

שאלות אמריקאיות בנושא מספרים מרוכבים

לפניך שאלות סיכום אמריקאיות בנושא מספרים מרוכבים לקראת בחינות המתכונת והבגרות. בשאלות שבהן מופיעים הפרמטרים a ו- b , הם מייצגים מספרים ממשיים.

שים לב! בכל שאלה, מופיעות ארבע טענות המתייחסות לנתונים. **יתכן שיש יותר מטענה אחת נכונה.** בכל שאלה הקף את כל הטענות הנכונות.

מורים המעוניינים להצטרף לרשימת התפוצה של ארכימדס ולקבל חינם חומרי לימוד ומבחנים יכנסו לקישור: <https://www.archimedesbooks.co.il/> וימלאו את טופס ההצטרפות בתחתית העמוד באתר. פניה להזמנות מרוכזות של ספרינו לתיכון במייל: archimedes100@gmail.com או במספר: 052-2285566.

1. זוויותיו של משולש הן: α , β ו- γ . נתון המספר: $Z_1 = \text{cis}\alpha \cdot \text{cis}\beta \cdot \text{cis}\gamma$.

א. המספר Z_1 נמצא על ציר ה- y .

ב. המספר Z_1 נמצא על ציר ה- x .

ג. עבור כל n טבעי, המספר Z_1^n נמצא על מעגל היחידה.

ד. אם קיים מרובע שזוויותיו הן: 1.5α , 1.5β , 4.5γ ו- δ אז המספר $Z_2 = \text{cis}\delta$ נמצא ברביע השני.

2. נתונים המספרים: $Z_1 = \frac{4i-2}{i}$ ו- $Z_2 = -\frac{1+3i}{1+i}$. בשאלה זו אין צורך למצוא ארגומנטים כלשהם.

א. המספר $\frac{Z_1}{Z_2}$ נמצא על ציר ה- x במישור גאוס.

ב. הישר $Z_1 Z_2$ עובר בראשית הצירים במישור גאוס.

ג. המספר $Z_1 + Z_2$ נמצא על מעגל קנוני ששטחו 5π יח"ר.

ד. המספר $i \cdot Z_2$ נמצא ברביע הרביעי במישור גאוס.

3. זוויותיו של מרובע הן: α , β , γ ו- δ . נתון: $Z_1 = \text{cis}\alpha \cdot \text{cis}\beta \cdot \text{cis}\gamma \cdot \text{cis}\delta$, $Z_2 = \frac{\text{cis}\alpha \cdot \text{cis}\beta}{\text{cis}\gamma \cdot \text{cis}\delta}$.

א. המספרים Z_1 ו- Z_2 נמצאים על אותו מעגל קנוני במישור גאוס.

ב. המספרים Z_1 ו- Z_2 אינם נמצאים על אותו מעגל קנוני במישור גאוס.

ג. אם המרובע הוא טרפז אז יתכן שהמספר Z_2 נמצא על ציר ה- x .

ד. אם המרובע הוא טרפז שווה שוקיים אז יתכן שהמספר Z_2 נמצא על ציר ה- y .

4. פתרונות המשוואה $Z^2 + Z(2+4i) + 40i - 30 = 0$ הם המספר Z_1 שהארגומנט שלו α והמספר Z_2 שהארגומנט שלו β ($0 < \alpha < \beta < 0$).
 א. הישר $Z_1 Z_2$ עובר דרך ראשית הצירים במישור גאוס.
 ב. המספרים Z_1 ו- Z_2 נמצאים באותו הרביע במישור גאוס.
 ג. המספרים Z_1 ו- Z_2 נמצאים על אותו מעגל קנוני במישור גאוס.
 ד. מספר שהארגומנט שלו הוא $\alpha + \beta$ נמצא מעל ציר ה- x .
5. נתון המספר $Z_1 = x + iy$ שהארגומנט שלו θ ($0^\circ < \theta < 90^\circ$). נתון המספר $Z_2 = y + xi$.
 א. הארגומנט של המספר Z_2 הוא $90^\circ - \theta$.
 ב. המספר $Z_1 \cdot Z_2$ בהכרח רחוק יותר מראשית הצירים מאשר המספר Z_1 .
 ג. ניתן לקבוע באיזה רביע נמצא המספר Z_2^4 במישור גאוס.
 ד. המספר $\frac{Z_1}{Z_2}$ נמצא מימין לציר ה- y במישור גאוס.
6. נתון המספר: $Z_1 = -\text{cis}76$.
 א. המספר Z_1 נמצא ברביע הראשון במישור גאוס.
 ב. המספר Z_1 נמצא ברביע הרביעי במישור גאוס.
 ג. המספר Z_1 נמצא על מעגל קנוני שרדיוסו 1 במישור גאוס.
 ד. אחד מפתרונות המשוואה $Z^n = Z_1$ נמצא ברביע השני עבור כל n טבעי גדול מ-3.
7. המספרים: $Z_1 = 2a + 4bi$ ו- $Z_2 = -2b - ai$ נמצאים בנקודות שונות על ישר העובר דרך ראשית הצירים במישור גאוס. נתון: Z_1 נמצא ברביע הראשון.
 א. הארגומנט של המספר Z_1 הוא 45° .
 ב. הארגומנט של המספר Z_2 הוא 315° .
 ג. המכפלה $Z_1 \cdot Z_2$ היא מספר הנמצא ברביע הרביעי במישור גאוס.
 ד. אם המספר $\overline{Z_1}$ נמצא בנקודה A והמספר $i \cdot Z_2$ נמצא בנקודה B אז ראשית הצירים נמצאת על המשכו של הקטע AB.

8. נתונים המספרים: $Z_1 = 2\text{cis}40$, $Z_2 = 3\text{cis}25$ ו: $Z_3 = Z_2^2 \cdot Z_1$. הטענות הבאות מתייחסות ל- n טבעי.

א. המספר Z_3^{4n+1} נמצא על ציר ה- y במישור גאוס.

ב. המספר Z_3^{4n+1} נמצא על ציר ה- x במישור גאוס.

ג. רק עבור n זוגי המספר Z_3^{6n+2} נמצא על ציר ה- x במישור גאוס.

ד. רק עבור n אי זוגי המספר Z_3^{6n+2} נמצא על ציר ה- y במישור גאוס.

9. המספרים $Z_1 = -a + 2bi$ ו: $Z_2 = b - 2a + (b+a)i$ נמצאים בנקודות שונות על ישר העובר דרך

ראשית הצירים במישור גאוס.

א. בהכרח מתקיים: $|Z_2| < |Z_1|$.

ב. המספרים Z_1 ו- Z_2 נמצאים על הישר $y = -x$ במישור גאוס.

ג. קיימים ערכי n שעבורם המספר $(Z_2)^n$ נמצא על ציר ה- x .

ד. המספר $Z_3 = Z_1 + Z_2$ אינו נמצא על המשכו של הקטע $Z_1 Z_2$.

10. נתונים המספרים: $Z_1 = \frac{a}{i+b}$, $Z_2 = a+bi$ ו: $Z_3 = Z_1 \cdot Z_2$.

א. אם Z_1 הוא מספר ממשי טהור אז הוא נמצא על מעגל קנוני במישור גאוס.

ב. אם Z_1 הוא מספר מדומה טהור אז המספר Z_2 הוא מספר ממשי טהור.

ג. אם $1 < a < b$ אז ניתן לקבוע באיזה רביע במישור גאוס נמצא המספר Z_3 .

ד. אם $1 < a < b$ אז המספר Z_1 נמצא בהכרח ברביע הראשון במישור גאוס.

תשובות:

(1) ב', ג'. (2) א', ב', ג', ד'. (3) א', ג', ד'. (4) ג', ד'. (5) א', ד'. (6) ג', ד'. (7) א', ד'. (8) א'. (9) ב', ג'. (10) ב', ג'.

מורים המעוניינים להצטרף לרשימת התפוצה של ארכימדס ולקבל חינם חומרי לימוד ומבחנים יכנסו לקישור: <https://www.archimedesbooks.co.il/> וימלאו את טופס ההצטרפות בתחתית העמוד באתר.