \cdot 4 \quad f(x) = \frac{x^3+2}{(x-1)(x-2)} \cdot 3 \quad f(x) = \frac{x^5}{x-7} \cdot 2 \quad f(x) = \frac{x^2}{x-3} \cdot 1$$

אסימפטוטות אופקיות:

$$f(x) = \frac{mx^8}{x^8+100} \cdot 8 \quad f(x) = \frac{8x^2}{x^2+11} \cdot 7 \quad f(x) = \frac{3x^4}{x^4+3} \cdot 6 \quad f(x) = \frac{x^2}{x^2+3} \cdot 5$$

אסימפטוטות אופקיות ואנכיות:

$$f(x) = \frac{x}{x-2} \cdot 12 \quad f(x) = \frac{-6x+5}{x-4} \cdot 11 \quad f(x) = \frac{2}{x} \cdot 10 \quad f(x) = \frac{4x}{x+3} \cdot 9$$

$$f(x) = \frac{-2x+4}{x+5} \cdot 13$$

נקודות חיתוך עם הצירים:

$$f(x) = \frac{x}{x+1} \cdot 17 \quad f(x) = \frac{x^2+1}{x+1} \cdot 16 \quad f(x) = \frac{x+6}{x} \cdot 15 \quad f(x) = \frac{x-4}{x-1} \cdot 14$$

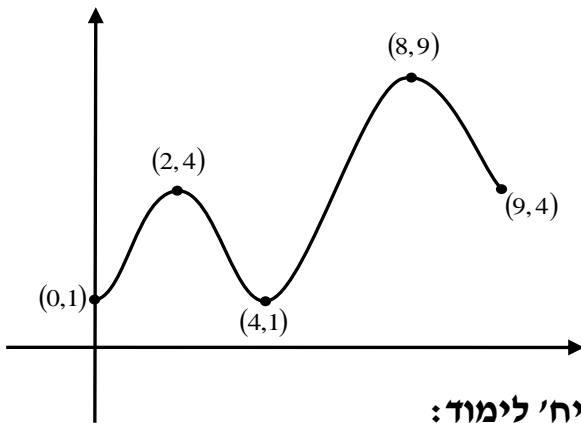
$$f(x) = \frac{(x-1)(x-10)}{x^2} \cdot 18$$

תרגיל מסכם 8 לסיום כיתה י' - חקירת גרף פונקציה ללא פונקציה נתונה (1)

מורים ותלמידים!

מטרת תרגיל זה היא תרגול מעמיק של סעיפי חשיבה שונים המתלווים לחקירת פונקציה. התרגיל אינו מדמה תרגיל מבחן, אך הוא הזדמנות "לצלול" למעמקי סעיפי החשיבה ולהרחיב את יכולת הניתוח הגרפי של התלמיד. התרגיל אינו כולל את החקירה הסטנדרטית עצמה, כי אם מספק לתלמיד גרף מוכן, שעליו יבוצעו שינויים וטרנספורמציות שונות. זאת, כדי לשפר את יכולתם של התלמידים להתמודד עם מורכבות גרפית לקראת הבחינות.

כל הסעיפים נפתרים תוך שימוש והבנה של גרף הפונקציה $f(x)$ הנתון, ואינם דורשים חישובים מורכבים. מומלץ להקצות לפתרון של תרגיל זה שני שיעורים רצופים!



נתון גרף הפונקציה $f(x)$ בתחום $0 \leq x \leq 9$. בסעיפים הבאים יש לשרטט את הסקיצות המבוקשות רק בתחום $0 \leq x \leq 9$, אלא אם מצוין אחרת. ככל שניתן, ציינו ליד נקודות קיצון ונקודות החיתוך עם הצירים, את השיעורים של אותן נקודות (בדומה לאופן שבו שיעורי הנקודות מופיעים בגרף הנתון).

השאלות הבאות מיועדות לתלמידים בהקבצות 4 ו-5 יח' לימוד:

1. מצא עבור אילו ערכי n , הישר $y = n$ אינו חותך את גרף הפונקציה $f(x)$.
2. מצא כמה פתרונות יש למשוואה: $f(x) = 6$.
3. שרטט סקיצה של גרף הנגזרת $f'(x)$ בהינתן שהוא עובר בראשית הצירים. הקפד על רישום שיעורי הנקודות.
4. מגדירים פונקציה חדשה: $h(x) = f(x) + 6$.
 - א. שרטט את גרף הפונקציה $h(x)$. הקפד על רישום שיעורי הנקודות.
 - ב. מצא עבור אילו ערכי k , הישר $y = k$ חותך את גרף הפונקציה $h(x)$ בשלוש נקודות בלבד.
5. מגדירים פונקציה חדשה: $g(x) = f(x) - 1$.
 - א. שרטט את גרף הפונקציה $g(x)$. הקפד על רישום שיעורי הנקודות.
 - ב. מצא עבור אילו ערכי p , למשוואה $g(x) = p$ יש רק שני פתרונות.
6. מגדירים פונקציה חדשה: $k(x) = 2 \cdot f(x)$. שרטט את גרף הפונקציה $k(x)$.
7. מגדירים פונקציה חדשה: $d(x) = -f(x)$.
 - א. שרטט את גרף הפונקציה $d(x)$. הקפד על רישום שיעורי הנקודות.
 - ב. מצא באילו תחומים בגרף זה, הנגזרת $d'(x)$ והפונקציה $d(x)$ שתיהן שליליות.
 - ג. דרך נקודות המינימום והמקסימום המוחלטים של גרף $d(x)$ מעבירים ישרים המאונכים לציר ה- y . מצא את המרחק בין הישרים האלו.
8. מגדירים פונקציה חדשה: $z(x) = \sqrt{f(x)}$.
 - א. שרטט את גרף הפונקציה $z(x)$. הקפד על רישום שיעורי הנקודות.
 - ב. חשב את שטח המשולש, שקודקודיו הם שלוש נקודות הקיצון המוחלט של גרף הפונקציה $z(x)$.

(המשך הסעיפים בעמוד הבא)

9. נתון שהפונקציה $f(x)$ היא זוגית.
- א. שרטט את גרף $f(x)$ בתחום $-9 \leq x \leq 9$.
- ב. מצא עבור אילו ערכי k , הישר $y = k$ חותך את גרף הפונקציה $f(x)$ בפחות משש נקודות.
- ג. מחברים את נקודות הקיצון המוחלט בגרף הפונקציה שמצאת. חשב את שטח הצורה המתקבלת.

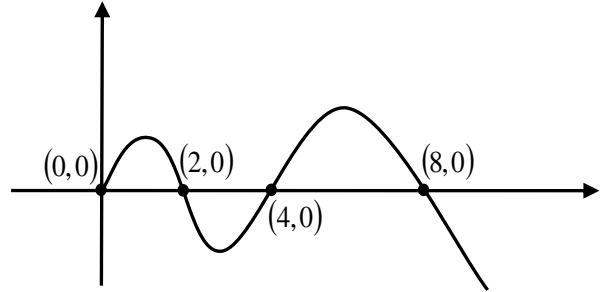
10. הגדירו פונקציה חדשה: $p(x) = |f'(x)|$.
- א. היעזר בסעיף 3 ושרטט את גרף הפונקציה $p(x)$. הקפד על רישום שיעורי הנקודות.
- ב. מצא כמה נקודות קיצון (לא כולל בקצה התחום) יש לגרף הפונקציה $p(x)$.

11. (*) הגדירו פונקציה חדשה: $r(x) = \frac{1}{f(x)}$.
- שרטט את גרף הפונקציה $r(x)$. הקפד על רישום שיעורי הנקודות.

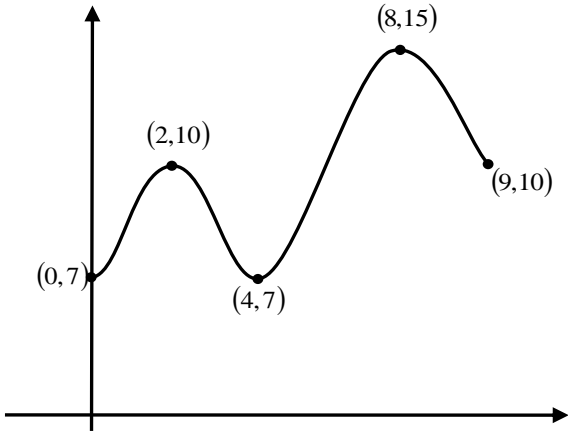
פתרונות:

1. $n < 9$ או $n < 1$. 2. שני פתרונות.

3. גרף הנגזרת $f'(x)$:

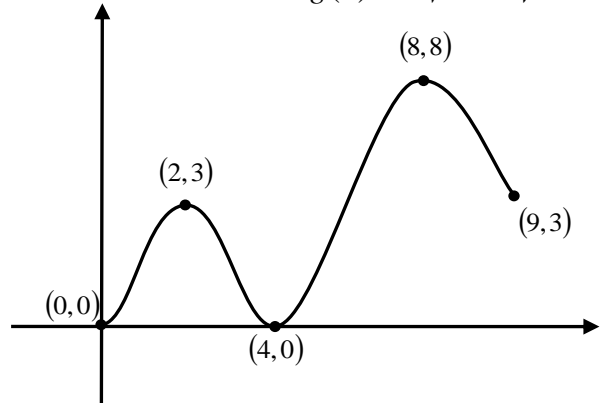


4. א. גרף הפונקציה $h(x)$: ב. $7 < k \leq 10$.



ב. $3 < p < 8$ או $p = 0$.

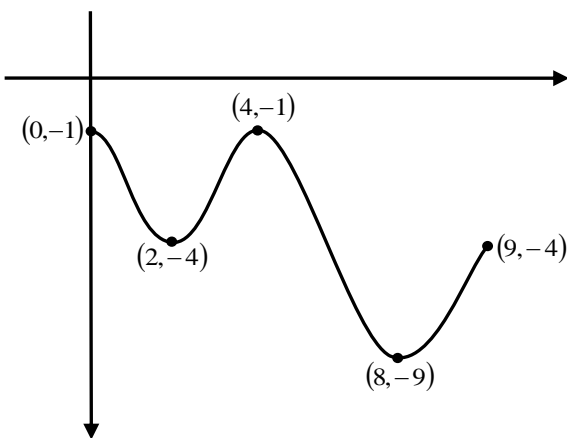
5. א. גרף הפונקציה $g(x)$:



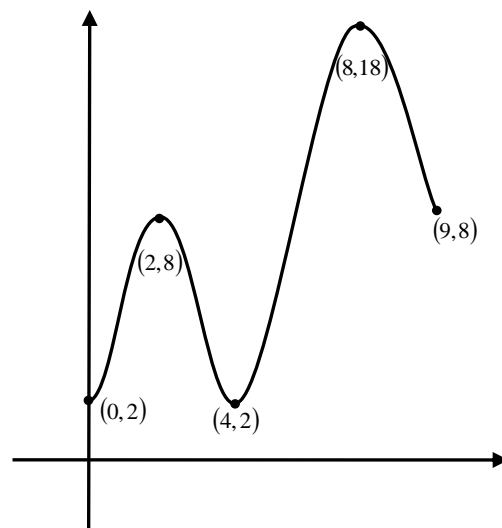
7. א. גרף הפונקציה $d(x)$ למטה.

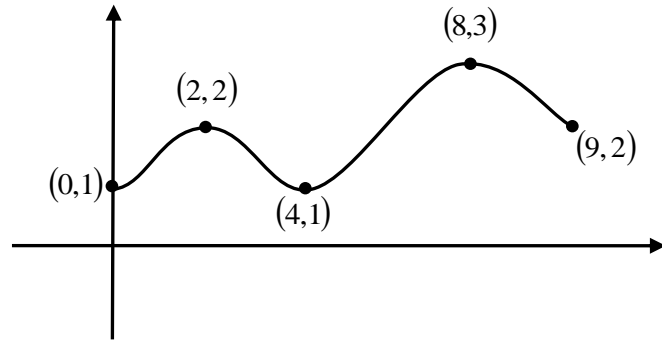
ב. $0 < x < 2$ או $4 < x < 8$.

ג. 8 יח' אורך.

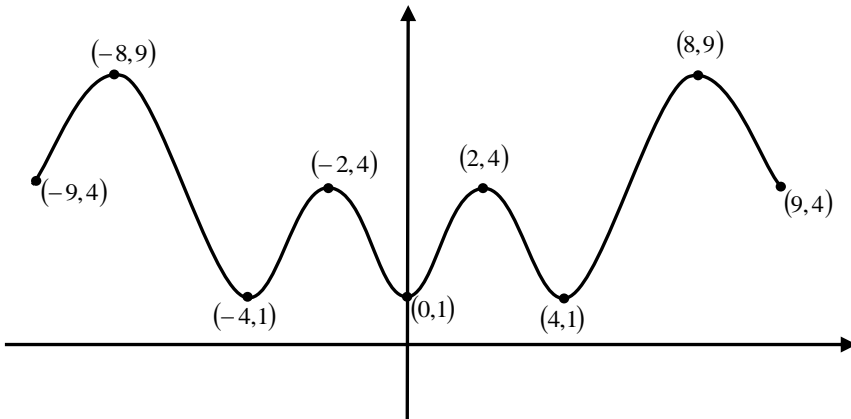


6. גרף הפונקציה $k(x)$:

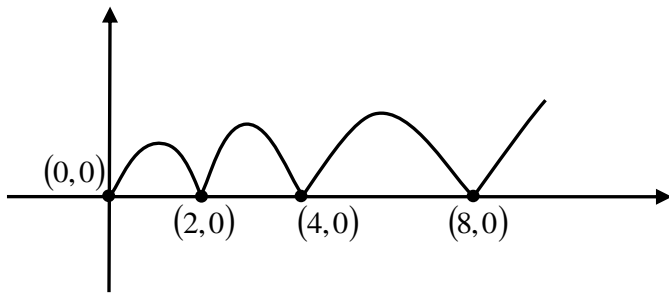




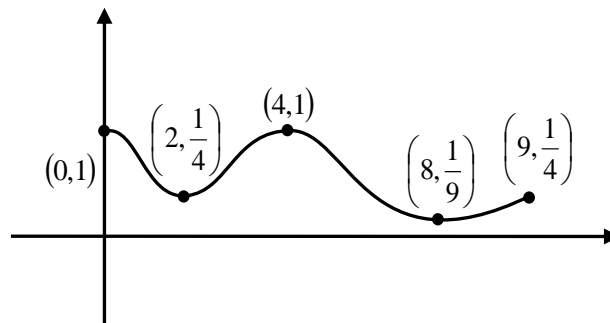
8. א. גרף הפונקציה $z(x)$ משמאל.
 ב. 4 יח"ר.



9. א. גרף הפונקציה $f(x)$:
 ב. $4 < k$ או $k \leq 1$.
 ג. 96 יח"ר.



10. א. גרף הפונקציה $p(x)$:
 ב. שש נקודות קיצון (לא כולל בקצות התחום).

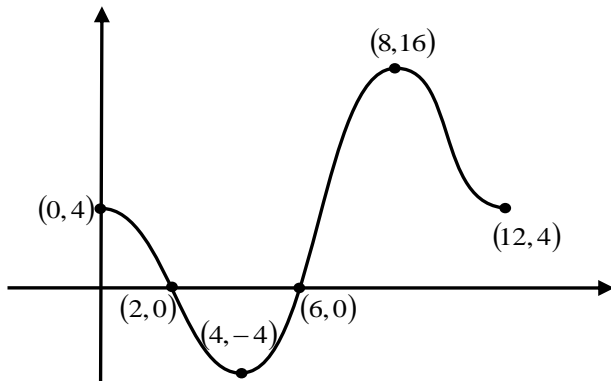


11. גרף הפונקציה $r(x)$:

תרגיל מסכם 9 לסיום כיתה י' - חקירת גרף פונקציה ללא פונקציה נתונה (2)

מורים ותלמידים!

מטרת תרגיל זה היא תרגול מעמיק של סעיפי חשיבה שונים המתלווים לחקירת פונקציה. התרגיל אינו מדמה תרגיל מבחן, אך הוא הזדמנות "לצלול" למעמקי סעיפי החשיבה ולהרחיב את יכולת הניתוח הגרפי של התלמיד. התרגיל אינו כולל את החקירה הסטנדרטית עצמה, כי אם מספק לתלמיד גרף מוכן, שעליו יבוצעו שינויים וטרנספורמציות שונות. זאת, כדי לשפר את יכולתם של התלמידים להתמודד עם מורכבות גרפית לקראת הבחינות. כל הסעיפים נפתרים תוך שימוש והבנה של גרף הפונקציה $f(x)$ הנתון ואינם דורשים חישובים מורכבים. מומלץ להקצות לפתרון של תרגיל זה שני שיעורים רצופים!



נתון גרף הפונקציה $f(x)$ בתחום $0 \leq x \leq 12$. בסעיפים הבאים יש לשרטט את הסיקצות המבוקשות רק בתחום $0 \leq x \leq 12$, אלא אם מצוין אחרת. ככל שניתן, ציינו ליד נקודות קיצון ונקודות החיתוך עם הצירים, את השיעורים של אותן נקודות (בדומה לאופן שבו שיעורי הנקודות מופיעים בגרף הנתון).

השאלות הבאות מיועדות לתלמידי י' - יא' בהקבצות 4 ו-5 יח' לימוד:

1. מצא עבור אילו ערכי n , הישר $y = n$ חותך את גרף הפונקציה $f(x)$ בשתי נקודות בלבד.
2. שרטט סקיצה של גרף הנגזרת $f'(x)$. הנח כי הנגזרת מתאפסת בקצות התחום.
3. מגדירים פונקציה חדשה: $h(x) = f(x) + 4$.
 - א. שרטט את גרף הפונקציה $h(x)$. הקפד על רישום שיעורי הנקודות.
 - ב. מצא עבור אילו ערכי k , למשוואה $h(x) = k$ יש שלושה פתרונות.
4. מגדירים פונקציה חדשה: $g(x) = f(x) - 4$.
 - א. שרטט את גרף הפונקציה $g(x)$. הקפד על רישום שיעורי הנקודות.
 - ב. מצא עבור אילו ערכי x מתקיים $g(x) < 0$ וגם $g'(x) < 0$.
5. מגדירים פונקציה חדשה: $k(x) = \frac{1}{4} \cdot f(x)$.
 - א. שרטט את גרף הפונקציה $k(x)$. הקפד על רישום שיעורי הנקודות.
 - ב. דרך כל אחת משתי נקודות הקיצון המוחלטות של גרף הפונקציה $k(x)$ העבירו ישרים המקבילים לצירים. חשב את שטח המלבן שכלוא בין ארבעת הישרים.
6. מגדירים פונקציה חדשה: $d(x) = -f(x)$.
 - א. שרטט את גרף הפונקציה $d(x)$. הקפד על רישום שיעורי הנקודות.
 - ב. מצא באילו תחומים בגרף זה, הנגזרת $d'(x)$ והפונקציה $d(x)$ הן בעלות סימן שונה.
7. מצא כמה פתרונות יש למשוואה: $f^2(x) = 4$.

(המשך הסעיפים בעמוד הבא)

8. מגדירים פונקציה חדשה: $s(x) = f^2(x)$.

- א. שרטט את גרף הפונקציה $s(x)$. הקפד על רישום שיעורי הנקודות.
 ב. הישר $y = k$ מרוחק במידה שווה מנקודת המקסימום המוחלט ומנקודות המינימום המוחלט של הפונקציה $s(x)$. מצא כמה פתרונות יש למשוואה: $s(x) = k$.

9. מגדירים פונקציה חדשה: $z(x) = \sqrt{f(x)}$.

- א. שרטט את גרף הפונקציה $z(x)$. הקפד על רישום שיעורי הנקודות.
 ב. הישר $y = k$ מרוחק במידה שווה מנקודת המקסימום המוחלט ומנקודות המינימום המוחלט של הפונקציה $z(x)$. מצא כמה פתרונות יש למשוואה: $z(x) = k$.
 ג. מצע עבור אילו ערכי n , הישר $x = n$ אינו חותך את גרף הפונקציה $z(x)$.

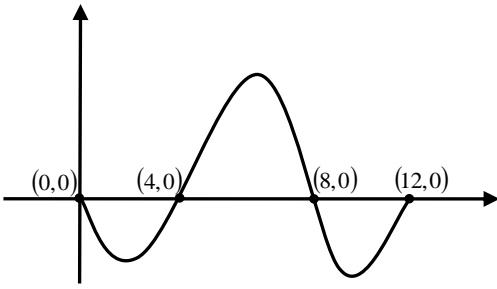
10. הגדירו פונקציה חדשה: $p(x) = |f(x)|$.

- א. שרטט את גרף הפונקציה $p(x)$. הקפד על רישום שיעורי הנקודות.
 ב. הישר $y = m$ עובר דרך שלוש מנקודות הקיצון של גרף הפונקציה: $p(x)$.
 מצא כמה פתרונות יש למשוואה: $p(x) = m^2$.

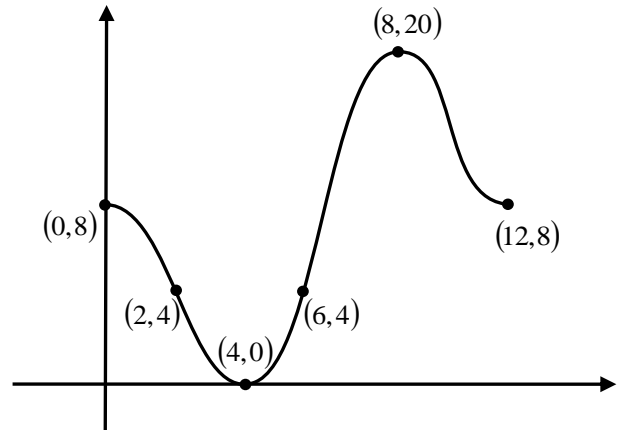
11. הגדירו פונקציה חדשה: $m(x) = |f(x)| - f(x)$. שרטט את גרף הפונקציה $m(x)$. הקפד על רישום שיעורי הנקודות.

פתרונות:

1. $4 < n < 16$ או $-4 < n < 4$. 2. גרף הנגזרת $f'(x)$:

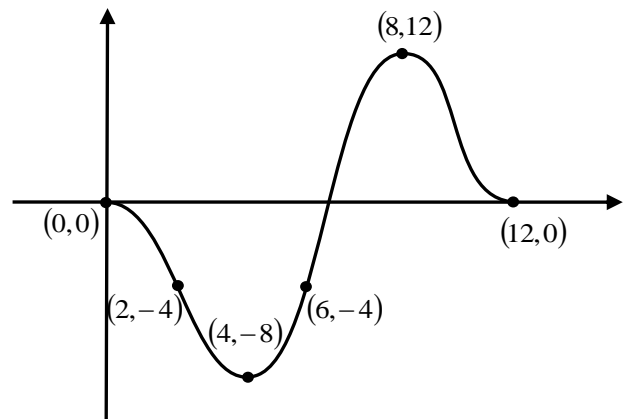


3. א. גרף הפונקציה $h(x)$: ב. $k = 8$.



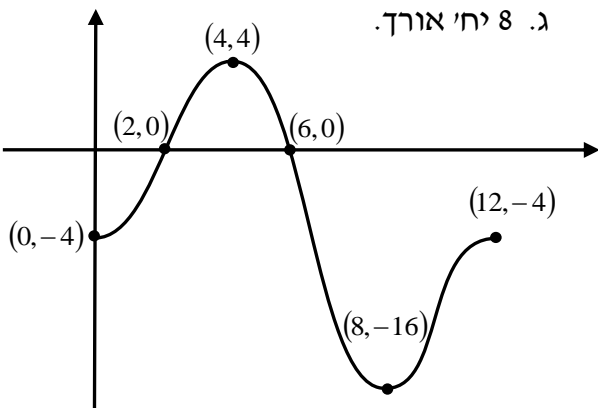
ב. $0 < x < 4$.

4. א. גרף הפונקציה $g(x)$:

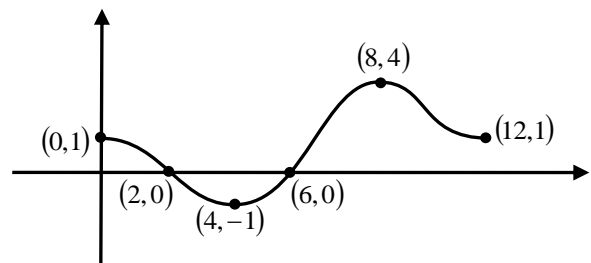


6. א. גרף הפונקציה $d(x)$ למטה.

ב. $0 < x < 2$ או $4 < x < 6$ או $8 < x < 12$.
ג. 8 יח' אורך.

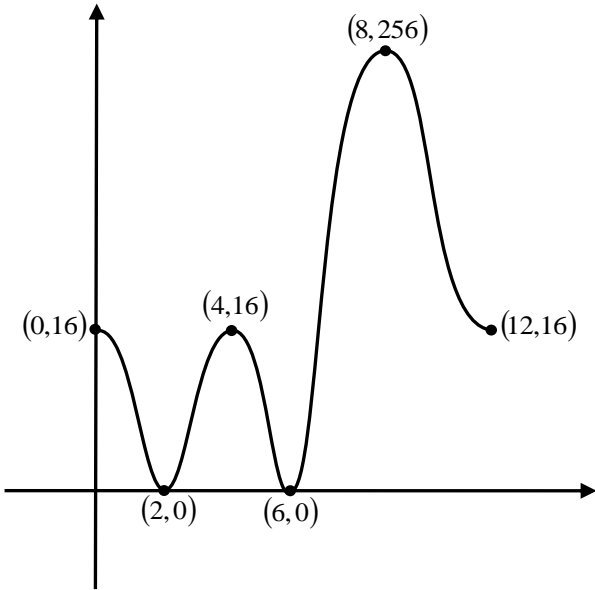


5. א. גרף הפונקציה $k(x)$: ב. 20 יח"ר.

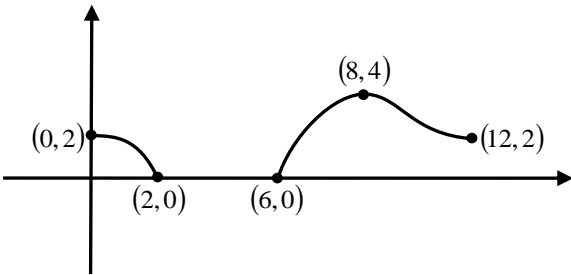


7. ארבעה.

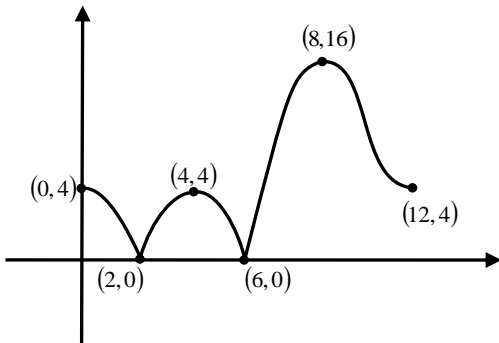
8. א. גרף הפונקציה $s(x)$ משמאל.
 ב. שני פתרונות.



9. א. גרף הפונקציה $z(x)$ משמאל.
 ב. שלושה.



10. א. גרף הפונקציה $p(x)$:
 ב. אחד.



11. גרף הפונקציה $m(x)$:

