

**ארכימדס שמח לבשר שבתחילת אוגוסט מתוכנן לצאת לאור ספר התרגול החדש
לכיתה י' 4 יחידות של ארכימדס (471) לפי תכנית הלימודים החדשה!**



הספר נבנה **ככלי עזר נוח ויעיל** עבור צוותי הוראה אשר **מתנסים לראשונה** בהוראה לפי תוכנית הלימודים החדשה!

מה מצפה לי בספר?

- פרק חזרה וסיכום בנושאי כיתה ט'.
- שאלות מדורגות.
- בכל נושא, התרגול מתחיל ברמה בסיסית ומתקדם בקצב מותאם לרמת המיומנות הצפויה לתלמידי 4 יחידות בתוכנית החדשה.
- תרגול **בכל נושאי התוכנית החדשה** בדגש על החדשים:
 - * שילוב גיאומטריה אוקלידית וגיאומטריה אנליטית.
 - * פרקי **קדם-אנליזה** עשירים ומגוונים בכל הפונקציות.
 - * סטטיסטיקה.
 - * שילוב כלים טריגונומטריים בשאלות מתחומי הגיאומטריה האוקלידית והאנליטית.

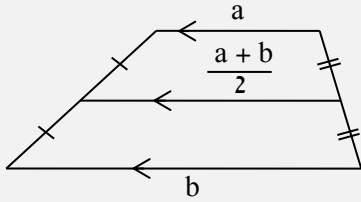
- נדגיש כי זהו ספר תרגול **תומך למידה** שאינו במסלול האישור של משרד החינוך. הספר יוכל ללוות את ספרי הלימוד העתידיים להיות מאושרים.

בקובץ הצצה שלפניכם מופיעים שלושה נושאים:

1. חלק מפרק התרגול בנושא **קטע אמצעים בטרפז** עם שילובים של גיאומטריה אנליטית.
2. מקבץ שאלות בנושא **שטחים** המשלבות גיאומטריה אוקלידית עם גיאומטריה אנליטית.
3. חלק מפרק **קדם האנליזה בפונקציית שורש ריבועי**.

נעדכן כמובן לקראת יציאתו של הספר לדפוס!

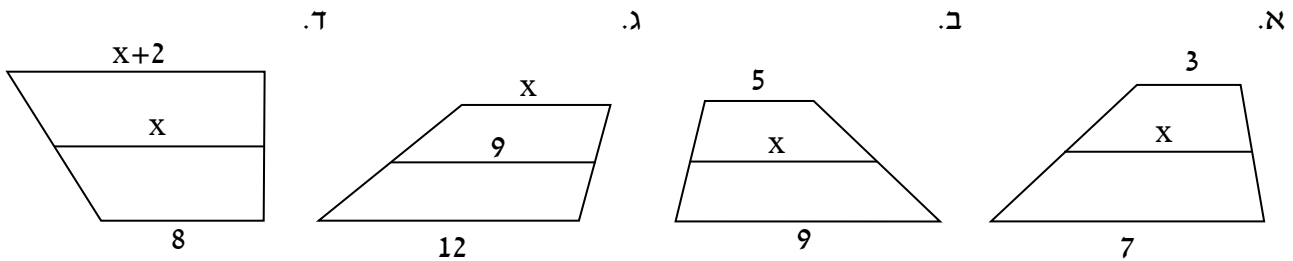
קטע האמצעים בטרפז



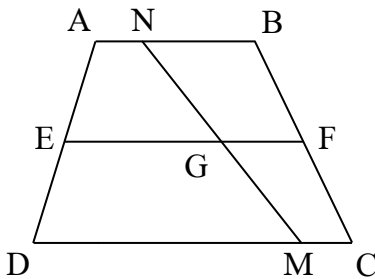
קטע האמצעים בטרפז מחבר את אמצעי שתי שוקי הטרפז.

- קטע האמצעים בטרפז מקביל לבסיסים ושווה למחצית סכומם.
- בטרפז, ישר החוצה שוק אחת ומקביל לבסיסים חוצה את השוק השנייה.

1. בכל סעיף מופיע קטע אמצעים בטרפז. הנתונים בשרטוט הם בסנטימטרים. מצאו את x :



2. הקטע EF הוא קטע האמצעים בטרפז ABCD.



הנקודות M ו-N נמצאות על בסיסי הטרפז כמתואר בשרטוט.

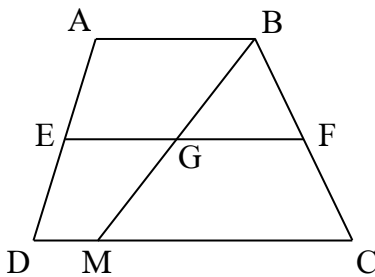
הקטעים MN ו-EF נחתכים בנקודה G.

א. הוכיחו: הקטע EG הוא קטע אמצעים בטרפז ANMD.

ב. חלי טענה שקטע האמצעים בטרפז חוצה כל קטע שמחבר בין בסיסי הטרפז. האם היא צודקת? הסבירו.

ג. נתון: $EG = 9$ ס"מ, $AN = 3$ ס"מ. חשבו את אורך הקטע DM.

3. הישר EF הוא קטע האמצעים בטרפז ABCD.



הנקודה M נמצאת על הבסיס CD.

הישרים BM ו-EF נחתכים בנקודה G. נתון: $GF = EG$.

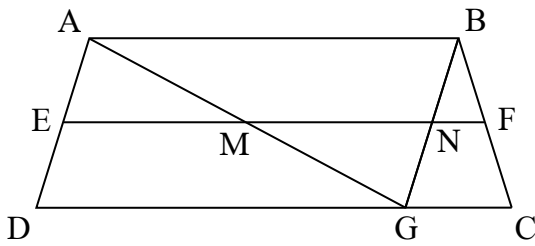
א. הוכיחו:

1. $GM = GB$

2. BEMF מקבילית.

3. הקטע EG קטע אמצעים בטרפז ABMD.

ב. נתון: $CD = 10$ ס"מ. נסמן: $DM = x$, $AB = 3x$. חשבו את אורך הקטע GF.



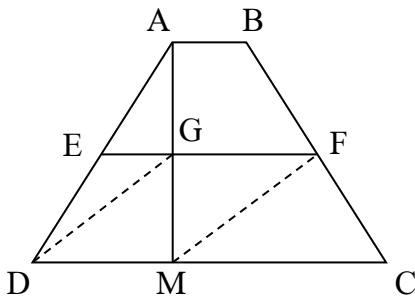
4. הישר EF הוא קטע האמצעים בטרפז ABCD.
 הנקודה G נמצאת על הבסיס CD כך ש: $DG = AB$.
 הישר EF חותך את הקטעים AG ו-BG בנקודות M ו-N בהתאמה.
 א. הוכיחו:

1. הקטע ME הוא קטע אמצעים במשולש $\triangle DAG$.

2. הקטע MN הם קטעי אמצעים במשולש $\triangle AGB$.

3. $ME = MN$

ב. נתון: $ME = 3NF$. הוכיחו: $DG = 3CG$.

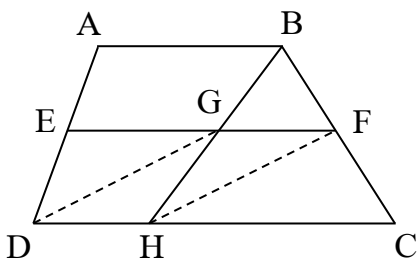


5. הנקודות E ו-F נמצאות על שוקי הטרפז ABCD כמתואר בשרטוט.
 הקטע EF חותך את גובה הטרפז AM בנקודה G.
 נתון: $BF = CF$. המרובע DMFG הוא מקבילית.
 א. הוכיחו: $AE = DE$.

ב. נתון: המרובע ABGE הוא מקבילית. נסמן: $EG = x$.

1. הביעו באמצעות x את אורך הקטע EF.

2. הוכיחו: $CM = 3EG$.



6. הישר EF הוא קטע האמצעים בטרפז ABCD.

הנקודה H נמצאת על הבסיס CD.

הישרים BH ו-EF נחתכים בנקודה G.

נתון: $\angle DGH = \angle GHF$.

א. הוכיחו: GFHD מקבילית.

ב. נתון: $CH = 8$ ס"מ, נתון: $AB = 6$ ס"מ. חשבו את אורך:

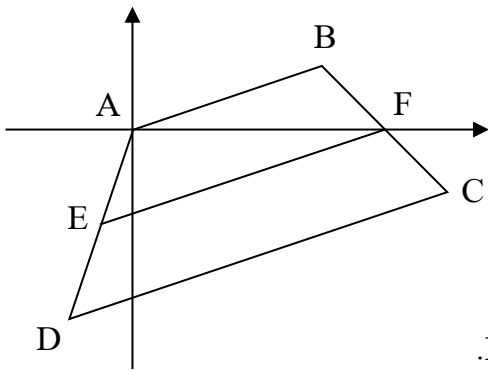
1. הקטע GF.

2. הקטע EF.

תשובות:

- 1) א. 5. ב. 7. ג. 6. ד. 10. 2) א. חלי צודקת. הוכחנו זאת בסעיף א' בעזרת הקטע MN המייצג את כל הקטעים המחוברים בין הבסיסים. ג. 15 ס"מ. 3) א. 4 ס"מ. 4) א. 3. ב. 1. ג. 3. 5) א. 4 ס"מ. ב. 6. ג. 9 ס"מ. 6) א. 4 ס"מ. ב. 1. ג. 3. ד. 6. 7) א. 4 ס"מ. ב. 1. ג. 3. ד. 6. 8) א. 4 ס"מ. ב. 1. ג. 3. ד. 6. 9) א. 4 ס"מ. ב. 1. ג. 3. ד. 6. 10) א. 4 ס"מ. ב. 1. ג. 3. ד. 6.

קטע אמצעים בטרפז - שאלות המשלבות גיאומטריה אנליטית



1. בטרפז ABCD הקטע EF הוא קטע האמצעים.

הקודקוד A נמצא בראשית הצירים.

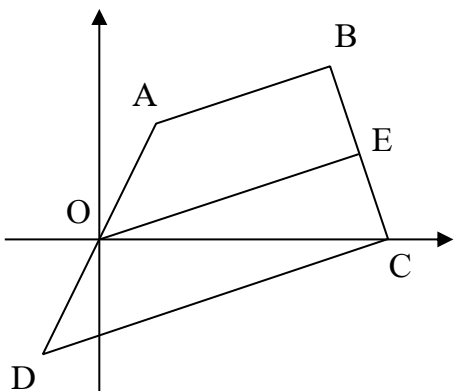
נתון: $F(8,0)$, $C(10,-2)$.

א. מצאו את שיעורי הנקודה B.

ב. מצאו את משוואת הישר שעליו מונח קטע האמצעים EF.

ג. שיעור ה-x של הנקודה D הוא $x_D = -2$. מצאו את:

1. שיעור ה-y של הנקודה D.
2. שיעורי הנקודה E.



2. בטרפז ABCD הקטע EO הוא קטע אמצעים.

הקודקוד C נמצא על ציר ה-x. הנקודה O היא ראשית הצירים.

נתון: $B(8,6)$, $E(9,3)$.

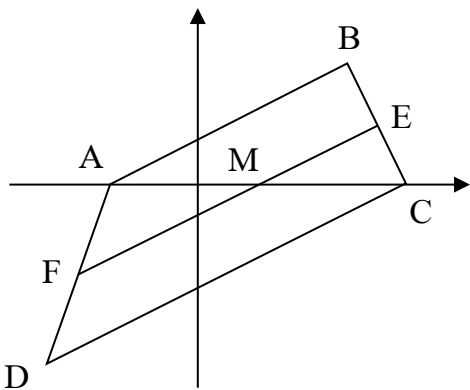
א. מצאו את שיעורי הנקודה C.

ב. מצאו את משוואת הישר שעליו מונח הבסיס CD.

ג. נתון ששטח המשולש $\triangle CDO$ הוא 20 יח"ר. מצאו את:

1. שיעור ה-y של הקודקוד D.
2. שיעור ה-x של הקודקוד D.
3. שיעורי הקודקוד A.

ד. הוכיחו: $AB \perp BE$.



3. בטרפז ABCD הקודקודים A ו-C נמצאים על ציר ה-x.

נתון: $B(5,4)$. שטח המשולש $\triangle ABC$ הוא 20 יח"ר.

א. חשבו את אורך האלכסון AC.

ב. נתון: $A(-3,0)$. מצאו את שיעורי הקודקוד C.

ג. מצאו את משוואת הישר שעליו מונח הבסיס CD.

ד. הקטע EF הוא קטע אמצעים בטרפז ABCD והוא חותך את

ציר ה-x בנקודה M. גאיה טענה: "ניתן לדעת מהו אורך הקטע

CM מבלי למצוא שיעורים של נקודה נוספת כלשהי". האם גאיה צודקת? הסבירו את תשובתכם.

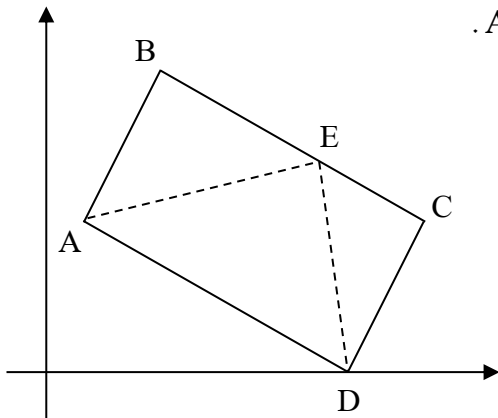
ה. נתון: $F(-4,-3)$. מצאו את שיעורי הקודקוד D.

תשובות: 1 א. $B(6,2)$ ב. $y = \frac{1}{3}x - 2\frac{2}{3}$ ג. $y_D = -6$ ד. $E(-1,-3)$ ה. $C(10,0)$

ב. $y = \frac{1}{3}x - 3\frac{1}{3}$ ג. $A(2,4)$ ד. $A(2,4)$ ה. $AC = 10$ יח"ר ו. $C(7,0)$ ז. $y = 0.5x - 3.5$

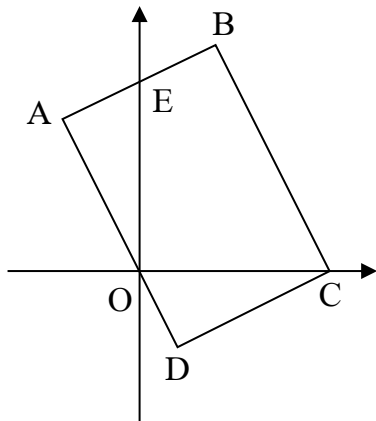
ז. גאיה צודקת. ח. $D(-5,-6)$

שטחים - שאלות המשלבות גיאומטריה אנליטית



1. במקבילית ABCD נתונים הקודקודים $A(1,4)$, $B(3,8)$, $D(9,0)$.

- א. מצאו את שיעורי הקודקוד C.
- ב. הוכיחו: המקבילית ABCD היא מלבן.
- ג. חשבו את שטח המלבן ABCD.
- ד. הנקודה E נמצאת על הצלע BC. האם ניתן לחשב את שטח המשולש $\triangle ADE$ מבלי לדעת את שיעורי הנקודה E? הסבירו את תשובתכם.

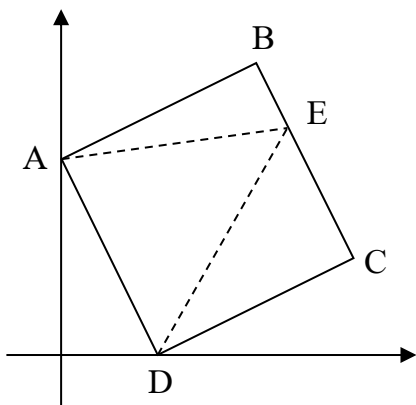


2. במלבן ABCD הצלע AD עוברת דרך ראשית הצירים O.

- הצלע AB מונחת על הישר $y = 0.5x + 5$, וחותכת את ציר ה-y בנקודה E.
- הקודקוד C נמצא על ציר ה-x.
 - א. מצאו את שיעורי הנקודה E.
 - ב. הוכיחו: $\angle AEO = \angle DOC$.
 - ג. נתון: $C(5,0)$. הוכיחו: $\triangle AEO \cong \triangle DOC$.
 - ד. מצאו את:

1. משוואת הישר שעליו מונחת הצלע AD.
2. שיעורי הקודקוד A.
3. שטח המשולש $\triangle AEO$.

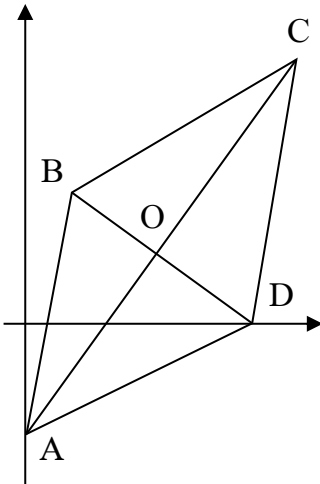
ה. שטח המרובע BCOE הוא 20 יח"ר. חשבו את שטח המלבן ABCD.



3. בריבוע ABCD הקודקודים A ו-D נמצאים על הצירים כמתואר

בשרטוט. הצלע AD מונחת על הישר $y = -2x + 6$.

- א. מצאו את שיעורי הקודקודים A ו-D.
- ב. חשבו את אורך הצלע AD.
- ג. חשבו את שטח הריבוע.
- ד. הנקודה E נמצאת על הצלע BC. חשבו את שטח המשולש $\triangle ADE$.



4. אלכסוני המעוין ABCD נחתכים בנקודה O.

א. קבעו האם ארבעת המשולשים המרכיבים את המעוין חופפים זה לזה. הסבירו את תשובתכם.

ב. נתון ששטח המעוין הוא 100 יח"ר.

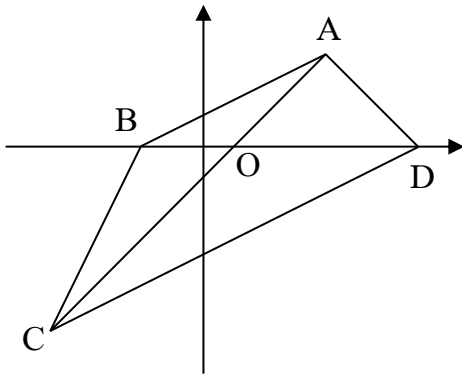
חשבו את שטח המשולש ΔADO .

ג. נתון: $AO = 2DO$. חשבו את אורך הקטע AO.

ד. נתון: $O(6, 3)$. הקודקוד A נמצא על החלק השלילי של ציר ה-y. מצאו את:

1. שיעורי הקודקוד A.

2. שיעורי הקודקוד C.



5. אלכסוני הטרפז ABCD נחתכים בנקודה O על ציר ה-x.

הקודקודים B ו-D נמצאים על ציר ה-x כמתואר בשרטוט.

א. הוכיחו את שוויון השטחים: $S_{\Delta BCD} = S_{\Delta ACD}$.

ב. גאיה טענה שמתקיים: $S_{\Delta BCO} = S_{\Delta ADO}$.

מבלי לבצע חישוב כלשהו, קבעו אם גאיה צודקת. הסבירו את תשובתכם.

ג. נתון: $A(4, 3)$, $C(-5, -6)$. אורך האלכסון BD הוא 9 יח'.

חשבו את שטח הטרפז ABCD.

תשובות:

1) א. $C(11, 4)$. ג. 40 יח"ר. ד. ניתן לחשב. בכל מיקום על הצלע BC, שטח המשולש ΔADE יהיה מחצית משטח המלבן, 20 יח"ר.

2) א. $E(0, 5)$. ד. $y = -2x$. 1. $A(-2, 4)$. 2. $A(-2, 4)$. 3. 5 יח"ר. ה. 30 יח"ר.

3) א. $A(0, 6)$, $D(3, 0)$. ב. $\sqrt{45}$ ס"מ. ג. 45 סמ"ר. ד. 22.5 סמ"ר.

4) א. ארבעת המשולשים חופפים זה לזה. החפיפה נובעת מכך שצלעות המעוין שוות זו לזו ואלכסונו מאונכים זה לזה וחוצים זה את זה. ב. 25 סמ"ר. ג. 10 ס"מ. ד. 1. $A(0, -5)$. 2. $C(12, 11)$.

5) ב. גאיה צודקת. בסעיף א' הוכחנו שמתקיים שוויון השטחים: $S_{\Delta BCD} = S_{\Delta ACD}$. אם נחסר משני

השטחים השווים האלו את שטח המשולש ΔCDO , יתקבלו שני המשולשים המופיעים בסעיף ב', והם יהיו שווים. ג. 40.5 יח"ר.

לפניכם חלק מפרק הקדם אנליזה של פונקציית שורש ריבועי.
הפרק נפתח בהסברים ובתרגול בנושא תחום ההגדרה, בנקודות החיתוך עם הצירים ואחריהם מופיעת הפרק הזה:

חיוביות ושליליות של פונקציית שורש ריבועי

כאשר ננסה למצוא את תחומי החיוביות והשליליות של פונקציית שורש ריבועי, עלינו להתחשב בתחום ההגדרה של הפונקציה וגם בשיעורי נקודות החיתוך של הגרף עם ציר ה- x .

9. נתונה הפונקציה: $f(x) = 4 - \sqrt{x}$.

- א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .
 ג. הציבו בפונקציה $f(x)$ את הערכים $x = 9$ ו- $x = 25$ ומצאו את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה.

10. נתונה הפונקציה: $f(x) = x \cdot \sqrt{x+5}$.

- א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .
 ג. הציבו בפונקציה $f(x)$ את הערכים $x = 4$, $x = -2$ ו- $x = -6$ ומצאו את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה.

11. היעזרו בשאלה הקודמת ומצאו את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציות הבאות:

א. $f(x) = (x-5) \cdot \sqrt{x}$.. ב. $f(x) = x \cdot \sqrt{6-x}$ ג. $f(x) = x^2 \cdot \sqrt{2+x}$
 ד. $f(x) = (x^2-1) \cdot \sqrt{x}$ ה. $f(x) = (x^2-1) \cdot \sqrt{2-x}$ (*) ו. $f(x) = x^2 \cdot \sqrt{9-x^2}$ (*)

תשובות:

- 9) א. $0 \leq x$ ב. $(16,0)$ ג. חיוביות: $0 < x < 16$; שליליות: $16 < x$.
 10) א. $-5 \leq x$ ב. $(0,0)$, $(-5,0)$ ג. חיוביות: $0 < x$; שליליות: $-5 < x < 0$.
 11) א. חיוביות: $x < 5$; שליליות: $0 < x < 5$ ב. חיוביות: $0 < x < 6$; שליליות: $x < 0$.
 ג. שליליות: אף x ; חיוביות: $0 < x$, $-2 < x < 0$ ד. חיוביות: $1 < x$; שליליות: $0 < x < 1$.
 ה. חיוביות: $1 < x < 2$, $x < -1$; שליליות: $-1 < x < 1$.
 ו. חיוביות: $0 < x < 3$, $-3 < x < 0$; שליליות: אין.

פונקציית שורש ריבועי - טרנספורמציות

בשאלות הבאות נעסוק בהזזה, בשיקוף, במתיחה ובכיווץ של גרף הפונקציה.

12. נתונה הפונקציה $f(x) = \sqrt{x}$. שרטטו על גבי אותה מערכת צירים סקיצות של גרף הפונקציה:

א. $f(x)$ ב. $g(x) = 4\sqrt{x}$ ג. $h(x) = -\sqrt{x}$

13. נתונה הפונקציה $f(x) = \sqrt{x}$.

היעזרו בסקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ ושרטטו סקיצות של הפונקציות הבאות:

א. $g(x) = \sqrt{x-3}$ ב. $h(x) = -\sqrt{x-3}$

14. נתונה הפונקציה $f(x) = \sqrt{x}$.

היעזרו בסקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ ושרטטו סקיצות של הפונקציות הבאות:

א. $g(x) = \sqrt{x+4}$ ב. $h(x) = 2\sqrt{x+4}$ ג. $k(x) = -2\sqrt{x+4}$

15. (*) נתונה הפונקציה $f(x) = \sqrt{x}$.

היעזרו בסקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ ושרטטו סקיצות של הפונקציות הבאות:

א. $g(x) = \sqrt{-x}$ ב. $h(x) = -\sqrt{-x}$ ג. $k(x) = 5 - \sqrt{-x}$

פונקציית שורש ריבועי - חקירת פונקציה

בשאלות הבאות נחקור פונקציות בעזרת הכלים שעסקנו בהם: תחום ההגדרה, נקודות החיתוך עם הצירים ותחומי החיוביות והשליליות.

16. נתונה הפונקציה הריבועית: $f(x) = \sqrt{-x^2 + 10x - 16}$.

א. עבור הפונקציה $f(x)$ מצאו את:

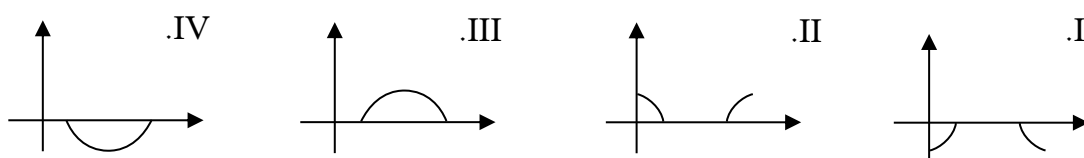
1. תחום ההגדרה.

2. שיעורי נקודות החיתוך עם הצירים, אם יש כאלה.

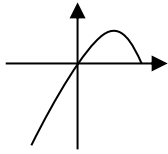
3. תחומי החיוביות והשליליות.

4. נקודות הקיצון בקצה התחום.

ב. קבעו איזה מהגרפים הבאים הוא גרף הפונקציה $f(x)$.



17. בכל סעיף נתונות ארבע פונקציות וגרף של אחת מהן. מצאו לאיזו מבין הפונקציות מתאים הגרף הנתון. עבור כל אחת מהפונקציות האחרות, נמקו מדוע אינה מתאימה לגרף.

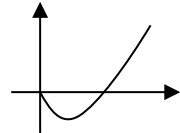


$$g(x) = x^2 \cdot \sqrt{x-2}$$

$$f(x) = x \cdot \sqrt{x-2} \quad \text{א.}$$

$$k(x) = x^2 \cdot \sqrt{2-x}$$

$$h(x) = x \cdot \sqrt{2-x}$$

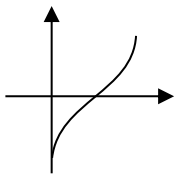


$$g(x) = x \cdot \sqrt{x}$$

$$f(x) = x - \sqrt{x} \quad \text{ב.}$$

$$k(x) = -2 + \sqrt{x}$$

$$h(x) = 1 - \sqrt{x}$$



$$g(x) = \sqrt{x} - \sqrt{x-2}$$

$$f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{x-2} \quad \text{ג. (*)}$$

$$k(x) = \sqrt{x} + \sqrt{2-x}$$

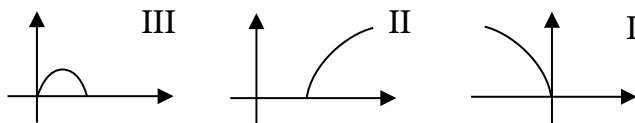
$$h(x) = \sqrt{x} - \sqrt{2-x}$$

18. לפניכם שלוש פונקציות ושלושה גרפים:

$$h(x) = \sqrt{-x} \cdot \sqrt{5-x}$$

$$g(x) = \sqrt{x} \cdot \sqrt{x-5}$$

$$f(x) = \sqrt{x} \cdot (5-x)$$



היעזרו בנקודות החיתוך עם הצירים והתאימו כל גרף לאחת מהפונקציות. הסבירו את תשובתכם.

19. נתונה הפונקציה $f(x) = (x-5) \cdot \sqrt{x}$.

א. עבור הפונקציה $f(x)$ מצאו את:

1. תחום ההגדרה.

2. שיעורי נקודות החיתוך עם הצירים.

3. תחומי החיוביות והשליליות.

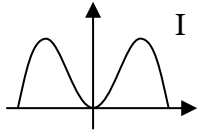
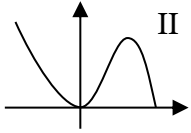
4. נקודת הקיצון בקצה התחום.

ב. נתון שלפונקציה $f(x)$ יש נקודת קיצון **פנימית** אחת. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. נתון: למשוואה $f(x) = -2$ יש שני פתרונות.

קבעו כמה פתרונות יש למשוואה $f(x) = -1$, מבלי לפתור אותה אלגברית. הסבירו.

20. בכל סעיף נתונות ארבע פונקציות ולציודן גרפים של שתיים מהן. מצאו לאיזו מבין הפונקציות מתאים כל אחד מהגרפים הנתונים. נמקו עבור כל אחת מהפונקציות האחרות, מדוע אינה מתאימה לכל גרף.

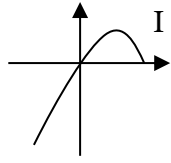
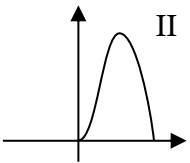


$$g(x) = x^2 \cdot \sqrt{9-x}$$

$$f(x) = x \cdot \sqrt{9-x} \quad \text{א.}$$

$$k(x) = x^2 \cdot \sqrt{9-x^2}$$

$$h(x) = x^2 \cdot \sqrt{x^2-9}$$

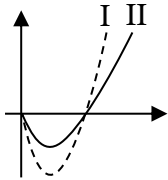


$$g(x) = x^2 \cdot \sqrt{6-x}$$

$$f(x) = x \cdot \sqrt{6-x} \quad \text{ב.}$$

$$k(x) = x^2 \cdot \sqrt{6x-x^2}$$

$$h(x) = x \cdot \sqrt{6-x^2}$$



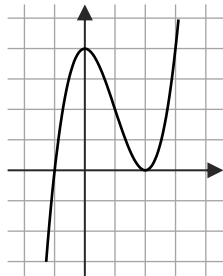
$$g(x) = (x-2) \cdot \sqrt{x}$$

$$f(x) = (2x-4) \cdot \sqrt{x} \quad \text{ג.}$$

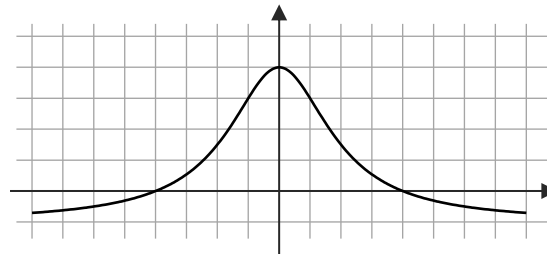
$$k(x) = (4-x^2) \cdot \sqrt{x}$$

$$h(x) = (2-x) \cdot \sqrt{x}$$

21. בכל סעיף מופיע גרף הפונקציה $f(x)$. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $g(x) = \sqrt{f(x)}$:

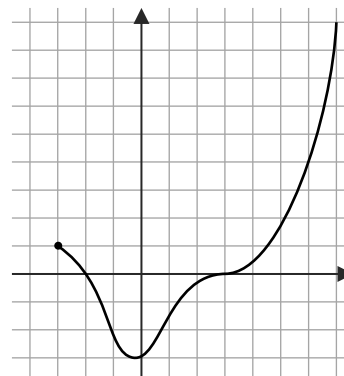
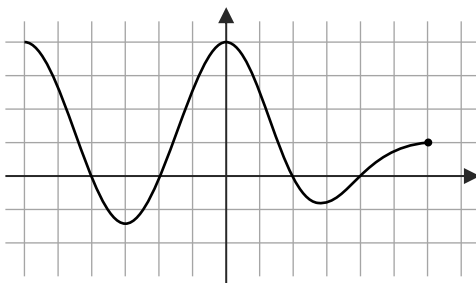


ב.



א.

ד.



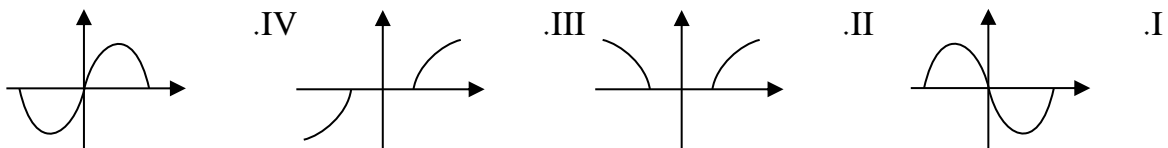
ג.

22. נתונה הפונקציה $f(x) = (49 - x^2) \cdot \sqrt{x}$.

- א. עבור הפונקציה $f(x)$ מצאו את:
1. תחום ההגדרה.
 2. שיעורי נקודות החיתוך עם הצירים.
 3. תחומי החיוביות והשליליות.
 4. נקודת הקיצון בקצה התחום.
- ב. נתון שלפונקציה $f(x)$ יש נקודת קיצון פנימית אחת. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ג. נתון שהישר $y = 2$ חותך את גרף הפונקציה $f(x)$ בשתי נקודות. בדקו אם הישר $y = 1$ חותך את גרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה אחת או בשתי נקודות. הסבירו.
- ד. מנור טען: "תחום הירידה של הפונקציה הוא בדיוק תחום השליליות של הפונקציה". האם מנור צודק? הסבירו את תשובתכם.

23. נתונה הפונקציה $f(x) = -x \cdot \sqrt{16 - x^2}$.

- א. עבור הפונקציה $f(x)$ מצאו את:
1. תחום ההגדרה.
 2. שיעורי נקודות החיתוך עם הצירים.
 3. תחומי החיוביות והשליליות.
- ב. קבעו אם הפונקציה זוגית, אי-זוגית או שאינה זוגית ואינה אי-זוגית.
- ג. קבעו איזה מהגרפים הבאים הוא גרף הפונקציה $f(x)$:



- ד. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ בקצה התחום.
- ה. נתון שאחת מנקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ נמצאת על הישר $y = -8$. קבעו כמה פתרונות יש למשוואות הבאות:
- i. $f(x) = -4$ ii. $f(x) = 8$

24. נתונה הפונקציה $f(x) = \sqrt{x^2}$.

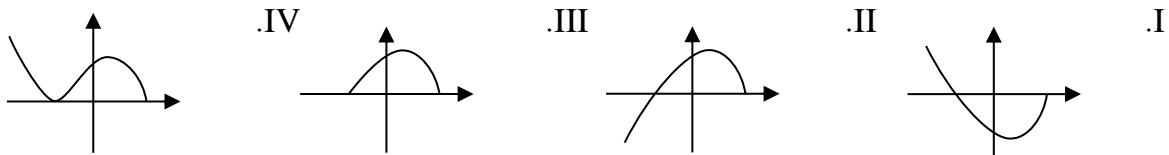
א. עבור הפונקציה $f(x)$ מצאו את:

1. תחום ההגדרה.
 2. תחומי החיוביות והשליליות, אם יש כאלה.
- ב. גיא טען שעבור כל ערך x שנציב בפונקציה נקבל ערך y שהוא שווה לערך ה- x שהצבנו. האם גיא צודק? הסבירו את תשובתכם.

25. נתונה הפונקציה $f(x) = (x + 2) \cdot \sqrt{4 - x}$.

א. עבור הפונקציה $f(x)$ מצאו את:

1. תחום ההגדרה.
 2. שיעורי נקודות החיתוך עם הצירים.
 3. תחומי החיוביות והשליליות.
- ב. קבעו איזה מהגרפים הבאים הוא גרף הפונקציה $f(x)$:



ג. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ בקצה התחום.

ד. נטלי הזיזה את גרף הפונקציה $f(x)$ **שמאלה** כך שהוא עובר בראשית הצירים.

כמה יחידות שמאלה הוזזה הפונקציה $f(x)$?

ה. (*) לאחר ההזזה, התקבלה הפונקציה $g(x)$. קבעו איזו מהפונקציות הבאות היא הפונקציה $g(x)$:

i. $g(x) = (x - 2) \cdot \sqrt{8 - x}$ ii. $g(x) = x \cdot \sqrt{6 - x}$

iii. $g(x) = (x + 6) \cdot \sqrt{-x}$ iv. $g(x) = (x + 4) \cdot \sqrt{2 - x}$

שאלה מסכמת בחקירת פונקציית שורש ריבועי - קדם אנליזה

שאלה זו היא הזדמנות לתרגול מעמיק של סעיפי חשיבה מגוונים המתלווים לחקירת פונקציה ומטרתם לשפר את יכולות ההסקה והניתוח הגרפי. מרבית הסעיפים עוסקים בטרנספורמציות ובהזזות של גרף הפונקציה $f(x)$ וכמעט שאין צורך בחישובים.

26. נתונה הפונקציה $f(x) = x^2 \cdot \sqrt{a-x}$ המוגדרת בתחום $x \leq 5$.

א. מצאו את הפרמטר a .

ב. עבור הפונקציה $f(x)$ מצאו את:

1. שיעורי נקודות החיתוך עם הצירים.

2. תחומי החיוביות והשליליות.

ג. נתון שנקודת המקסימום של הפונקציה $f(x)$ היא $(4,16)$. מצאו את:

1. שיעורי נקודות הקיצון הנוספות של הפונקציה ואת סוג הקיצון.

2. תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

ד. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. מצאו כמה פתרונות יש למשוואה: $f(x) = 14$. הסבירו בעזרת הסקיצה של גרף הפונקציה.

ו. מצאו כמה פתרונות יש למשוואה: $x^2 \cdot \sqrt{5-x} = 50$. הסבירו את תשובתכם.

ז. מצאו עבור אילו ערכי k יהיו לישר $y = k$ שתי נקודות חיתוך עם גרף הפונקציה.

ח. נתונה הפונקציה: $g(x) = -f(x)$.

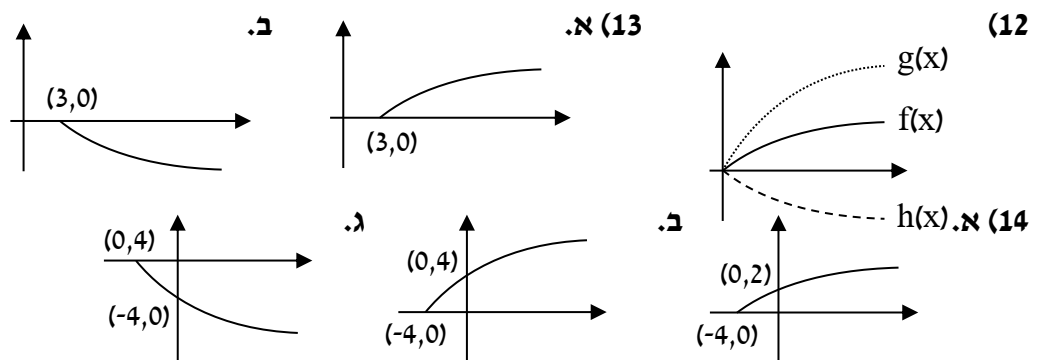
1. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

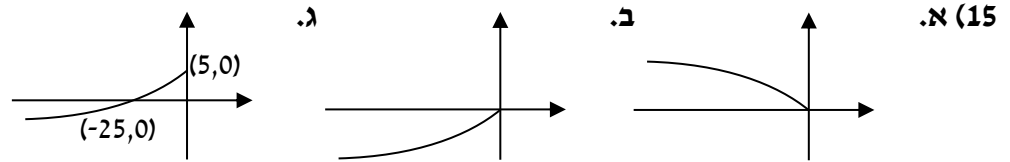
2. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$ ואת סוגן.

3. קבעו כמה פתרונות יש למשוואה: $g(x) = 90$.

תשובות:

(12





16 א. 1. $2 \leq x \leq 8$. 2. $(2,0), (8,0)$. 3. חיוביות: $2 < x < 8$; שליליות: אף x . 4. $\min(2,0), \min(8,0)$.

ב. III.

17 א. הגרף הנתון מתאים לפונקציה $h(x)$. הפונקציה $k(x)$ נפסלת כי בתחום $x < 0$ היא חיובית,

בניגוד לשרטוט. הפונקציה $f(x)$ ו- $g(x)$ נפסלות כי תחום ההגדרה שלהן $2 \leq x$ אינו מתאים לשרטוט.

ב. הגרף הנתון מתאים לפונקציה $f(x)$. הפונקציות $g(x)$, $h(x)$ ו- $k(x)$ נפסלות כי הן חותכות את

ציר ה- x בנקודה אחת בלבד.

ג. הגרף הנתון מתאים לפונקציה $h(x)$. הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ נפסלות כי תחום הגדרתן $2 \leq x$ אינו

מתאים לשרטוט. הפונקציה $k(x)$ אינה מתאימה משום שהגרף שלה חותך את ציר ה- y מעל הראשית,

בניגוד לשרטוט.

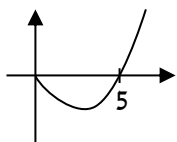
18 הפונקציה $f(x)$ מוגדרת בתחום $0 \leq x \leq 5$ ומתאפסת בקצוות ולכן מתאימה לגרף III.

הפונקציה $g(x)$ מוגדרת בתחום $5 \leq x$ ומתאפסת בקצה התחום ולכן מתאימה לגרף II.

הפונקציה $h(x)$ מוגדרת בתחום $x \leq 0$ ומתאפסת בקצה התחום ולכן מתאימה לגרף I.

19 א. 1. $0 \leq x$. 2. $(0,0), (5,0)$. 3. חיוביות: $5 < x$; שליליות: $0 < x < 5$. 4. $\min(0,0)$. ב.

ג. שני פתרונות.



20 א. גרף I מתאים לפונקציה $k(x)$ וגרף II מתאים לפונקציה $g(x)$.

הפונקציה $h(x)$ אינה מוגדרת ב- 0 ולכן לא מתאימה לאף אחד מהגרפים.

הפונקציה $f(x)$ מתאפסת בשתי נקודות בלבד ולכן אינה מתאימה לגרף I.

כמו כן, ערך השורש הוא תמיד אי-שלילי ולכן הפונקציה $f(x)$ מקבלת ערכים שליליים

בתחום $x < 0$ ומכאן שאינה מתאימה גם לגרף II. הפונקציה $g(x)$ מתאפסת בשתי נקודות בלבד ולכן

אינה מתאימה לגרף I. הפונקציה $k(x)$ מתאפסת בשלוש נקודות ולכן אינה מתאימה לגרף II.

ב. גרף I מתאים לפונקציה $f(x)$ וגרף II מתאים לפונקציה $k(x)$. הפונקציה $g(x)$ מוגדרת בתחום

$x \leq 6$ ולכן לא מתאימה לגרף II. כמו כן, ערך השורש הוא תמיד אי-שלילי ולכן ערך הפונקציה $g(x)$

תמיד אי-שלילי. לפיכך, היא לא מתאימה לגרף I. הפונקציה $h(x)$ מתאפסת ב-3 נקודות ולכן אינה

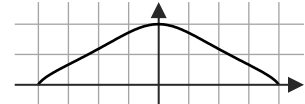
מתאימה לאף אחד מהגרפים הנתונים. הפונקציה $f(x)$ מוגדרת לכל $x \leq 6$ ולכן אינה מתאימה לגרף II.

בפונקציה $k(x)$, ערך השורש תמיד אי-שלילי ולכן הפונקציה אי-שלילית ואינה מתאימה לגרף I.

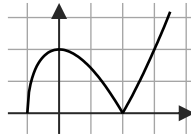
ג. גרף I מתאים לפונקציה $f(x)$ וגרף II מתאים לפונקציה $g(x)$. בתחום $0 \leq x \leq 2$ הביטויים \sqrt{x} ,

$(2-x)$ ו- $(4-x^2)$ אי-שליליים ולכן גם המכפלות שלהם אי-שליליות ומכאן שהפונקציות $h(x)$ ו- $k(x)$ אינן מתאימות לשרטוט. הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ מתאפסות עבור $x=0$ ו- $x=2$. באמצעות הצבת ערך כלשהו מהתחום $0 \leq x \leq 2$ (לדוגמא $x=1$) ניתן לראות ש- $g(x)$ מקבלת ערך גבוה יותר מ- $f(x)$ ומכאן ההתאמה.

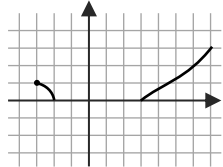
21 א.



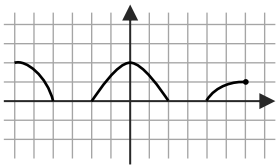
ב.



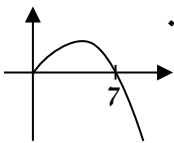
ג.



ד.



22 א. 1. $0 \leq x$. 2. $(0,0)$, $(7,0)$. 3. חיוביות: $0 < x < 7$; שליליות: $x > 7$. 4. $\min(0,0)$. ב.



ג. הישר חותך את הגרף בשתי נקודות. ד. מנור טועה.

23 א. 1. $-4 \leq x \leq 4$. 2. $(-4,0)$, $(0,0)$, $(4,0)$. 3. חיוביות: $-4 < x < 0$; שליליות: $0 < x < 4$.

ב. אי-זוגית. ג. גרף I. ד. $\min(-4,0)$, $\max(4,0)$. ה. i. שני פתרונות. ii. פתרון אחד.

24 א. 1. כל x . 2. חיוביות: $0 < x$ או $x < 0$. שליליות: אף x . ב. גיא טועה.

25 א. 1. $x \leq 4$. 2. $(0,4)$, $(-2,0)$, $(4,0)$. 3. חיוביות: $-2 < x < 4$; שליליות: $x < -2$. ב. II.

ג. $\min(4,0)$. ד. 4 יחידות. ה. iii.

26 א. $a = 5$. ב. 1. $(0,0)$, $(5,0)$. 2. חיוביות: $0 < x < 5$, $x < 0$; שליליות: אין.

ג. 1. $\min(5,0)$ בקצה התחום, $\min(0,0)$. 2. עלייה: $0 < x < 4$; ירידה: $x < 0$, $4 < x < 5$. ד.

ה. 3 פתרונות. ו. פתרון אחד. ז. $k = 0$ או $k = 16$.

ח. 1. 2. $\min(4,-16)$, $\max(5,0)$.

