

تحية وبعد،

أمامك امتحان مركّب من أسئلة على نمط البجروت، اختيرت من كتاب أرخميدس لنموذج 582.

لكلّ الأسئلة يوجد أفلام لحلول كامله في موقع 'מתמטיקורס' في الرابط:

<https://matematiccourse.com/courses/מתכונת-ארכימדס-582-לפי-המיקוד-החדש/>

في موقع 'מתמטיקורס' يوجد أفلام حلول كاملة لكتب أرخميدس للنماذج 481، 581 و-482.

لأسئلة إضافية، يمكن شراء نسخة محوسبة سعرها مخفض لكتب أرخميدس في موقع Classoos:

<https://my.classoos.com/il/search/store/ארכימדס>

امتحان تلخيصي في الرياضيات لنموذج 035582 أرخميدس 2020

الفصل الأول: الهندسة التحليلية، المتجهات، حساب المتلثات في الفراغ، أعداد مركبة ($\frac{2}{3}$ علامة)

أجب عن إثنين من الأسئلة 1-3 (لكل سؤال $\frac{1}{3}$ علامة)

سؤال 1

من النقطة $A(-2, -4)$ يخرج مستقيمان يتقاطعان مع المحورين في النقاط B, C, D و E كما هو مبين في الرسم.

مساحة كلّ مثلث من المتلثات ΔBEO و ΔCOD تساوي 2 وحدة مساحة.

أ- جد معادلات المستقيمتين AB و AC .

ب- المستقيم $y = -2x + p$ ($4 < p$) يكون مثلث مع المستقيمتين AB و AC . نقطة

التقاء المتوسطات في المثلث تقع على المستقيم BC . جد p .

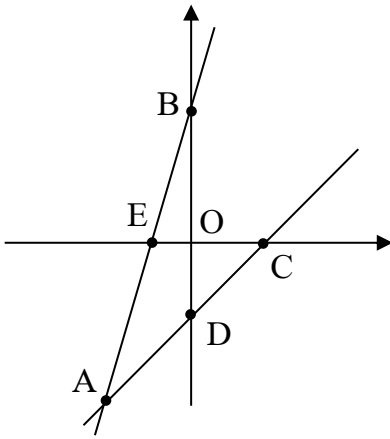
ت- المستقيم $y = -2x + p$ يقطع المحورين في النقطتين M و N .

معطاة النقطة F بحيث أنّ مساحة المثلث ΔMNF تساوي s .

المحلّ الهندسيّ لكلّ النقاط F التي بُنيت بهذه الطريقة، تقطع المحورين. بدون إيجاد

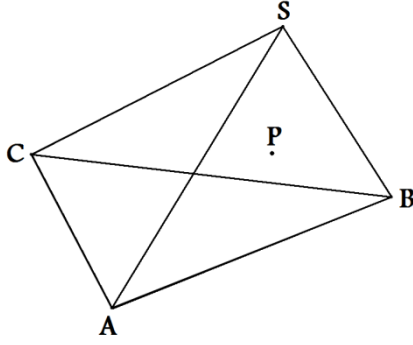
المحلّ الهندسيّ للنقاط F ، بيّن أيّ من الادّعاءات التالية هي صحيحة:

- المحلّ الهندسيّ والمحورين يمكن أن يتقاطعا في نقطة واحدة فقط.
- المحلّ الهندسيّ والمحورين يمكن أن يتقاطعا في ثلاث نقاط فقط.
- المحلّ الهندسيّ والمحورين يمكن أن يتقاطعا في اربع نقاط فقط.



سؤال 2

2. في هرم رباعي، معطاة المتجهات: $\overline{CA} = \underline{u}$, $\overline{CB} = \underline{v}$, $\overline{CS} = \underline{w}$, $|\underline{u}| = |\underline{v}| = 1$, $|\underline{w}| = \sqrt{2}$.



المتوسطات في الوجه الجانبي SAB تلتقي في النقطة P.

معطى: $\angle SCB = \angle BCA = \angle SCA = \alpha$ ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$).

أ- عبّر بدلالة \underline{u} , \underline{v} و \underline{w} عن المتجهات \overline{CP} و \overline{SP} .

ب- برهن أنّ الزاوية $\angle SPC$ هي منفرجة لكل α في المجال الذي عرّفت فيه.

ج- المتجه: $\underline{x} = \frac{(m+1)}{3} \cdot \underline{v} + \frac{(2-3m)}{4} \cdot \underline{u} + \frac{2m}{3} \cdot \underline{w}$ يخرج من

النقطة C باتجاه المستوى الموجود عليه الوجه الجانبي ABS. جد لأية قيم m المتجه \underline{x} :

1. ينتهي على المستقيم BS في نقطة التي تكون بين B و S.

2. يقطع المستوى ABS ولا ينتهي عليه.

سؤال 3

النقطة A هي بؤرة القطع المكافئ $y^2 = 2px$ ($0 < p$).

المستقيم $x = 2p$ يقطع القطع المكافئ في النقطة B الواقعة في الربع الأول وفي نقطة أخرى C.

أ- استعن في البارامتر P وجد التمثيل القطبي للأعداد Z_A , Z_B و Z_C التي تمثل النقاط A، B و C بالتلاؤم في مستوى جاوس.

ب- يُديرون رؤوس المثلث ΔABC في زاوية مقدارها 45° وبعكس عقارب الساعة. عبّر بدلالة P، حسب الحاجة، عن إحداثيات رؤوس المثلث بعد الدوران.

ت- بعد الدوران نتج أنّ اثنان من رؤوس المثلث موجودة على دائرة مركزها نقطة الأصل.

النقطة D موجودة على نفس الدائرة التي مركزها نقطة الأصل.

1. بيّن هل يمكن للنقطة D أن تكون موجودة على دليل القطع المكافئ $y^2 = 2px$ علّل.

2. معطى أنّ النقطة D ليست موجودة على دليل القطع المكافئ. العدد Z_D يمثل النقطة D وزاويته

(هأرغومنت سلو) هي θ ($0^\circ < \theta \leq 360^\circ$). جد مجال القيم الممكنة ل- θ .

الفصل الثاني: التزايد والتضاؤل، دوال القوى، الدوال الأسية واللوغريتمية (33 $\frac{1}{3}$ علامة).

اجب عن أحد السؤالين 4-5

سؤال 4

معطاة الدالة $f(x) = (\ln^2 x - 2 \ln x)^n$ (n هو عدد طبيعي أكبر من 1).

أ- جد مجال تعريف الدالة وحدد إذا كان يوجد لها خط تقارب. علّل إجابتك.

ب- جد إحداثيات نقاط تقاطع الخط البياني للدالة مع المحورين.

ج- على الخط البياني للدالة $f(x)$ جد إحداثيات النقاط التي تحقق $f'(x) = 0$ وحدد نوع كل نقطة: نقطة نهاية صغرى، نهاية عظمى أو نقطة تحوّل. تطرّق إلى قيم مختلفة لـ n.

د- ارسم خطين بيانيين للدالة $f(x)$ في الحالات التي فيها $n = 2k$ أو $n = 2k + 1$ ، k عدد طبيعي.

هـ- معطى: $\int_1^{e^2} f(x) dx < 0$. ارسم خطاً بيانياً لدالة المشتقة $f'(x)$.

و- أمامك ثلاثة تعبيرات رياضية. بيّن لأيّ منها توجد أكبر قيمة. علّل إجابتك.

$$1. \int_1^{e^2} f'(x) dx \quad 2. \int_1^{e^3} f'(x) dx \quad 3. \int_{0.5}^{e^2} f'(x) dx$$

سؤال 5

معطاة عائلة الدوال: $f(x) = \frac{x^2}{e^x + (-1)^n \cdot x^2}$ لكل n طبيعي.

أ- بيّن هل توجد قيم لـ n التي بها تكون الدالة معرفة لكل x. فسّر.

ب- جد إحداثيات نقاط تقاطع الدالة $f(x)$ مع المحورين.

ج- معطى أنّ حلّ المعادلة: $e^x = x^2$ هو: $x = -0.7$.

طرّق إلى قيم مختلفة لـ n وجد لعائلة الدوال $f(x)$:

i. إحداثيات النقاط القصوى وحدد نوع هذه النقاط.

ii. خطوط التقارب الموازية لمحور x.

د- ارسموا خطوطاً بيانية للدالة $f(x)$ لقيم n مختلفة.

هـ- عندما يكون $n = 11$ نحصل على الدالة $g(x)$. عندما يكون $n = 28$ نحصل على الدالة $h(x)$.

بيّن هل يتحقّق $h(k) < g(k)$ ؟ فسّر إجابتك (k هو عدد طبيعي)

نتمنى لك النجاح