

תרגיל מסכם 2 - סעיפי חשיבה בחקירת פונקציית שורש (שאלון 581)**מורים ותלמידים יקרים!**

מטרת תרגיל זה היא תרגול יסודי של סעיפי חשיבה המתלווים לחקירת פונקציית שורש. התרגיל אינו מדמה תרגיל מבחן/בגרות כי אם הזדמנות לשפר את יכולות ההסקה והניתוח הגרפי של התלמידים. לאחר החקירה מופיעים סעיפי חשיבה מגוונים שבהם אין צורך בחישובים כי אם בניתוח מעמיק של הגרפים.

$$\text{נתונה הפונקציה: } f(x) = 3p \cdot \sqrt{\frac{(x-10)(x^2-3x+m)}{(x^2-4x+3)(x-9)}} \quad , 0 < p$$

לפונקציה יש שתי אסימפטוטות אנכיות והן נמצאות מימין לישר $x = 2$.

א. מצא את ערכו של הפרמטר m ואת תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. הבע באמצעות p , במידת הצורך את:

1. שיעורי נקודות החיתוך של גרף $f(x)$ עם ציר ה- x .

2. שיעורי נקודות הקיצון של גרף $f(x)$ ואת סוגן.

3. האסימפטוטות של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. שרטט את גרף הפונקציה $f(x)$.

ד. שרטט את גרף הנגזרת $f'(x)$.

ה. הגדירו פונקציה חדשה: $g(x) = f(x) - 9$. למשוואה $g(x) = 0$ יש פתרון יחיד וגרף הפונקציה

$g(x)$ אינו משיק לציר ה- x . מצא את ערכו של הפרמטר p .

ו. נתון: הפתרונות היחידים של המשוואה $f'(x) = k$ הם x_1 ו- x_2 .

עבור כל טענה, קבע אם היא נכונה או שגויה:

1. המכפלה $x_1 \cdot x_2$ היא **בהכרח** חיובית.

2. המכפלה $f'(x_1) \cdot f'(x_2)$ היא **בהכרח** חיובית.

3. יתכן שמתקיים: $f'(x_1 + x_2) < 0$.

ז. נתון: הפתרון היחיד של המשוואה $f'(x) = t$ הוא x_3 ($t \neq 0$).

עבור כל טענה, קבע אם היא נכונה או שגויה:

1. לא ניתן לקבוע כמה פתרונות יש למשוואה: $f'(x) = -t$.

2. אם פתרונות המשוואה: $f'(x) = t - 1$ הם x_4 ו- x_5 אז ערך המכפלה $x_4 \cdot x_5$ **בהכרח** חיובי.

ח. הגדירו פונקציה חדשה: $h(x) = |f(x) - d|$. אחת מנקודות המקסימום של הפונקציה $h(x)$

היא $(6, 2)$. קבע כמה נקודות קיצון יש לפונקציה $h(x)$ ומצא שיעורי נקודות המקסימום שלה.

ט. הגדירו את הפונקציה $j(x) = f(x + m)$.

מצא עבור אילו ערכי m גרף הפונקציה $j(x)$ אינו חותך את ציר ה- y .

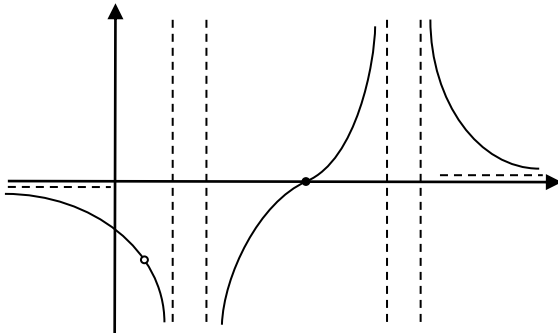
תשובות:

א. $m = 2$, תחום ההגדרה: $x \leq 10$ או $3 < x < 9$ או $1 < x \leq 2$ או $x < 1$.

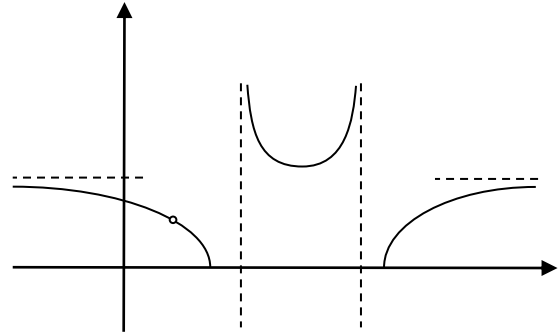
ב. (1) $(2,0), (10,0)$. (2) פנימית: $\min(6, 4p)$; בקצה התחום: $\min(2,0), \min(10,0)$.

ג. (3) $x = 3, x = 9, y = 3p$.

ד.



ה.



ה. $p = 4$.

ו. (1) שגויה. (2) נכונה. (3) נכונה.

ז. (1) שגויה. (2) נכונה.

ח. $d = 18$. לפונקציה יש חמש נקודות קיצון: שתי נקודות מינימום ושלוש נקודות מקסימום שמתוכן

הנקודה $(6,2)$ היתה נתונה והנוספות הן: $(2,18), (10,18)$.

ט. $3 \leq n < 10$ או $2 < n \leq 3$ או $n = 1$.