

חקירת פונקציית מנה - כיתה י' - סעיפי חשיבה מיוחדים

שימו לב!

מטרתנו של עמוד זה היא תרגול יסודי בסוגים שונים של סעיפי חשיבה המתלווים לחקירת הפונקציה. לאחר חקירת הפונקציה בסעיפים א'-ה' הסטנדרטיים, תופיע סדרה ארוכה של סעיפי חשיבה המתייחסים לחקירה שבוצעה. **מרבית הסעיפים נפתרים תוך שימוש והבנה של גרף הפונקציה $f(x)$ שכבר שרטטנו, ואינם דורשים חישובים מורכבים ויוצאי דופן כפי שנראה במבט ראשון.**

סעיפי החקירה הבסיסית:

1. שתיים מהאסימפטוטות של הפונקציה: $f(x) = a + \frac{2x^2 - x - 62}{b - x^2}$ נחתכות בנקודה $(6,0)$.

- א. מצא את ערכם של הפרמטרים a ו-b.
- ב. עבור גרף הפונקציה $f(x)$ מצא את:
 1. תחום ההגדרה של הפונקציה.
 2. נקודות החיתוך עם הצירים.
 3. נקודות הקיצון של הפונקציה ואת סוגן.
 4. תחומי העליה והירידה.
 5. האסימפטוטות המקבילות לצירים.
- ג. שרטט את גרף הפונקציה $f(x)$.

סעיפי חקירה מתקדמים המתייחסים לחקירה שבוצעה

(לתלמידי 4 יח' מומלצים רק סעיפים: ד', ו', ז', ח', ט', י', יב', יג')

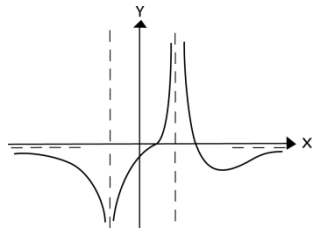
- ד. שרטט את גרף הנגזרת $f'(x)$.
- ה. מצא באילו תחומים מתקיים: $f(x) \cdot f'(x) < 0$.
- ו. מצא עבור אילו ערכי k, הישר $y = k$ חותך את גרף הפונקציה $f(x)$ בשתי נקודות.
- ז. מבלי לפתור ישירות את המשוואה, מצא כמה פתרונות יש:
 1. למשוואה: $f(x) = -2$.
 2. למשוואה: $f^2(x) = 1$.
- ח. מצא עבור אילו ערכי p, למשוואה: $f(x) = p$ יש פתרון אחד.
- ט. מגדירים פונקציה חדשה: $f(x) \cdot j(x) = 8$. מצא את משוואת הישר העובר דרך נקודת המינימום של גרף הפונקציה $j(x)$ ודרך נקודת החיתוך של הגרף עם ציר ה-x.
- י. מגדירים פונקציה חדשה: $g(x) = |f(x)|$.
 1. מבלי לבצע חקירה, שרטט את גרף הפונקציה $g(x)$.
 2. מצא את נקודות הקיצון של גרף הפונקציה ואת סוגן.
 3. מצא בכמה נקודות הנגזרת $g'(x)$ מתאפסת.
- יא. מגדירים פונקציה: $p(x) = f(x) + n$. מצא עבור אילו ערכי n, גרף $p(x)$ משיק לציר ה-x.
- יב. מגדירים פונקציה חדשה: $h(x) = -f(x)$.
 1. מבלי לבצע חקירה נוספת, שרטט את גרף הפונקציה $h(x)$.
 2. חשב את שטח המלבן הכלוא בין הישר המשיק לגרף הפונקציה $h(x)$ בנקודת המקסימום שלה, לבין שלוש האסימפטוטות של גרף הפונקציה.
- יג. מצא עבור אילו ערכי m, הישר $x = m$ אינו חותך את גרף הפונקציה המקורית $f(x)$.

הפתרונות לכל הסעיפים בעמוד הבא

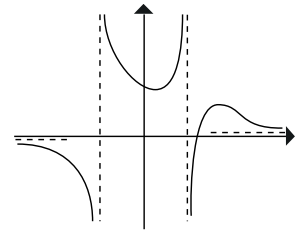
פתרונות:

א) $b = 36, a = 2$

- ב) 1. $x \neq \pm 6$ 2. $(0, 0.27), (10, 0)$ 3. $\min(2, 0.25), \max(18, 0.027)$
 4. עולה: $6 < x < 18$ או $2 < x < 6$; יורדת: $x > 18$ או $-6 < x < 2$ או $x < -6$
 5. $x = -6, x = 6, y = 0$



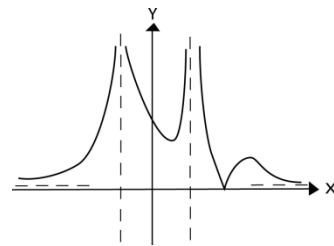
(ד)



(ג)

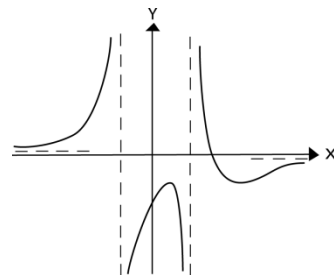
- ה) $-6 < x < 2$ או $6 < x < 10$ או $18 < x$
 ו) $0.25 < k$ או $0 < k < 0.027$ או $k < 0$
 ז) 1. שניים 2. ארבעה.
 ח) $p = 0, 0.027, 0.25$
 ט) $y = -0.25x + 2.5$

- י) 1. $\text{Min}(2, 0.25), \text{Min}(10, 0), \text{Max}(18, 0.02)$ 2. שתיים 3. שתיים.



(י)

- יא) $n = -0.027, -0.25$
 יב) 1. 2. 3 יח"ר.



יג) $m = -6, 6$