היכרות עם הספר "בכיוון הנכון עם ארכימדס" לכיתה ח'

הספר נכתב כמענה לצורכי ההוראה העדכניים במתמטיקה בכיתה ח'. בשני כרכי הספר קיים מגוון רחב ועשיר של שאלות ותרגילים, כמענה לתלמידים **המיועדים ללמוד בכיתה י' ברמות 4 ו־5 יחידות לימוד**. הספר נכתב לאחר ביצוע שיח מעמיק עם צוותי הוראה של עשרות חטיבות ביניים. כחלק מהתהליך בוצעו לימודי פיילוט של פרקים מהספר בקבוצות לימוד בחטיבות ביניים בארץ.

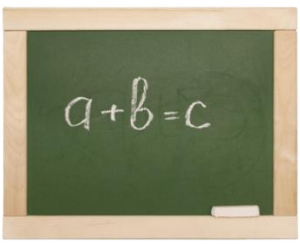
אילו עקרונות הנחו אותנו בכתיבת הספר?

- **התאמה לדגשי ההוראה העדכניים ולתוכנית הלימודים החדשה בתיכון:** כפי שמפורט בעמוד הבא.
- **מקצועיות:** הסברים "בגובה העיניים" המשלבים דוגמאות פתורות, התנסויות מוחשיות ושרטוטים צבעוניים המאפשרים למידה מעמיקה ונוחה בכיתה. סגנון הכתיבה של ההסברים מאפשר לתלמידים שנעדרו מהשיעור ולהוריהם להשלים את החסר בכוחות עצמם.
- **הדרגתיות:** כל פרק נפתח בשאלות ברמת הבסיס המאפשרות לכיתה "נחיתה רכה". עם התקדמות הפרק רמות המורכבות והקושי עולות בהדרגה. בסיום הפרק מופיעות שאלות המיועדות לתלמידים מיומנים ולכיתות מתקדמות.
- **עקרון הספירליות:** התלמידים נחשפים לאותו נושא או לרעיון מתמטי אשר חוזרים ומהדהדים שוב ושוב בפרקים מתקדמים יותר כדי לאפשר לתלמידים הרחבה, אינטגרציה וגיבוש. בכל חשיפה מתווסף רובד נוסף של העמקה לצורך פיתוח הדרגתי של פרספקטיבה מתמטית רחבה על כלל הנושאים.
- **אוריינות מתמטית ורלוונטיות לחיי היום־יום:** בפרקים מופיעות שאלות אוריינות רבות המציגות סוגיות מן המציאות. מטרתן לפתח את היכולת של התלמידים להבין בעיה מורכבת מעולם המציאות, לזהות כיצד המתמטיקה יכולה לסייע בפתרונה ולבנות תוכנית מסודרת לפתרון.

- **נגישות לתלמידים ולמורים:** הספר צבעוני, מרווח, מזמין ונעים לעין.

אילו עקרונות הנחו אותנו בכתיבת המדריך למורה?

- **תכליתיות:** ציפייה מרכזית שעלתה בשיח עם צוותי ההוראה היא הצורך במדריך תכליתי, ממוקד ונוח לשימוש, כדי לא להכביד ולהעמיס על צוותי ההוראה במהלך ההכנה לשנת הלימודים ולשיעורים עצמם. לפיכך בחרנו לעסוק במדריך בנושאים ובשאלות שלהבנתנו נכון להתעמק בהם. בכל פרק יופיע פתרון מלא ומפורט לשאלות העמקה אלו.



- **ההמלצה שלנו - ההחלטה בידי המורה:** במדריך מתווה מומלץ לסדר הלימוד והמלצות שלנו לאופן שבו כדאי להציג את הנושא ולתרגל אותו לאורך הפרק. צוותי ההוראה, לאור ניסיונם ומתוך היכרותם עם הכיתות, יוכלו לבחור אילו המלצות ברצונם לאמץ.

כיצד הותאם הספר לדגשי ההוראה העדכניים ולתוכנית הלימודים החדשה בכיתה י'?

בשנים האחרונות הוכנסו בתוכנית הלימודים עדכונים ודגשים מהותיים, במיוחד **מתוך הכנה**. צוותי ההוראה זקוקים לספר לימוד עדכני שיקל על מהלך ההוראה בכיתה בפרקטיקה, וירכז את כל החומרים העדכניים :

- **שאלות המשלבות גיאומטריה אוקלידית וגיאומטריה אנליטית** - שאלות מסוג זה הן צורך משמעותי של צוותי ההוראה. הן רלוונטיות במיוחד עבור תלמידים המיועדים ללמוד ברמת 4 יחידות לימוד בתוכנית הלימודים החדשה, בה הגיאומטריה האוקלידית והאנליטית נלמדות באופן משולב. נציין כי הנושא חשוב גם לתלמידי 5 יחידות לימוד, שעבורם הגיאומטריה האנליטית היא חלק משמעותי מהחומר לבחינת הבגרות בתוכנית החדשה.

- **פרק מבוא לפונקציות כלליות**: בשנים האחרונות, משיקולים שונים, בין היתר בשל מגפת הקורונה ובשל המצב הביטחוני, הועברו נושאים מכיתה ז' לכיתה ח'. בתוך כך, מרבית הכיתות לומדות את פרק המבוא לפונקציות בפועל בכיתה ח', על אף שהוא מופיע בספרי כיתה ז'. כדי לגשר על הפער, הוכנס פרק המבוא לפונקציות לכרך א' של הספר לכיתה ח', כך שנוח יהיה ללמדו גם בכיתה ח'.

- **הפונקציה הקווית כשער לעולם הפונקציות - פיתוח חוש לפונקציות:**
  - בנושא הפונקציה הקווית המעבר מפונקציות מהצורה $y = m \cdot x$ לפונקציות מהצורה $y = m \cdot x + b$ מוסבר על ידי **הזזה אנכית**, אם כי לא נשתמש במונח זה משיקולים פדגוגיים. ההזזה האנכית מהווה כלי מטרים למגוון ההזזות שיילמדו בכיתה ט', והוכנסה לספר כאחת ממטרות העל של תוכנית הלימודים החדשה בתיכון.
  - בספר פרק ייעודי שכל מטרתו היא **היכרות עם הייצוג f(x)**, שעלה בשיח מול צוותי הוראה כמוקד בלבול וקושי עבור התלמידים. הפרק מציג את הייצוג ומתרגל שימוש בו בהקשרים שונים. הפרק חיוני בשל השימוש הנרחב בתוכנית הלימודים החדשה בתיכון בייצוג $f(x)$ ובהמשך בייצוגים $f'(x)$, $-f(x)$, $f(x-1)$ ואחרים. הפרק גם מהווה פלטפורמה לתרגול תתי נושאים קודמים בפונקציה קווית.
  - הנחלת הביטוי **חקירת פונקציה** כבר בכיתה ח', עבור סדרת הבדיקות שהתלמידים מבצעים בפונקציה קווית (שיעורי נקודות החיתוך עם הצירים, עלייה וירידה, וכך הלאה).

- **שאלות בסגנון הרלוונטי כיום בחטיבה, תוך הכנה לתוכנית הלימודים החדשה בתיכון:**
  - הפרקים נכתבו בדרך של הבניית הידע ("הצמחה" ולא "הצנחה"). באופן זה, התנסויות, המחשות ושאלות חקר מסייעות לתלמידים להגיע לתובנה לפני הופעת ההסבר הרשמי בספר.
  - בספר מגוון עשיר של שאלות **אוריינות** מתמטית, שאלות **חקר** ו**רלוונטיות** לחיי היום־יום.
  - שאלות שבהן מופיעות **טענות נכונות ושגויות**, סעיפי הבנה וחשיבה ש**אינם דורשים כתיבה וחישוב**.
  - ניתן לחלק את השאלות בפרקים באופן גס לשני סוגים :
    - **שאלות מדורגות** שבהן התלמיד נדרש לבצע בכל סעיף מהלך אחד או שניים בלבד. שאלות אלו יסייעו לתלמידים ברמת מיומנות נמוכה ובינונית להתקדם עם השאלה ולהגיע לתוצאות.

- **שאלות שאינן מדורגות** מיועדות לתרגול מתקדם יותר של החומר.

כיצד הותאם הספר לצרכי צוותי ההוראה בשטח?

הספר נכתב במודל שאנו מכנים "**מודל הבּוּפֶה**": כל פרק הוא בּוּפֶה, ובו מענה לרמות מיומנות שונות של כיתות פוטנציאליות ושל תלמידים ספציפיים. כפי שלא ניתן לאכול את כל המבחר שהוכן לנו בארוחת בּוּפֶה, כך אין כל ציפיה שתלמיד או כיתה כלשהי, יפתרו את כל הפרק.

בעבר נהגו להתייחס לרמות לימוד באופן דיכוטומי יחסית: הקבצה א' לעומת הקבצה ב'. כיום הרכב הכיתות בחטיבה מושפע ממשתנים רבים, בין היתר מיצירת הקבצות "הזדמנות" לתלמידים שיוכלו לעמוד ברף לרמת 4 יח' או לרמות 5 יח'. מעשית, מלבד כיתות מחוננים, מופת ודומותיהן, כיום קשה יותר ליצור פרופילים מובהקים של רמות מיומנות בחטיבה. מודל הבופה מספק מענה למצב זה של קשת רחבה של רמות מיומנות, בהתאם ל**שיקול הדעת של המורה בכיתה ספציפית**:

בכיתות ברמת מיומנות **גבוהה** יוכל צוות ההוראה להסתפק בהיקף מצומצם של תרגול ברמת הבסיס ולהשקיע במיוחד בשאלות מתקדמות יותר, שהן ההישג הנדרש עבור **אותם תלמידים**.

בכיתות ברמת מיומנות **נמוכה** יוכל צוות ההוראה להרחיב בתרגול ברמות בסיסית ובינונית, שהן ההישג הנדרש עבור **אותם תלמידים** המיועדים לרמת 4 יחידות לימוד, ואף "לטעום" משאלות מתקדמות יותר בהמשך הפרק. בכל רמת מיומנות בקשת הרחבה שבין קצוות אלו, יוכל צוות ההוראה לעשות התאמות עצמאיות.

כיצד בנויים הכרכים של הספר?

בספר מופיע **כל החומר הכלול בתוכנית הלימודים** במתמטיקה לכיתה ח'. שני הכרכים א' וב' נכתבו בהתאם לסבבים 1, 2 ו-3 במבנה הספירלי של תוכנית הלימודים בכיתה ח'. בהתאם, הכרכים עוסקים בתחומים החשבוני, האלגברי והגיאומטרי. הפרקים המשתייכים לאותו תחום, מופיעים ברצף כדי לאפשר לצוותי ההוראה גמישות בבחירת מתווה הלימודים. **הסדר שלפיו אנו ממליצים ללמד** את הנושאים בכל כרך מופיע בתרשימי התקדמות הלימוד במדריך זה, בהקדמה לכל כרך.

בין פרקי הלימוד מופיעים עמודי תרגול בשם **"עצירה להתרעננות'**. מרביתם מזמנים תרגול חוזר בנושאים שנלמדו השנה אך חלקם מציעים תרגול בנושאים של כיתה ז' כהטרמה לנושא חדש. כחלק מהמבנה הספירלי של הספר, הם מאפשרים "לשמור על הגחלת" של נושאים קודמים, אשר עתידים להופיע שוב בפרקים הבאים.

בסיום כרך ב' מופיעות **6 הערכות מסכמות** במתכונת של מבחן שנתי מסכם, לשימוש בכיתה או בעבודת הקיץ.

כיצד בנויים הפרקים בספר?

כל פרק נפתח במסגרות צהובות ובהן מוצגים הנושאים שבהם יעסוק הפרק, הסברים, מונחים, דוגמאות פתורות, שרטוטים והתנסויות מוחשיות. אנו ממליצים להציג בפני הכיתה את כל הדגשים והמונחים המופיעים במסגרות הצהובות, לפי הסדר שבו הם מופיעים, מכיוון שהתלמידים יידרשו להשתמש בהם בהמשך הפרק.

לאחר ההסברים יופיעו שאלות ראשונות ברמת הבסיס, המאפשרות לכיתה "נחיתה רכה" בנושא החדש. עם התקדמות הפרק רמות המורכבות והקושי עולות בהדרגה.

בהמשך הפרק יופיעו מסגרות צהובות נוספות, עם הסברים, חידודים, הבהרות ודוגמאות. כל המידע המופיע בהן כלול בתוכנית הלימודים.

בפרקים מופיעות מסגרות כחולות להעשרה בנושאים שונים הקשורים בהיסטוריה של המתמטיקה ובתפקיד שהיא ממלאת בעולם, לצד חידות, מבזקי "הידעת?!" וכיו"ב. המסגרות הכחולות נועדו לעורר בתלמידים סקרנות ועניין. המידע המופיע בהן **אינו כלול בתוכנית הלימודים**, וההחלטה אם להציג אותו בפני הכיתה היא לפי שיקול הדעת של המורה.

בחלקו האחרון של כל פרק מופיעות שאלות המיועדות לתלמידים מיומנים ולכיתות מתקדמות.

הפרקים מסתיימים במסגרת צהובה של סיכום הפרק.

אילו סימונים כדאי להכיר בספר?

מרבית השאלות בספר מיועדות לרמת הכיתה. כדי להקל על המורה בסיווג השאלות בחרנו בסימונים אלו:

שאלות המסומנות באיור  הן שאלות העמקה שיש בהן הזדמנות לתובנה מעניינת או להיבט ייחודי.

שאלות המסומנות בכוכבית (*) מיועדות לתלמידים מיומנים ולכיתות מתקדמות.

שאלות המסומנות באיור  מיועדות לתלמידים מיומנים במיוחד המעוניינים באתגר משמעותי.

מה כדאי לדעת לגבי סדר הלימוד המומלץ?

- לאור השיח עם צוותי ההוראה, בחרנו לפתוח את השנה עם חזרה בנושא משוואות מכיתה ז' ובמקביל עם מבוא לפונקציות. שני נושאים אלו מאפשרים נקודת יציאה נוחה לנושא המרכזי של מחצית א' - הפונקציה הקווית - **כגשר בין כיתה ז' לבין כיתה ח'**. פרקים אלו מאפשרים למורה היכרות ראשונית עם רמת המיומנות של הכיתה ומיפוי ראשוני של הקשיים בכיתה.
- לאורך מרבית השנה אנו ממליצים ללמד **לכל היותר שני נושאים במקביל**. זאת כדי לאפשר לתלמידים, במיוחד למתקשים שבהם, למידה ממוקדת ועקבית יותר.

אילו חומרי לימוד מלווים את הלמידה בספר?

באתר **'הוצאת ארכימדס'**, בעמוד של הספר "בכיוון הנכון עם ארכימדס לכיתה ח'", יש גישה ל"מרחב ההוראה", ובו זמינות לצוותי ההוראה חוברות לתרגול נוסף ומבחנים ב־2 רמות לימוד לפי פרקי הספר.

הגישה בקישור https://bit.ly/3WtvPoN או בסריקת הברקוד משמאל.

אילו שאלות כדאי לבחור לעבודת כיתה / בית?

בכל פרק אנו ממליצים אילו שאלות כדאי לתת כעבודת בית. השאלות שאינן כלולות בהמלצה לעבודת הבית, מיועדות לעבודת הכיתה. עם זאת, הבחירה בפועל, אילו שאלות ייכללו בעבודת הכיתה, היא כמובן בידי המורה בכיתה, מתוך שיקולי זמן ורמת המיומנות של התלמידים.

הפרק האחרון בספר, "אתגר ה־10", מציע מגוון שאלות חשיבה ברמת קושי גבוהה המיועדות לתלמידים מתקדמים ולכיתות ברמת מיומנות גבוהה. ניתן להפנות את התלמידים לפתור את האתגר בסיום העבודה על כרך א' או לבחור משם שאלות נקודתיות ולתרגל אותן לסיכום פרק כלשהו.

אילו אתרים ברשת יוכלו לסייע לי בהוראה בכיתה ח'?

- תוכנית הלימודים במתמטיקה לכיתה ח' בקישור https://bit.ly/3BJZXQI.
- פינת המפמ"ר במתמטיקה בקישור https://bit.ly/3LGuLq3.
- המרכז הארצי למורים למתמטיקה בחינוך העל יסודי בקישור https://bit.ly/3ScEo2q.
- קמפוס IL במתמטיקה בקישור https://bit.ly/3dCOSJs.

ברצוני להודות ...
לד"ר ענת שילה על הייעוץ הפדגוגי.
לד"ר עדי בן-צבי על הייעוץ המקצועי.
לאורית מסינגר על העריכה הלשונית.
לקארין קופרמן על הייעוץ הגרפי.
לניר קסטוריאנו על הסיוע המקצועי.
לדניאל בויאנג'ו וליוחאי לוי על העריכה, על הגרפיקה ועל הייעוץ המתמטי.
לצוות המקצועי - עומר קדרון, ניר קסטוריאנו, שי סלטו, אופיר אהרוני, ינון דוידוב, גלעד בן אפרים, שקד שגב, טל שדה, דרור חבה, שקד רייכמן ועדי רז - על תרומתם בהגהה המקצועית ובדיקת ההסברים והשאלות.
לליטל דבש-אשכנזי ולנועם פרץ על תרומתם היצירתית בהכנת הכריכה של הספר.
ליואב בלוך על סיועו בהבאת הספר לדפוס.

בהצלחה!
אסף לוי
חולון, מאי 2024

תוכן עניינים - בכיוון הנכון עם ארכימדס לכיתה ח' - כרך א'

תחום גיאומטרי

כרך א׳ - תרשים סדר הלימוד

לפניכם המלצתינו לסדר הלימוד בכרך א׳. לצד המסגרות מופיע מספר שעות הלימוד המומלץ.

תחום אלגברי
36 שעות לימוד

- פרק 1: משוואות - חזרה — 2 ש׳
- פרק 2: מבוא לפונקציות — 2 ש׳
- פרק 3: קצב השתנות של פונקציה — 2 ש׳
- פרק 4: הפונקציה הקווית $y = mx$ ויחס ישר — 3 ש׳
- פרק 5: הפונקציה הקווית $y = mx + b$ — 2 ש׳
- פרק 6: ייצוג של פונקציה בתור $f(x)$ — 2 ש׳
- פרק 7: נקודות החיתוך של ישר עם הצירים — 2.5 ש׳
- פרק 8: מציאת משוואת ישר — 3 ש׳
- פרק 9: ישרים מקבילים לצירים — 1.5 ש׳
- פרק 10: נקודת החיתוך בין ישרים — 2 ש׳
- פרק 11: אי־שוויון אלגברי — 2.5 ש׳
- פרק 12: פתרון גרפי של אי־שוויון — 1.5 ש׳
- פרק 13: משוואות ואי־שוויונות עם מכנה מספרי — 3 ש׳
- פרק 14: משוואות שבהן הנעלם מופיע במכנה — 3 ש׳
- פרק 15: חוק הפילוג המורחב — 2.5 ש׳
- פרק 16: משוואות שמופיע בהן הביטוי x^2 — 1.5 ש׳

תחום מספרי
10 שעות לימוד

- פרק 17: יחס ופרופורציה — 4 ש׳
- פרק 18: קנה מידה — 3 ש׳
- פרק 19: יחס הפוך — 3 ש׳

תחום גיאומטרי
9 שעות לימוד

- פרק 20: זווית חיצונית למשולש — 1 ש׳
- פרק 21: חפיפת משולשים היכרות — 2 ש׳
- פרק 22: חפיפת משולשים שלב קדם דדוקטיבי — 2 ש׳
- פרק 23: חפיפת משולשים שלב דדוקטיבי — 2 ש׳
- פרק 24: תיכון במשולש — 2 ש׳

אשכול שאלות אוריינות, חקר וחשיבה מסדר גבוה
לשימוש **במהלך סמסטר א׳**

אתגר ה-10
אשכול שאלות חשיבה בתחומים שונים **לסיכום כרך א׳**.

פרק 1 - משוואות - חזרה

מה נלמד בפרק זה?

- נחזור על משוואות ועל שאלות מילוליות שעסקנו בהן בכיתה ז'.
- נעסוק במשוואות שאין להן פתרונות או שיש להן אין־סוף פתרונות.

שעות לימוד מומלצות לפרק זה: 2 שעות.

מהי המטרה המרכזית בפרק? חזרה על משוואות מכיתה ז' כהכנה לפרק האלגברה בכיתה ח'.

על אילו נושאים קודמים נחזור בפרק?

- משוואות ממעלה ראשונה, החל מרמת הבסיס ועד שימוש בסוגריים.
- שאלות מילוליות.

מה חשוב לי לדעת?

- בעקבות שיח מקיף עם צוותי הוראה בשטח, בחרנו לפתוח את הספר בפרק זה מארבע סיבות:
הראשונה, כיוון שהוא מאפשר **"הסרת חלודה" מחופשת הקיץ** - חזרה מגוונת על מיומנות פתרון משוואות שהיא חיונית מאוד בכיתה ח', ומהווה **גשר נוח בין כיתה ז' לבין כיתה ח'**.
השנייה, הפרק מאפשר תזכורת במיומנויות נוספות כעבודה עם מספרים שליליים וכינוס איברים.
השלישית, הפרק הוא הזדמנות לפתוח את השנה עם חזרה על פתרון שאלות מילוליות בעזרת משוואה.
הרביעית, הפרק מאפשר למורה **היכרות ראשונית עם רמת המיומנות האלגברית בכיתה**, וכך מתאפשר **מיפוי ראשוני של הקשיים בכיתה**.

- **נושא חדש** המופיע בפרק הוא מספר פתרונות של משוואה (ללא פתרונות / אין־סוף פתרונות).

- בסיום הפרק, לאחר אשכול של שאלות מילוליות בסגנון כיתה ז', מופיעות **שתי שאלות אוריינות**.

- מומלץ להזכיר לכיתה את הכתוב במסגרות הצהובות - מונחים, הסברים ודוגמאות - לפי סדר הופעתם.

- בשיעורים הראשונים מומלץ להציג בכיתה בקצרה את מבנה הספר ואת משמעות האיורים המופיעים לצד השאלות.
- **שאלות מומלצות לעבודת בית**: פרק זה ייחודי בכך שהוא מהווה חזרה על נושאי כיתה ז'. בשל כך, הבחירה הנכונה ביותר של משוואות ושאלות לעבודת הבית תהיה של המורה בכיתה מתוך היכרות עם רמת המיומנות של הכיתה. בשל שיקולי זמן אנו ממליצים לפתור בכיתה דוגמה או שתיים מכל סוג של משוואות, ואת יתר המשוואות מאותו סוג לחלק בין עבודת הכיתה לבין עבודת הבית.

לאילו נקודות כדאי לי לשים לב במהלך הפרק?

- הפרק מאפשר **תרגול הדרגתי**, מקיף ויסודי. בשאלות מרובות סעיפים מומלץ ״לטעום״ מספר סעיפים - במיוחד את הראשונים - לפי שיקול הדעת של המורה, ובהתאם לרמת המיומנות של הכיתה. מומלץ להשאיר כמחצית מהתרגול בפרק לעבודת בית. לדוגמה, ב**שאלה 1** מומלץ לפתור את הטור הימני עם הכיתה, לתת את הטור השני משמאל כעבודת כיתה, ואת השאר בתור עבודת בית.
- החל מ**שאלה 2**, בחלק מהמשוואות מופיע מכנה מספרי. הכיתה טרם עסקה במכנה משותף, ולכן יש לפתור אותן על ידי הכפלת שני האגפים במכנה. נעסוק במכנה משותף לראשונה בפרק 13.
- **שאלות 8 ו־12** הן שאלות המזמנות **חשיבה מסדר גבוה** בהקשר של משוואות.
- החל מעמוד 10 מופיע **הנושא החדש ״מספר הפתרונות של משוואה״**. עד עתה פתרו התלמידים משוואות שיש להן פתרון אחד. כעת הם נחשפים לשני מקרים נוספים: אין־סוף פתרונות ואף פתרון. שני מקרים אלו יופיעו שוב בפרקים נוספים, ולכן הצגת הנושא חשובה. **שאלות 19 ו־22** הן **שאלות חקר** שבעזרתן התלמידים עוסקים לראשונה בשני מקרים אלו, ומגיעים לתובנה לגבי מספר הפתרונות. בשאלות אלו מומלץ לחלק את הכיתה לזוגות, ולבקש מהתלמידים לפתור אותן תוך שיתוף פעולה, שיח ודיון ביניהם.
- **שאלה 21** היא **שאלת חשיבה מסדר גבוה**, ובה התלמידים מגיעים לתובנה שלא ניתן להכפיל את שני אגפי המשוואה במספר 0.
- **שאלות 30-34** מיועדות **לתלמידים מיומנים ולכיתות מתקדמות**. היקף התרגול בנושא זה בכיתה הוא לפי שיקול הדעת של המורה בהתאם לרמת הכיתה.
- **בשאלה 33 התלמידים נדרשים לקבוע** אם הפתרון חיובי או שלילי:

א. $-(8.7x+9.2x)=4.8$ ב. $\frac{1}{6}x+\frac{2}{11}x=-9.8$ ג. $-8.9x-15.2x=-6.3$

פתרון:

סעיף א׳: הפתרון שלילי. האיבר באגף הימני חיובי. כיוון שיש מינוס לפני הסוגריים באגף השמאלי, נסיק שערך הביטוי שבסוגריים $(8.7x+9.2x)$ צריך להיות שלילי. לאחר כינוס איברים, המקדם של x בתוך הסוגריים יהיה חיובי. לכן x הוא שלילי.

סעיף ב׳: הפתרון שלילי. לאחר כינוס איברים באגף שמאל, נידרש לחלק את שני האגפים במספר חיובי כדי לבודד את x. לכן הסימן באגף ימין יהיה שלילי, ולכן x הוא שלילי.

סעיף ג׳: הפתרון חיובי. לאחר כינוס איברים באגף שמאל, נידרש לחלק את שני האגפים במספר שלילי כדי לבודד את x. לכן הסימן באגף ימין יהיה חיובי, ולכן x הוא חיובי.

- **בעמוד 13** נפתח אשכול השאלות המילוליות בפרק. לאחר הדוגמה, **שאלות 35-50** מאפשרות לכיתה תרגול בפתרון שאלות מילוליות. מומלץ להדגיש לתלמידים שעליהם לתרגם את העלילה המילולית לכדי משוואה, ולאחר מכן לפתור את המשוואה. חשוב להדגיש לתלמידים לשים לב מה בדיוק התבקשו למצוא בשאלה. השאלות מסודרות לפי דרגת קושי עולה כאשר **בשאלות 35-37** הסעיפים מכוונים את התלמידים לכתיבת ביטויים אלגבריים שיובילו ליצירת משוואה. בשאלות הבאות התלמידים נדרשים לבנות את המשוואה **בעצמם**.

- **הפרק מסתיים בשתי שאלות אוריינות:**
שאלות 51-52 שייכות למדור "המתמטיקה בחיי היום־יום" שמטרתו להציג בפני הכיתה כיצד החומר הלימודי רלוונטי לחיי היום־יום ומתכתב עם המציאות עצמה. שאלות אלו מעניקות לחוויית הלמידה משמעות מעבר לפיתוח המיומנות המתמטית. בשאלות אוריינות אלו התלמידים נדרשים להבין סוגיה מציאותית ולהיעזר בחומר הנלמד בפרק כדי לפתור אותה. יש להדגיש לתלמידים ששאלות מסוג זה דורשות תשומת לב רבה **וקריאה סבלנית של "הסיפור"**.

> **"זה לא שאני כה חכם, אני פשוט נשאר עם השאלות הרבה יותר זמן."**
> אלברט איינשטיין, פיזיקאי ומתמטיקאי

פרק 2 - מבוא לפונקציות

מה נלמד בפרק זה?

- נכיר את המושג **פונקציה**.
- נכיר ייצוגים שונים של פונקציה: טבלה / גרף / ביטוי אלגברי / תיאור מילולי.
- נלמד לעבור בין הייצוגים.
- נלמד מהו **תחום הגדרה** של פונקציה.
- נלמד מהי פונקציה **עולה, קבועה** או **יורדת** בתחום כלשהו.

שעות לימוד מומלצות לפרק זה: 2 שעות.

מהי המטרה המרכזית בפרק?

מבוא לנושא פונקציות לכיתות שלא עסקו בו בכיתה ז' / חזרה עבור הכיתות שעסקו בו.

על אילו נושאים קודמים נחזור בפרק?

- מפורטים בחלק העליון של הדף.

מה חשוב לי לדעת?

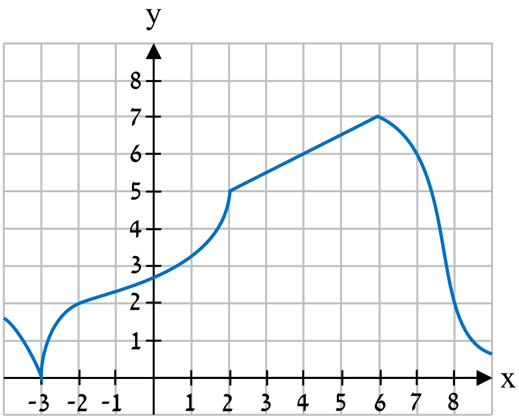
- הפרק מציג את יסודות נושא הפונקציות כהכנה להעמקה בנושא הפונקציה הקווית בכיתה ח'.
- **לפני הפרק מומלץ לעבוד על "עצירה להתרעננות 1"** בעמ' 21 בנושא נקודות, אורכים ושטחים במערכת הצירים. זהו תרגול קצר של הנושא מכיתה ז': התמצאות במערכת הצירים וחישוב אורכים.
- בפרק זה הפונקציות יסומנו בעזרת האות y ללא הייצוג $f(x)$. הייצוג $f(x)$ יוצג בפרק 6.
- מומלץ להציג בכיתה את הכתוב במסגרות הצהובות - מונחים, הסברים ודוגמאות - לפי סדר הופעתן.
- **שאלות מומלצות לעבודת בית**: 3, 5, 7, 14, 16, 18, 20, 23, 27, 30, 32, 33, 37, 40, 43, 48, 49, 53.

לאילו נקודות כדאי לי לשים לב במהלך הפרק?

- הפרק נפתח בהמחשה מתחום הגיאומטריה: מציאת הקשר בין אורך הצלע של משולש שווה צלעות לבין היקפו. בחרנו בגיאומטריה **כנקודת התחלה מוחשית** ומוכרת עבור התלמידים, שבה הקשר בין שני המשתנים הוא מוכר ופשוט.
- לאחר המחשה זו מופיעה **הגדרת הפונקציה**. החל מנקודה זו והלאה, בפרקי הפונקציה בספר זה יוצגו **מונחים חדשים** (תחום, טווח ואחרים). מומלץ להקפיד ולהשתמש ככל האפשר במונחים אלו במהלך פתרון השאלות, כך שיהיו בשימוש שגור של התלמידים עצמם בשיח המתמטי בכיתה.

- **שאלות 3-2** מציעות פונקציות מעולם המציאות ומאפשרות לתלמידים לחקור את גרף הפונקציה ולזהות קשרים שונים בין ערכי ה־x לבין ערכי ה־y. מומלץ להדגיש לתלמידים ששאלות מסוג זה דורשות תשומת לב רבה **וקריאה סבלנית של "הסיפור"**.

- **בשאלה 5** סעיף ז' **עוסק בשגיאה נפוצה של תלמידים בהקשר של חיוביות ושליליות של פונקציה**. התלמידים נדרשים להתייחס בסעיף זה לערכי ה־y של הפונקציה כדי לקבוע מהם תחומי החיוביות והשליליות שלה. למעשה, הפונקציה חיובית עבור כל ערכי ה־x מלבד $x=-3$, והיא אינה שלילית עבור ערך x כלשהו. בצלאל טועה ומתייחס בטענתו לחיוביות ולשליליות של ערכי ה־x. מומלץ שלא לדלג על שאלה זו.



- **המסגרת הצהובה בעמוד 27** עוסקת **בנקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים**. לאור **הבלבול המוכר** בקרב תלמידים לגבי מיקום הספרה 0 כערך ה־x או כערך ה־y בנקודות החיתוך עם הצירים, **מומלץ לעשות עם התלמידים חזרה על הנושא ולבקש מהם שיציעו נקודות חיתוך משלהם - עם ציר ה־y בנפרד ועם ציר ה־x בנפרד**. זאת כדי לוודא שהם זוכרים אם המספר 0 נכתב כמספר השמאלי או כמספר הימני בזוג הסדור של הנקודה. **שאלות 7-6** עוסקות בנושא זה. מומלץ לבקש מהתלמידים להשתמש במונח 'זוג סדור' מנקודה זו והלאה במסגרת השיח המתמטי בכיתה. פרק 7 בספר מוקדש להעמקה בנושא זה, בהקשר של הפונקציה הקווית.

- **בעמוד 28** מופיעה לראשונה בפרק זה **טבלת ערכים חלקית**. מומלץ להסביר שבפרק זה נוכל להיעזר בטבלת הערכים כדי לקבל מידע על פונקציה, או להפך. **שאלות 11-8** עוסקות **בטבלת ערכים חלקית ברמת קושי עולה**.

- **בשאלות 10 ו־11** מומלץ לחלק את הכיתה לזוגות, ולבקש מהתלמידים לפתור את השאלה תוך שיתוף פעולה, שיח ודיון ביניהם.

- **בשאלה 11** בסעיף ג' התלמידים **נחשפים לבעייתיות של שרטוט גרף פונקציה בהסתמך על טבלת ערכים חלקית**. מומלץ לבקש מהתלמידים להסביר **במילים שלהם** מהי בעייתיות זו. ניסוח נכון יתייחס לכך שטבלת הערכים היא **חלקית** ולמעשה אינה מאפשרת לנו מידע על ערכי ה־x וה־y שאינם מופיעים בה. מומלץ להדגיש לתלמידים שבחלק מהטבלאות "נדמה לנו" שניתן לזהות חוקיות מסוימת, אך ללא מידע מדויק על כל ערכי ה־x וה־y (דבר שאינו אפשרי בטבלת ערכים חלקית כלשהי), לא נוכל להיות בטוחים שהגרף שציירנו מדויק לחלוטין. זו הכנה לקראת **ייצוג אלגברי** של פונקציה, שהגדרתו מופיעה בעמוד הבא. בייצוג אלגברי ניתן להסיק מידע על כל הנקודות (x,y) הנמצאות על גרף הפונקציה, ועל צורת גרף הפונקציה.

- **במסגרת הצהובה בעמוד 31** מופיע הסבר על הייצוג האלגברי של הפונקציה.
במסגרת הצהובה בעמוד 32 מופיעות דוגמאות למעבר מייצוג מילולי לייצוג אלגברי של פונקציה, ולהפך. **בשאלות 15-24** קיים עיסוק מעמיק ומגוון במטלות העוסקות בייצוגים אלו. עם זאת, מומלץ שהתרגילים לתרגול בכיתה ולעבודת בית ייבחרו על ידי המורה, בהתאם לרמת הכיתה ולשיקולי זמן.
בשאלה 15 בסעיף ב' התלמידים **נדרשים ליצירתיות בכתיבת שאלה דומה משלהם.** סעיפי העמקה אלו מאפשרים **עיבוד נוסף של החומר הלימודי מנקודת מבט שונה ומרעננת**.

- **במסגרת הצהובה בעמוד 35** מופיעות דוגמאות העוסקות **במציאת ייצוג אלגברי כאשר נתונה לנו טבלת ערכים חלקית של פונקציה**. מומלץ לחדד בפני התלמידים שאנו יכולים לנסות ולהסיק מהטבלה לגבי הקשר בין x לבין y, אך עלינו לזכור שייתכן שיש ערכי x ו־y נוספים שלא מופיעים בטבלה, ושאינם מקיימים את הקשר שהסקנו. לכן **הייצוג האלגברי שנוכל להסיק מהטבלה, הוא ייצוג אפשרי ואינו ודאי**. **שאלות 25-27** עוסקות בקשר שבין טבלת ערכים חלקית לבין הייצוג האלגברי של פונקציה.

- **במסגרת הצהובה בעמוד 36** מופיע לראשונה המונח "**תחום ההגדרה של פונקציה**" שהוא בעל חשיבות רבה בלימודי המתמטיקה מנקודה זו והלאה. **שאלות 28-34** עוסקות במציאת תחום הגדרה של פונקציות שונות. **במסגרת הצהובה בעמוד 38** אנו מרחיבים את הדיון לגבי תחום ההגדרה. בשלב זה אנו מסבירים לתלמידים שלעיתים המציאות עצמה היא אשר מכתיבה את תחום ההגדרה של פונקציה שקשורה בחיי היום־יום. מומלץ להציג בפני התלמידים את הדוגמאות הבאות: "נתונה פונקציה שמתאימה את עוצמת הרעש ברחוב (y) עבור מספר המכוניות בו (x)." בפונקציה זו מספר המכוניות מוכרח להיות מספר שלם שאינו שלילי. כלומר, תחום ההגדרה של הפונקציה הזו הוא ערכי x שלמים שאינם שליליים, החל מ־0. במקרה זה, המציאות היא שהגבילה את תחום ההגדרה של המשתנה x בפונקציה. **מומלץ לבקש מהתלמידים להציע פונקציות משלהם שבהן תחום הערכים של x מוגבל על ידי המציאות**.

- **במסגרת הצהובה בעמוד 40** מוצגת הפונקציה הקבועה. מומלץ להסביר לתלמידים שפונקציה קבועה היא פונקציה **נדירה** בחיי היום־יום, ובמידה מסוימת משקפת תופעת טבע או התרחשות שאין בה שינוי, ועל כן היא "פחות מעניינת". עם זאת, יש להכיר את הפונקציה הזו. לדוגמה: "נתונה פונקציה שמתאימה בין מספר האותיות בשם שלך (y) לבין הגיל שלך (x)." מספר האותיות בשם שלך אינו משתנה לאורך השנים (לרוב), ולכן עבור כל ערך x (גילך) הפונקציה תתאים אותו מספר אותיות (y). **מומלץ לבקש מהתלמידים להציע פונקציות קבועות משלהם**. **שאלות 40-38** עוסקות בנושא. בפרק 9 נעסוק לעומק בפונקציות מסוג זה.

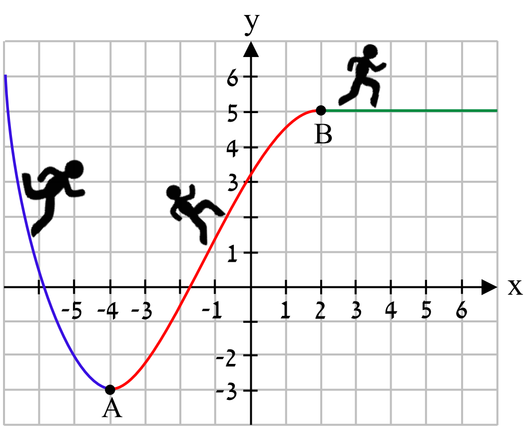
- **במסגרת הצהובה בעמוד 41** מוצג הסבר לגבי פונקציה עולה, יורדת וקבועה. **בשאלות 43-41** התלמידים נדרשים לזהות אם פונקציה עולה, יורדת או קבועה בהסתמך על טבלת ערכים חלקית. **בשאלה 44** התלמידים נדרשים לזהות כיצד נראה גרף הפונקציה בשלושת המצבים (עולה / יורדת / קבועה), בטרם קראו את הכתוב בנושא זה **במסגרת הצהובה בעמוד 43**.

- **במסגרת הצהובה בעמוד 43** מופיע איור של דמות הולכת על הגרף. איור זה ממחיש שעלייה וירידה של גרף הפונקציה תמיד ייקבעו במבט **משמאל לימין**. מומלץ להגיד לתלמידים ש"האיש שהולך על הפונקציה תמיד רוצה להגיע לערכי x הגבוהים." כלומר, האיש **תמיד הולך ימינה**: אם הוא עולה אז גם גרף הפונקציה עולה, ואם הוא יורד, אז גם גרף הפונקציה יורד. **שאלות 50-45** עוסקות בנושא זה.

- **שאלה 50** עוסקת **בשגיאה נפוצה של תלמידים בהקשר של קביעה אם הפונקציה עולה או יורדת**. לעיתים הם מתייחסים לתחום עלייה כתחום ירידה, או להפך, כאשר הם בוחנים את השינוי בערכי ה־y של הפונקציה תוך "תנועה שמאלה" על הגרף במקום ימינה. כלומר, הם שוכחים שעליהם לבדוק את השינוי בערכי ה־y כאשר ערכי ה־x הולכים וגדלים ("תנועה ימינה").

במסגרות הצהובות בעמודים 45-44 מוצגת לראשונה הכתיבה המתמטית של תחומים על ציר ה־x. החל מנקודה זו והלאה מומלץ לבקש מהתלמידים שבכל מצב שבו הם נדרשים לכתוב תחומים, גם אם לא מדובר בעלייה או ירידה של פונקציה, שישתמשו בכתיבה מוסכמת זו של תחומים. מומלץ להדגיש לתלמידים **שתחומים שבהם הפונקציה עולה/יורדת/קבועה נכתבים ביחס לציר ה־x ולא ביחס לציר ה־y**.

לדוגמה, בשרטוט המצורף, תחום העלייה הוא $-4<x<2$ **ולא התחום** $-3<y<5$.



- **שאלות 55-52** עוסקות בכתיבה מתמטית של תחומים שבהם הפונקציה עולה / יורדת / קבועה.
- **שאלה 54** מיועדת לכיתה כולה ונועדה להמחיש את הנושא **בסוגיות מציאותיות**. מומלץ לחלק את הכיתה לזוגות, ולבקש שיפתרו את השאלה תוך שיח ודיון ביניהם. בשאלת העמקה זו מוצגים תיאורים מילוליים של פונקציות מחיי היום־יום. התלמידים נדרשים לעבד את התיאור המילולי, מהיכרותם את המציאות, ולקבוע עבור כל פונקציה אם היא עולה, יורדת או עולה וגם יורדת.
- **בשאלה 56** מומלץ לחלק את הכיתה לזוגות, ולבקש מהתלמידים לפתור את השאלה תוך שיתוף פעולה, שיח ודיון ביניהם.
- **שאלות 58-56** הן שאלות מהסוג שפגשנו בפרקים קודמים. הפעם **הפונקציה מתארת התרחשות מציאותית**. הסעיפים מגוונים וכוללים בין היתר קריאת גרפים ועלייה וירידה של פונקציה. הסעיף האחרון בכל אחת מהשאלות הללו עוסק במהירות התנועה. מומלץ לתת לתלמידים להתמודד עם הסעיף ולנסות להגיע למסקנה הנכונה בכוחות עצמם. אם יתקשו, מומלץ להסביר שכאשר אנו משווים תנועה בפרקי זמן נפרדים, עלינו לשים לב לשני דברים:

  הראשון, להשוות פרקי זמן שווים - לדוגמה, שעה מסוימת ביחס לשעה אחרת. השני, לבדוק באיזה מבין פרקי הזמן השווים מרחק התנועה גדול יותר. כאשר מרחק התנועה גדול יותר עבור אותו פרק זמן, נוכל לקבוע שמהירות התנועה גדולה יותר. לדוגמה, **בשאלה 56** בסעיף ו', נוכל לראות שבין השעות 10^{00}-11^{00} השניים עברו 6 ק"מ במהלך השעה. בין השעות 11^{00}-12^{00} השניים עברו רק 2 ק"מ במהלך השעה. מכך נסיק שבין השעות 10^{00}-11^{00} הלכו השניים מהר יותר ביחס למהירות שבה הלכו בין השעות 11^{00}-12^{00}. לפיכך יובל צודקת.

פרק 3 - קצב הִשְׁתַּנּוּת של פונקציה

מה נלמד בפרק זה?

- נחזור על המושג **קצב הִשְׁתַּנּוּת** של פונקציה.
- נכיר את הפונקציה הקווית ואת הייצוג הגרפי שלה.

שעות לימוד מומלצות לפרק זה: 2 שעות.

מהי המטרה המרכזית בפרק? היכרות ותרגול בנושא קצב השתנות של פונקציה.

על אילו נושאים קודמים נחזור בפרק?

- פונקציות
- מערכת הצירים
- גרפים שימושיים

מה חשוב לי לדעת?

- **מומלץ שפרק זה יילמד לאחר פרק 2 "מבוא לפונקציות", בהתאם לתרשים סדר הלימוד.**
- מומלץ להציג בכיתה את הכתוב במסגרות הצהובות - הסברים ודוגמאות - לפי סדר הופעתן.

לאילו נקודות כדאי לי לשים לב במהלך הפרק?

- הפרק נפתח בהסבר לגבי קצב השתנות של פונקציה. בחרנו בדימוי "מדרגות" כדי להמחיש את סוגי ההשתנות האפשריים - אחיד (ליניארי) לעומת שאינו אחיד. **בשאלות 1-4** התלמידים נדרשים לאפיין את קצב ההשתנות של הפונקציות, עבור פונקציות עולות ויורדות.
- **שאלות מומלצות לעבודת בית**: 2, 4, 8, 12, 14.

- **בשאלה 5** התלמידים נדרשים לראשונה לזהות שהגרף של פונקציה שקצב ההשתנות שלה אחיד, הוא קו ישר. **המסגרת הצהובה בעמוד 60** מבהירה את התובנה הזו.

- **במסגרת הצהובה בעמוד 61** אנו מציגים לראשונה את המנה בין גובה המדרגה לבין רוחב המדרגה כחישוב קצב השינוי האחיד. **שאלות 8-6** עוסקות בכך. **שאלה 9** היא שאלת חקר שבה התלמידים מגיעים לתובנה שאין הכרח שרוחב המדרגה יהיה 1 יח'. בעזרת שאלה זו אנו מרחיבים את חישוב קצב השינוי גם למצבים שבהם רוחב המדרגה שונה מ־1 יח'. **שאלות 12-10** עוסקות בכך. **בשאלות 12-11** התלמידים נדרשים לזהות את קצב ההשתנות האחיד: כיצד שיעור ה־y משתנה כאשר שיעור ה־x גדל ביחידה אחת. לפי שינוי זה עליהם להשלים את השיעורים החסרים של הנקודות.

- **שאלות 14-13** נועדו להמחיש את הנושא **בסוגיות מציאותיות**. התלמידים נדרשים לקרוא סיפור מציאותי הכולל נתונים הקשורים בקצב ההשתנות של הפונקציה. הם גם נדרשים לשרטט גרף מתאים. מומלץ להדגיש לתלמידים ששאלות מסוג זה דורשות תשומת לב רבה **וקריאה סבלנית של "הסיפור"**.

- **שאלה 15** היא שאלת העמקה המיועדת **לתלמידים מיומנים ולכיתות מתקדמות**.

- **הפרק מסתיים בשאלת אוריינות:**
שאלה 16 שייכת למדור "המתמטיקה בחיי היום־יום" שמטרתו להציג בפני הכיתה כיצד החומר הלימודי רלוונטי לחיי היום־יום ומתכתב עם המציאות עצמה. השאלה מעניקה לחוויית הלמידה משמעות מעבר לפיתוח המיומנות המתמטית. בשאלות אוריינות כמו זו, התלמידים נדרשים להבין סוגיה מציאותית ולהיעזר בחומר הנלמד בפרק כדי לפתור אותה. יש להדגיש לתלמידים ששאלות מסוג זה דורשות תשומת לב רבה **וקריאה סבלנית של "הסיפור"**.

"ברוב המדעים, כל דור הורס את מה שבנה קודמו, ומה שביסס האחד מערער האחר. רק במתמטיקה מוסיף כל דור נדבך חדש למבנה הקיים."
הרמן הנקל, מתמטיקאי

פרק 4 - שיפוע, הפונקציה הקווית $y = mx$ ויחס ישר

מה נלמד בפרק זה?

- נעסוק בשיפוע הגרף של פונקציה קווית.
- נעסוק בפונקציות קוויות מהסוג $y = mx$.
- נלמד מהו יחס ישר.

שעות לימוד מומלצות לפרק זה: 3 שעות.

מהי המטרה המרכזית בפרק? היכרות ותרגול בנושא פונקציות קוויות מהסוג $y = mx$.

על אילו נושאים קודמים נחזור בפרק?

- פונקציות
- מערכת הצירים
- משתנים וביטויים אלגבריים

מה חשוב לי לדעת?

- **מומלץ שפרק זה יילמד לאחר פרק 3 "קצב השתנות של פונקציה", בהתאם לתרשים סדר הלימוד.**
- זהו פרק חשוב במיוחד מכיוון שבו נציג את יסודות נושא הפונקציה הקווית - ותחילה שיפוע הגרף. בספר זה אנו עוסקים תחילה בפונקציות קוויות העוברות בראשית הצירים. רק לאחר מכן, על ידי הזזה אנכית נציג פונקציות קוויות **שאינן עוברות בראשית הצירים**.
- בעוד שאנו עוסקים בהזזת גרף כלפי מעלה וכלפי מטה, בשלב זה אנו נמנעים מהמושג "הזזה אנכית".
- בפרק נציג לראשונה את המונחים: "ישר", "שיפוע הישר", "הזווית שבין הגרף לבין ציר ה־x" ו"יחס ישר". מומלץ להשתמש במונחים אלו ככל הניתן בשיעורים בכיתה כדי להטמיע אותם.

- לפני הפרק מומלץ **לעבוד על "עצירה להתרעננות 2"** בעמ' 70 העוסקת בפונקציות. בעזרת תרגול קצר של הנושא נרענן את הנושא בכיתה לפני שנעסוק בו כחלק מפרק 4. מומלץ להציג בכיתה את הכתוב במסגרות הצהובות - הסברים ודוגמאות - לפי סדר הופעתן.

- **שאלות מומלצות לעבודת בית**: 4, 7, 9, 12, 14, 16ב', 19, 21, 26, 27, 28, 29, 32, 34, 36, 39, 41, 44, 45.

לאילו נקודות כדאי לי לשים לב במהלך הפרק?

- הפרק נפתח **בהמחשה חזותית אינטואיטיבית** שמטרתה להעלות למודעות את המשמעות של שיפועים מחיי היום־יום לפני שנעסוק בהגדרה פורמלית של שיפוע במתמטיקה. כחלק מההמחשה, התלמידים מזהים את הקשר בין שיפוע לבין הזווית המתאימה לו ביחס לשיפועים ולזוויות אחרות. **שאלה 1** עוסקת בכך.

- **שאלה 2** היא **שאלת חקר מדורגת** המובילה את התלמידים לתובנה שככל שקצב ההשתנות של פונקציה קווית הוא גדול יותר, כך השיפוע גדול יותר. **המסגרות הצהובות בעמודים 72-73** מעמיקות בתובנה זו ומציגות שתי מנות שבעזרתן ניתן לחשב את השיפוע. המהות של שתיהן היא זהה אלגברית, אבל השתמשנו בשני ניסוחים לשוניים שונים: השימוש בביטוי "השינוי בערכי ה־y" הוא עיבוד מתקדם יותר למונח "גובה המדרגה". בהתאמה, השימוש בביטוי "השינוי בערכי ה־x" הוא עיבוד מתקדם יותר למונח "רוחב המדרגה". **בשאלות 3-4** התלמידים נדרשים לחשב שיפועים בעזרת המנות שהוצגו.

- **שאלה 5** היא **שאלת חקר מדורגת** העוסקת באופן ממוקד בפונקציות מהסוג $y = mx$, כהכנה **למסגרת הצהובה התחתונה בעמוד 74** הסוקרת את המסקנות לגבי סוג זה של פונקציות, שמצאנו בשאלה 5. **שאלות 6-16** עוסקות באופן הדרגתי ומגוון בפונקציות מהסוג $y = mx$, בייצוג האלגברי והגרפי שלהן. **שאלות 13-15** נועדו להמחיש את הנושא **בסוגיות מציאותיות**.

- **המסגרת הצהובה העליונה בעמוד 77** מציגה שמות שונים של הפונקציה הקווית, אך בעיקר מתייחסת לכך שניתן לכנות את הגרף של הפונקציה הקווית בשם "ישר". החל מנקודה זו והלאה נשתמש בספר בכינויים "ישר" או "גרף הפונקציה קווית" לסירוגין, הן משיקולים לשוניים נקודתיים של שאלות שונות, והן מתוך הצורך להנחיל לתלמידים את השימוש המתמטי והלשוני בשני הכינויים.

- **שאלה 17** היא **שאלת חקר מדורגת** העוסקת בתובנה לגבי הקשר שבין שיפוע חיובי של גרף הפונקציה הקווית לבין הזווית בינו לבין הכיוון החיובי של ציר ה־x. **המסגרת הצהובה התחתונה בעמוד 77** מעמיקה בתובנה זו. **שאלות 18-21** עוסקות בזיהוי ישרים לפי השיפוע והזווית.

- **שאלה 22** היא **שאלת חקר מדורגת** העוסקת בתובנה לגבי שיפוע שלילי. **המסגרות הצהובות בעמודים 79-80** מעמיקות בתובנה זו. **שאלות 23-29** עוסקות בנושא באופן מדורג ומגוון. מומלץ לחלק את הכיתה לזוגות, ולבקש מהתלמידים לפתור את השאלה תוך שיתוף פעולה, שיח ודיון ביניהם.

- **שאלה 30** היא **שאלת חקר מדורגת** העוסקת בתובנה לגבי הקשר שבין שיפוע שלילי של גרף הפונקציה הקווית לבין הזווית בינו לבין הכיוון החיובי של ציר ה־x. **המסגרת הצהובה בעמוד 82** מעמיקה בתובנה זו. **שאלות 31-37** עוסקות בזיהוי ישרים לפי השיפוע והזווית.

- **המסגרת הצהובה בעמוד 84** מציגה את ההגדרה של **יחס ישר**. נושא זה מוצג כאן לראשונה והוא חוזר ומהדהד בשני הכרכים של הספר בהקשרים רלוונטיים כמו פרופורציה, פונקציות ודמיון משולשים. **שאלות 42-38** עוסקות בנושא בהקשרים שונים. **שאלות 39-38** הן שאלות מדורגות שנועדו להמחיש את הנושא **בסוגיה מציאותית**.

- **שאלה 43** היא **שאלת חקר מדורגת** שבה נעסוק בקשר בין יחס ישר לבין פונקציה מהסוג $y=mx$.
נזכיר כי לפי ההגדרה המופיעה **בעמוד 84**, יחס ישר מתקיים בין שני גדלים חיוביים, ולכן על m להיות חיובי.

- **הפרק מסתיים בשתי שאלות אוריינות:**
שאלה 45 שייכות למדור "המתמטיקה בחיי היום־יום" שמטרתו להציג בפני הכיתה כיצד החומר הלימודי רלוונטי לחיי היום־יום ומתכתב עם המציאות עצמה.
שאלה 46 שייכות למדור "המתמטיקה בשירות המדע" שמטרתו להציג בפני הכיתה כיצד החומר הלימודי רלוונטי לתחום מדעי.
שתי השאלות מעניקות לחוויית הלמידה משמעות מעבר לפיתוח המיומנות המתמטית. בשאלות אוריינות אלו התלמידים נדרשים להבין סוגיה מציאותית ולהיעזר בחומר הנלמד בפרק כדי לפתור אותה. יש להדגיש לתלמידים ששאלות מסוג זה דורשות תשומת לב רבה **וקריאה סבלנית של "הסיפור"**.

> **"מטרת החינוך היא להחליף מוח ריק בראש פתוח."**
> - מלקולם פורבס, עיתונאי ומוציא לאור

פרק 5 - הפונקציה הקווית $y = mx + b$

מה נלמד בפרק זה?

- נעסוק בפונקציות קוויות מהסוג $y = mx + b$.
- נעסוק בהזזת גרפים של פונקציות קוויות.

שעות לימוד מומלצות לפרק זה: 2 שעות.

מהי המטרה המרכזית בפרק? היכרות ותרגול בנושא פונקציות קוויות מהסוג $y = mx + b$.

על אילו נושאים קודמים נחזור בפרק?
- הפונקציה הקווית $y = mx$
- מערכת הצירים
- משתנים וביטויים אלגבריים

מה חשוב לי לדעת?

- **מומלץ שהפרק יילמד לאחר פרק 4 "הפונקציה הקווית $y = mx$ ויחס ישר" לפי תרשים סדר הלימוד.**

- אחד היעדים בתוכנית הלימודים החדשה **בתיכון** הוא פיתוח אינטואיציה ותחושה לפונקציות. בהתאם לכך, בפרק זה הפונקציה הקווית מהסוג $y = mx + b$ מתקבלת על ידי הזזה אנכית של הפונקציה הקווית מהסוג $y = mx$. **לראשונה הכיתה פוגשת הזזה של גרף**, שתלווה את הלימודים עד סוף כיתה י"ב. לכן חשוב להטמיע את המשמעות הגרפית והאלגברית של הזזה אנכית. עם זאת, לא נעשה בשלב זה שימוש בביטוי "הזזה אנכית".

- בעזרת הזזה אנכית נציג את **משמעות הפרמטר b** במשוואת הישר, ונראה שישרים בעלי אותו שיפוע מקבילים זה לזה.

- בפרק נמשיך להשתמש במונחי היסוד: "ישר", "שיפוע הישר" ו־"הזווית שבין הגרף לבין ציר ה־x".
מומלץ להשתמש במונחים אלו ככל הניתן בשיעורים בכיתה כדי להטמיע אותם.

- מומלץ להציג בכיתה את הכתוב במסגרות הצהובות - הסברים ודוגמאות - לפי סדר הופעתן.
- **שאלות מומלצות לעבודת בית**: 3, 6, 9, 14-22, 26-28, 30, 33-41, 44, 46.

לאילו נקודות כדאי לי לשים לב במהלך הפרק?

- **שאלה 1** היא **שאלת חקר** לכל הכיתה, ובה נעסוק בהזזה של גרף הפונקציה **כלפי מעלה**. זאת בעזרת שלושת ייצוגי הפונקציה: מייצוג אלגברי לייצוג בטבלת ערכים חלקית ולסיום בייצוג גרפי. בשאלה זו הכיתה מגיעה לתובנה שהזזה כלפי מעלה קשורה במעבר מפונקציה מהצורה $y = mx$ לפונקציה מהצורה $y = mx + b$ (כאשר b חיובי).

- **המסגרת הצהובה בעמוד 95** מסבירה שהזזה של גרף הפונקציה כלפי מעלה אינה משנה את שיפוע הגרף. **שאלות 2-4** עוסקות בתובנה זו. **בשאלות 1-6** נעסוק **באופן הדרגתי בהזזה כלפי מעלה בלבד**.

- **שאלה 7** היא **שאלת חקר** לכל הכיתה, ובה נעסוק לראשונה בהזזה של גרף הפונקציה **כלפי מטה**. זאת בעזרת שלושת ייצוגי הפונקציה: מייצוג אלגברי לייצוג בטבלת ערכים חלקית ולסיום בייצוג גרפי. בשאלה זו הכיתה מגיעה לתובנה שהזזה כלפי מטה קשורה במעבר מפונקציה מהצורה $y = mx$ לפונקציה מהצורה $y = mx - b$ (כאשר b חיובי). **המסגרת הצהובה המופיעה בעמוד 97** אחרי שאלה זו, עוסקת בכך.

- **שאלות 8-10** עוסקות בקשר שבין הייצוג האלגברי של הפונקציה לבין הייצוג הגרפי שלה לאחר הזזה כלפי מטה.

- **שאלה 11** היא **שאלת חקר** לכל הכיתה, שמטרתה להוביל לתובנה לגבי הקשר בין ההזזה האנכית לבין הפרמטר b בפונקציה $y = x + b$. תובנה זו מוצגת **במסגרת הצהובה בעמוד 99** בהקשר של הזזה אנכית כלפי מעלה וכלפי מטה. בשאלה זו מומלץ לחלק את הכיתה לזוגות, ולבקש מהתלמידים לפתור את השאלה תוך שיתוף פעולה, שיח ודיון ביניהם.

- **שאלות 12-31** עוסקות באופן מגוון בערכם של הפרמטרים m ו־b ובקשר שביניהם לבין גרף הפונקציה הקווית. **שאלות 29-31** הן שאלות מדורגות שנועדו להמחיש את הנושא **בסוגיה מציאותית**.

- **המסגרת הצהובה בעמוד 104** עוסקת בכך שישרים בעלי אותו שיפוע הם מקבילים. **שאלות 32-37** עוסקות בכך.

- **שאלות 38-47** מסכמות את הפרק ואת כל הנושאים שנלמדו עד לנקודה זו בנושא הפונקציה הקווית. **שאלות 38, 40, 45-47** הן שאלות מדורגות שנועדו להמחיש את הנושא **בסוגיה מציאותית**.

הפרק מסתיים בשתי שאלות אוריינות:

שאלות 47-46 שייכות למדור "המתמטיקה בחיי היום־יום" שמטרתו להציג בפני הכיתה כיצד החומר הלימודי רלוונטי לחיי היום־יום ומתכתב עם המציאות עצמה. שאלות אוריינות מסוג זה מעניקות לחוויית הלמידה משמעות מעבר לפיתוח המיומנות המתמטית. התלמידים נדרשים להבין סוגיה מציאותית ולהיעזר בחומר הנלמד בפרק כדי לפתור אותה. יש להדגיש לתלמידים ששאלות מסוג זה דורשות תשומת לב רבה **וקריאה סבלנית של "הסיפור"**.

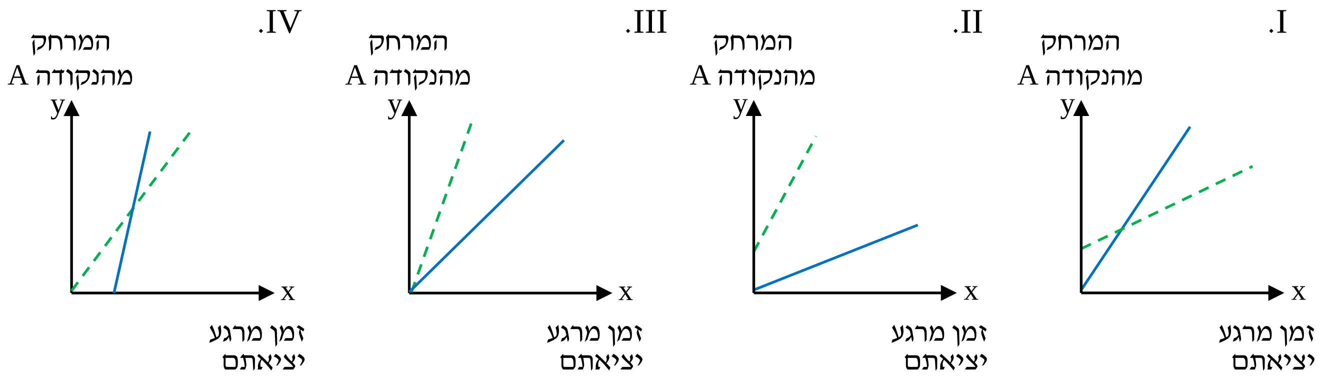
- **שאלות 45 ו־47** מיועדות **לתלמידים מיומנים ולכיתות מתקדמות**. היקף התרגול בנושא זה בכיתה הוא לפי שיקול הדעת של המורה בהתאם לרמת הכיתה. בשאלות אלו מומלץ לחלק את הכיתה לזוגות, ולבקש מהתלמידים לפתור את השאלה תוך שיתוף פעולה, שיח ודיון ביניהם.

בשאלה 45 מופיעים הנתונים הבאים:

הנקודה B על הקטע AC. שני אצנים יוצאים לריצה בו זמנית:

אורן יצא מהנקודה A לנקודה C במהירות 8 קמ"ש.

יוחאי יצא מהנקודה B לנקודה C במהירות 6 קמ"ש. הגרף המתאר את תנועתו של אורן הוא רציף, והגרף המתאר את תנועתו של יוחאי הוא מקווקו. קבעו איזה מהגרפים עשוי לתאר את תנועתם:



פתרון:

אורן יצא מהנקודה A, ויוחאי יצא מהנקודה B. ציר ה־y מתאר את המרחק מהנקודה A, ולכן הגרף הרציף שמתאר את תנועתו של אורן יתחיל מראשית הצירים, ואילו הגרף המקווקו שמתאר את תנועתו של יוחאי יתחיל מנקודה בעלת שיעור y גבוה יותר. בעזרת ההבחנה הזו ניתן להסיק שגרפים I ו־II הם הגרפים האפשריים. כמו כן מהירות הריצה של אורן גבוהה משל יוחאי, ולכן הגרף הרציף שמתאר את תנועתו יהיה בעל שיפוע גבוה יותר בהשוואה לשיפוע הגרף המקווקו שמתאר את תנועתו של יוחאי. באמצעות שתי הבחנות אלו ניתן לקבוע שהשרטוט המתאים הוא שרטוט I.

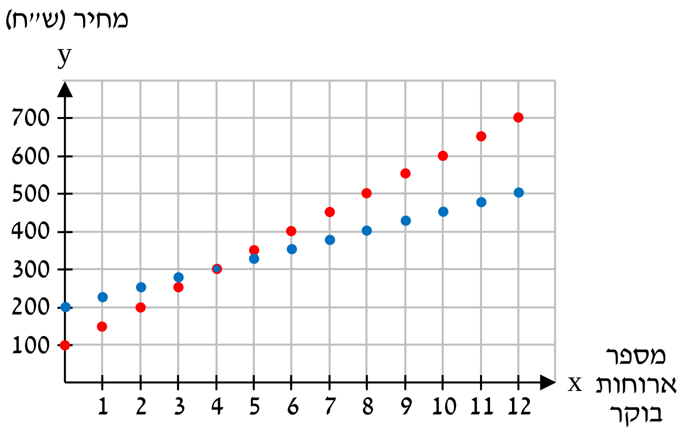
בשאלה 47 מופיעים הנתונים הבאים:

מסעדה מציעה שני סוגי מנויים לארוחות בוקר.
המנויים מתוארים על ידי שני גרפים בדידים.

ב"**מנוי המפנק**", הלקוח משלם 200 ש"ח לרכישת המנוי ו־p ש"ח עבור כל ארוחה.

ב"**מנוי הרגוע**", הלקוח משלם t ש"ח לרכישת המנוי ו־50 ש"ח עבור כל ארוחה.

ניתן לרכוש מספר ארוחות שלם בלבד.



א. איזה מנוי מוצג על ידי הגרף אדום?

ב. מצאו את p ואת t.

ג. דרור טען: "כל הנקודות המייצגות את המנוי המפנק נמצאות על אותו ישר". האם הוא צודק? הסבירו.

ד. האם כל הנקודות המייצגות את המנוי הרגוע נמצאות על אותו ישר? אם כן, מצאו את משוואתו.

ה. מבלי לפתור משוואה, מצאו מהו מספר הארוחות שעבורו העלות הכוללת שווה בשני המסלולים.

ו. בר מעוניין לרכוש 8 ארוחות אך בטעות רכש את המנוי שפחות משתלם לו. כמה כסף הפסיד?

ז. רועי מעוניין ב־32 ארוחות בוקר. איזה מנוי משתלם לו יותר? כמה ישלם בעבור מנוי זה?

ח. האם ייתכן שיונה שילמה 525 ש"ח עבור המנוי הרגוע? אם כן, ציינו כמה ארוחות רכשה.

ט. אופק שילם 475 ש"ח עבור מנוי. האם ניתן לקבוע איזה מנוי רכש? הסבירו.

י. הנהלת המסעדה שוקלת להוזיל את מחיר **הרכישה** של המנוי המפנק.
קבעו לאיזה כיוון יזוזו הנקודות שבגרף המייצג את המנוי המפנק:

i. ימינה. ii. שמאלה. iii. מעלה. iv. מטה.

יא. הנהלת המסעדה ביצעה שינוי ב**אחד** מרכיבי התשלום של המנוי המפנק. לאחר השינוי התשלום הכולל עבור שתי ארוחות שווה בשני המסלולים. מה עשוי להיות השינוי שבוצע? הסבירו.

פתרון:

סעיף א': הגרף האדום מייצג מנוי שעלותו הבסיסית (עוד בטרם נרכשו ארוחות) היא 100 ש"ח. נתון שעלות רכישת "המנוי המפנק" היא 200 ש"ח, ולכן מדובר פה על "המנוי הרגוע".

סעיף ב': בסעיף א' מצאנו שהעלות הבסיסית של המנוי הרגוע היא 100 ש"ח ולכן: $t = 100$. באמצעות כל שתי נקודות על הגרף הכחול ניתן לחשב ששיפוע הישר המחבר שווה ל־25 ולכן: $p = 25$.

סעיף ג': דרור צודק. במנוי המפנק עבור כל תוספת של ארוחה (ערך x גדל ב־1 יח'), העלות הכוללת גדלה במספר קבוע (ערך ה־y גדל ב־25 יח'). בין הנקודות נוצרות "מדרגות" זהות, ומכאן שדרך הנקודות האדומות עובר ישר, שמשוואתו: $y = 25x + 200$.

סעיף ד': כן. במנוי הרגוע עבור כל תוספת של ארוחה (ערך x גדל ב־1 יח'), העלות הכוללת גדלה במספר קבוע (ערך ה־y גדל ב־50 יח'). בין הנקודות נוצרות "מדרגות" זהות, ומכאן שדרך הנקודות הכחולות עובר ישר, שמשוואתו: $y = 50x + 100$.

סעיף ה': 4 ארוחות. מהתבוננות בשרטוט ניתן לראות שלשני הגרפים קיימת נקודה משותפת אחת ששיעוריה $(4, 300)$, ולכן עבור 4 ארוחות העלות הכוללת בשני המסלולים זהה ותהיה שווה ל־300 ש"ח.

סעיף ו': ניתן לפתור את השאלה בשתי דרכים:

הראשונה, על ידי התבוננות ניתן לראות שכאשר $x = 8$, הפער בין שיעורי ה-y של הגרפים הוא 100 ש"ח.

השנייה, נציב $x = 8$ במשוואות הישר שמצאנו בסעיפים ג' ו־ד' ונמצא שעבור 8 ארוחות העלות ב"מנוי המפנק" היא 400 ש"ח, והעלות ב"מנוי הרגוע" היא 500 ש"ח. נתון שבר רכש את המנוי הפחות משתלם, ולכן הוא שילם 500 ש"ח והפסיד 100 ש"ח.

סעיף ז': נציב $x = 32$ במשוואות הישר שמצאנו בסעיפים ג' ו־ד' ונמצא שעבור 32 ארוחות העלות ב"מנוי המפנק" היא 1,000 ש"ח, והעלות ב"מנוי הרגוע" היא 1,700 ש"ח, לכן המנוי המשתלם עבורו הוא המפנק.

סעיף ח': לא ייתכן. אם נציב את העלות הכוללת 525 ש"ח בשיעור ה־y של משוואת הישר המייצג את המנוי הרגוע, נקבל שכביכול נרכשו 8.5 ארוחות בוקר. הדבר אינו אפשרי.

סעיף ט': אופק רכש את המנוי המפנק. אם נציב את העלות הכוללת 475 ש"ח בשיעורי ה־y של שתי משוואות הישרים, רק במשוואת הישר המייצג את המנוי המפנק נקבל ערך x שלם שמתאים להיות מספר הארוחות. נוכל לפתור גם באמצעות הגרף באופן ישיר.

סעיף י': הנקודות יזוזו כלפי מטה (iv). מחיר הרכישה מיוצג בגרף על ידי נקודת החיתוך עם ציר ה־y וכיוון שאין שינוי בעלות של הארוחות עצמן השיפוע אינו משתנה. לכן השינוי היחיד הנצפה בגרף הוא הורדה אחידה של כל הנקודות כלפי מטה באופן שמשקף את המחיר ההתחלתי הנמוך יותר.

סעיף י"א: ייתכנו שתי אפשרויות. הראשונה: ייתכן שהנהלת המסעדה הורידה את מחיר רכישת המנוי. כתוצאה מכך **כל** הנקודות בגרף המייצגות את עלויות הארוחות במנוי המפנק זזו כלפי מטה כך שהנקודה המייצגת עלות עבור שתי ארוחות התלכדה עם הנקודה המייצגת את העלות עבור שתי ארוחות במנוי הרגוע; השנייה: ייתכן שהנהלת המסעדה דורשת את התשלום הקבוע המקורי בגובה 200 ש"ח, ואינה גובה תשלום עבור הארוחות עצמן, כך שהמחיר עבור שתי ארוחות יישאר 200.

פרק 6 - ייצוג של פונקציה בתור $f(x)$

מה נלמד בפרק זה?

- נכיר ייצוג נוסף של פונקציה בתור $f(x)$.
- נתרגל שאלות שונות בנושא פונקציה קווית.

שעות לימוד מומלצות לפרק זה: 2 שעות.

מהי המטרה המרכזית בפרק? היכרות עם הייצוג $f(x)$ וחזרה על הפונקציה הקווית.

על אילו נושאים קודמים נחזור בפרק?

- הפונקציה הקווית $y = mx + b$
- מערכת הצירים
- משתנים וביטויים אלגבריים

מה חשוב לי לדעת?

- **מומלץ שהפרק יילמד לאחר פרק 5 "הפונקציה הקווית $y = mx + b$" לפי תרשים סדר הלימוד.**
- בפרק זה הכיתה פוגשת לראשונה את הייצוג $f(x)$, שעלה בשיח מול צוותי הוראה **כמוקד בלבול וקושי** עבור התלמידים. הפרק מציג את הייצוג ומתרגל שימוש בו בהקשרים שונים. הפרק חיוני בשל השימוש הנרחב בתוכנית הלימודים בתיכון בייצוג $f(x)$ ובהמשך בייצוגים הנובעים ממנו בלימודי התיכון: $f'(x)$, $-f(x)$, $f(x-1)$ ואחרים.
- הפרק גם מהווה פלטפורמה לתרגול תתי נושאים קודמים בפונקציה קווית.
- מומלץ להציג בכיתה את הכתוב במסגרות הצהובות - הסברים ודוגמאות - לפי סדר הופעתן.
- **שאלות מומלצות לעבודת בית**: 3, 6, 9, 12, 15, 19.

לאילו נקודות כדאי לי לשים לב במהלך הפרק?

- **במסגרת הצהובה בעמוד 116** מוצגת **המחשה מעולם המציאות** - משאבה לתדלוק - המציגה את הצורך לראות בו זמנית את שיעור ה־x (מספר הליטרים) וגם את שיעור ה־y (עלות הדלק). **בעמוד 117** מופיע לראשונה הייצוג $f(x)$ והתועלת בו, ולצידם דוגמאות לשימוש בו.

- **שאלות 1-13** עוסקות בייצוג זה ב**תרגול הדרגתי** וכללי בנושאי הפונקציה הקווית שנלמדו עד עתה.

- **שאלות 14-17** עוסקות במצב ההדדי בין נקודה לבין גרף הפונקציה: האם הנקודה על הגרף, מתחתיו או מעליו? **שאלות 14-15** עוסקות בשאלה "האם הנקודה נמצאת על גרף הפונקציה?" **שאלה 16** היא **שאלת חקר מדורגת** לכל הכיתה העוסקת במקרים שבהם הנקודה נמצאת מעל או מתחת לגרף הפונקציה.

- **שאלה 18** נועדה להמחיש את הנושא **בסוגיה מציאותית**. מומלץ להדגיש לתלמידים ששאלות מסוג זה דורשות תשומת לב רבה **וקריאה סבלנית של "הסיפור"**.

- **שאלות 19-23** מיועדות **לתלמידים מיומנים ולכיתות מתקדמות**. היקף התרגול בנושא זה בכיתה הוא לפי שיקול הדעת של המורה בהתאם לרמת הכיתה.

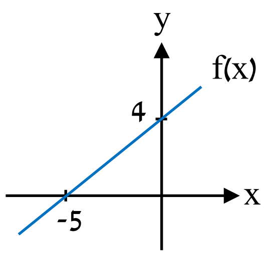
- **בשאלות 20 ו־21** מומלץ לחלק את הכיתה לזוגות, ולבקש מהתלמידים לפתור את השאלה תוך שיתוף פעולה, שיח ודיון ביניהם.

- **שאלות 22-23** הן **שאלות אתגר קשות במיוחד**, המסומנות בשתי כוכביות ומיועדות **לתלמידים מיומנים במיוחד ולכיתות מתקדמות**. הבחירה אם לעסוק בהן בכיתה היא לשיקול הדעת של המורה.

- **בשאלה 22** נתונה הפונקציה $f(x)=x-1$, והתלמידים נדרשים לחשב את ערך המכפלה האין־סופית: $f(1)\cdot f(2)\cdot f(3)\cdot \ldots$.

  פתרון: ערך המכפלה הוא 0. נשים לב שכאשר נציב בפונקציה את הערך $x=1$ נקבל: $f(1)=0$. הביטוי $f(1)$ שערכו 0 הוא אחד הכופלים במכפלה, ולכן ערך המכפלה הוא 0.

- **בשאלה 23** נתון גרף של פונקציה קווית.
התלמידים נדרשים לבחון שלוש טענות
ולקבוע אם כל אחת מהן נכונה או שגויה:



i. $f(-6)\cdot f(-1)<0$

ii. $3<f(4)\cdot f(0)$

iii. $f(0)+f(-5)<0$

פתרון:

i. הטענה נכונה: מהשרטוט ניתן לראות שהפונקציה $f(x)$ עולה.
כמו כן ניתן לראות ש: $f(-5)=0$, ולכן לכל $x<-5$ היא מקבלת ערכים שליליים ולכל $-5<x$ היא מקבלת ערכים חיוביים. מתקיים: $-6<-5$ ולכן $f(-6)<0$, כמו כן $-5<-1$ ולכן $0<f(-1)$. מצאנו שהביטוי המדובר הוא מכפלה של מספר חיובי במספר שלילי, ולכן נוכל להסיק ש: $f(-6)\cdot f(-1)<0$.

ii. הטענה נכונה: הפונקציה $f(x)$ עולה, ולכן לכל $0<x$ היא מקבלת ערכים גדולים מ־$f(0)$.
מהשרטוט ניתן לראות ש: $f(0)=4$, ולכן כיוון ש־$0<4$, ניתן להסיק שמתקיים: $4<f(4)$. מכאן נובע ש: $16<f(4)\cdot f(0)$ ובפרט מתקיים גם: $3<f(4)\cdot f(0)$.

iii. הטענה שגויה: מהשרטוט ניתן לראות ש: $f(0)=4$ ו־$f(-5)=0$, ולכן: $f(0)+f(-5)=4$ ובפרט לא מתקיים: $f(0)+f(-5)<0$.

פרק 7 - נקודות החיתוך של ישר עם הצירים

מה נלמד בפרק זה?

- נמצא את שיעורי הנקודות שבהן הישר חותך את הצירים.
- נחשב אורכים ושטחים במערכת הצירים.

שעות לימוד מומלצות לפרק זה: 2.5 שעות.

מהי המטרה המרכזית בפרק? מציאת שיעורי נקודות החיתוך של ישר עם הצירים.

על אילו נושאים קודמים נחזור בפרק?

- הפונקציה הקווית
- מערכת הצירים
- שטח משולש
- משוואות

מה חשוב לי לדעת?

- **מומלץ שפרק זה יילמד לאחר פרק 6 "ייצוג של פונקציה בתור f(x)", בהתאם לתרשים סדר הלימוד.**
- הפרק מהווה צעד משמעותי לקראת שאלות בתחום הגיאומטריה האנליטית שבהן נחשב אורכי קטעים ושטחים במערכת הצירים.
- מומלץ להציג בכיתה את הכתוב במסגרות הצהובות - הסברים ודוגמאות - לפי סדר הופעתן.
- **שאלות מומלצות לעבודת בית**: 4ג', 5ה'-ז', 8, 11, 13, 16.

לאילו נקודות כדאי לי לשים לב במהלך הפרק?

- **בעמוד 124** מופיעה שאלת המחשה מעולם המציאות בנושא מציאת שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים באופן **גרפי**. **במסגרת הצהובה בתחתית העמוד** הכיתה **פוגשת לראשונה את הביטוי "נקודת אפס"** שיחזור ויהדהד גם בשנים הבאות במסגרת גיאומטריה אנליטית וחשבון דיפרנציאלי. **בשאלה 1** נמצא את שיעורי נקודות החיתוך עם הצירים באופן גרפי.
- **במסגרת הצהובה התחתונה בעמוד 125** נעסוק במציאת שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים באופן אלגברי. החל **משאלה 3** והלאה נמצא את שיעורי נקודות החיתוך באופן אלגברי.

- **בשאלה 8** התלמידים נדרשים להסתמך על השיפוע הנתון ולהיעזר בשיטת "המדרגות" שעסקנו בה בפרקים קודמים. לדוגמה, בסעיף א' שיעור ה־x של נקודת החיתוך עם ציר ה־x הוא 2-. שיפוע הישר הוא 2, ומכך ניתן להסיק שאם ננוע 2 יח' ימינה לכיוון ציר ה־y, שיעור ה־y של נקודת החיתוך עם ציר ה־y הוא 4. יש לשים לב כי בשלב זה התלמידים טרם עסקו במציאת ערכו של הפרמטר b על ידי הצבה של שיעורי נקודה במשוואה $y = mx + b$, ולכן עליהם להיעזר בשיטת "המדרגות".

- **מרבית השאלות 9-17** הן מדורגות ועוסקות בנושא. השאלות מסודרות לפי רמת קושי.

- **שאלות 10-11** נועדו להמחיש את הנושא **בסוגיות מציאותיות**. התלמידים נדרשים לקרוא סיפור מציאותי ולשרטט גרף מתאים. מומלץ להדגיש לכיתה ששאלות מסוג זה דורשות תשומת לב רבה **וקריאה סבלנית של "הסיפור"**. **בשאלה 11** התלמידים **נדרשים ליצירתיות במציאת סיפור מציאותי מתאים משלהם.** שאלה מסוג זה מאפשרת **עיבוד נוסף של החומר הלימודי, מנקודת מבט שונה ומרעננת.**

- **במסגרת הצהובה בעמוד 128** מופיעה תזכורת לחישוב השטח של משולשים שונים. במרבית **השאלות 12-17** מופיע סעיף של חישוב שטח.

- **בשאלות 17, 18 ו־19** מומלץ לחלק את הכיתה לזוגות ולבקש מהתלמידים לפתור את השאלה תוך שיתוף פעולה, שיח ודיון ביניהם.

- אשכול השאלות **17-21** מיועד **לתלמידים מיומנים ולכיתות מתקדמות. בשאלות 18-21** התלמידים נדרשים להוסיף **שרטוט משל עצמם** כדי לפתור את השאלות.

> **"ילד אחד, מורה אחד, ספר אחד, עט אחד - יכולים לשנות את העולם."**
> מלאלה יוספזאי, פעילת זכויות בפקיסטן

פרק 8 - מציאת משוואת ישר

מה נלמד בפרק זה?

- נמצא משוואה של ישר בעזרת נקודה ושיפוע.
- נמצא שיפוע של ישר בעזרת שתי נקודות.
- נמצא משוואה של ישר בעזרת שתי נקודות.
- נחשב אורכים ושטחים במערכת הצירים.

שעות לימוד מומלצות לפרק זה: 3 שעות.

מהי המטרה המרכזית בפרק? היכרות עם הדרכים למציאת שיפוע ומשוואת ישר.

על אילו נושאים קודמים נחזור בפרק?

- הפונקציה הקווית
- מערכת הצירים
- משוואות
- תכונות של מקבילית, מלבן, ריבוע וטרפז

מה חשוב לי לדעת?

- **מומלץ שהפרק יילמד לאחר פרק 7 "נקודות החיתוך של ישר עם הצירים" לפי תרשים סדר הלימוד.**
- פרק זה מניח תשתית חשובה בתחום הפונקציה הקווית והגיאומטריה האנליטית, כאשר נמצא את משוואת הישר בעזרת נקודה ושיפוע או בעזרת שתי נקודות.
- יש לשים לב כי בחטיבת הביניים מציאת משוואת הישר מתבצעת בעזרת הצורה $y=mx+b$ **ולא** בעזרת משוואת הישר $y-y_1=m(x-x_1)$.
- מומלץ להציג בכיתה את הכתוב במסגרות הצהובות - הסברים ודוגמאות - לפי סדר הופעתן.
- **שאלות מומלצות לעבודת בית**: 2, 3ג', 5ד'-ו', 9, 11, 13, 16ד'-ו', 18, 22, 23, 27, 31.

לאילו נקודות כדאי לי לשים לב במהלך הפרק?

- **במסגרת הצהובה האמצעית בעמוד 134** מופיעה התנסות קצרה שבעזרתה התלמידים מגיעים לתובנה שניתן לאפיין ישר מסוים כלשהו אם נתונים לנו שיפועו ונקודה שבה הוא עובר.
  במסגרת הצהובה התחתונה בעמוד 134 מופיע הסבר לגבי מציאת משוואת ישר בעזרת נקודה ושיפוע.
  שאלות 3-1 עוסקות בכך ברמת קושי עולה. **בשאלות 2 ו־3** התלמידים נדרשים להסתמך על כך שישרים מקבילים הם בעלי אותו שיפוע.

- **שאלה 4** היא שאלת חקר שבעזרתה התלמידים מגיעים לתובנה שדרך שתי נקודות עובר ישר אחד בלבד, וכי ניתן לחשב את שיפועו בעזרת שתי נקודות אלו. בשאלה זו מומלץ לחלק את הכיתה לזוגות, ולבקש מהתלמידים לפתור את השאלה תוך שיתוף פעולה, שיח ודיון ביניהם.

- **במסגרת הצהובה בעמוד 135** מוצגת מציאת שיפוע ישר בעזרת שתי נקודות.

- **שאלה 5** היא שאלת חקר שבעזרתה התלמידים מגיעים לנוסחה למציאת שיפוע ישר בעזרת שיעורי הנקודות. **במסגרת הצהובה בעמוד 136** מוצגת הנוסחה. **שאלות 7-6** עוסקות בכך.

- **שאלה 8** היא **שאלת חקר** המיועדת לכל הכיתה. בשאלה זו התלמידים מגיעים לתובנה שאין חשיבות לבחירת הנקודה שאותה מסמנים כ־(x_1,y_1) ולנקודה שאותה מסמנים כ־(x_2,y_2).

  זאת כל עוד נשים לב להציב נכון במשוואה: $m=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$.

- **שאלות 15-9** עוסקות באופן מגוון במציאת שיפוע בעזרת שתי נקודות.

- **שאלה 11 עוסקת בשגיאות נפוצות של תלמידים בהקשר של הצבת שיעורי נקודות בנוסחת השיפוע.**
  התלמידים נדרשים לזהות שתי שגיאות שנעשו בחישוב השיפוע: הראשונה, החלפה בין שיעורי ה־x של שתי הנקודות במכנה; השנייה, החלפה בין המונה והמכנה בנוסחה. בשאלה זו מומלץ לחלק את הכיתה לזוגות, ולבקש שיפתרו את השאלה תוך שיתוף פעולה, שיח ודיון ביניהם. מומלץ שלא לדלג על שאלה זו.

- **שאלות 14-13** מיועדות לכיתה כולה ונועדו להמחיש את הנושא **בסוגיות מציאותיות**.

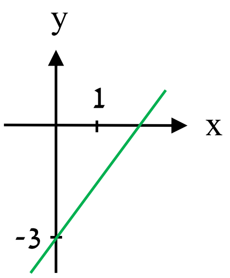
- **שאלה 15** מיועדת **לתלמידים מיומנים ולכיתות מתקדמות**. היקף התרגול בנושא זה בכיתה הוא לפי שיקול הדעת של המורה בהתאם לרמת הכיתה. בשאלה זו אנו משתמשים **בתכונות של מקבילית וטרפז** בעזרת התזכורת המופיעה בעמוד הקודם.

- **שאלה 16** היא שאלת חקר שמובילה את התלמידים לתובנה שכאשר נתונות לנו 2 נקודות, נוכל לחשב תחילה את שיפוע הישר העובר דרכן, ולאחר מכן להשתמש בו ובאחת הנקודות כדי למצוא את משוואת הישר. **המסגרות הצהובות בעמוד 139** מציגות הסבר מפורט לגבי מציאת משוואת ישר בעזרת שתי נקודות.
  שאלות 25-17 הן ברובן שאלות מדורגות העוסקות במציאת משוואת ישר בעזרת שיפוע ונקודה או בעזרת שתי נקודות.

- **שאלה 20** **עוסקת בשגיאות נפוצות של תלמידים בהקשר של הצבת שיעורי נקודות בנוסחת השיפוע**.
התלמידים נדרשים לזהות שלוש שגיאות שנעשו בחישוב השיפוע:
הראשונה, בלבול בסימני המינוס בהצבה;
השנייה, הצבת ערכי ה־x בסדר הפוך מזה של הצבת ערכי ה־y;
השלישית, הצבת ערכי ה־x במונה במקום במכנה, ואת ערכי ה־y במכנה במקום במונה.
מומלץ שלא לדלג על שאלה זו. בשאלה זו מומלץ לחלק את הכיתה לזוגות ולבקש מהתלמידים לפתור את השאלה תוך שיתוף פעולה, שיח ודיון ביניהם.

- **שאלה 22 ו־24** מיועדות לכיתה כולה ונועדו להמחיש את הנושא **בסוגיות מציאותיות**.

- **שאלות 26-31** מיועדות **לתלמידים מיומנים ולכיתות מתקדמות**. היקף התרגול בנושא זה הוא לפי שיקול הדעת של המורה בהתאם לרמת הכיתה.

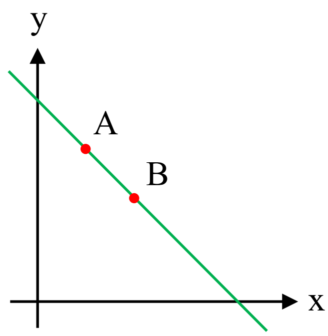


בשאלה 28: מופיע ישר במערכת הצירים.
התלמידים נדרשים לקבוע איזו מהטענות הבאות היא הנכונה:

i. שיפוע הישר הוא 3.　　　ii. שיפוע הישר גדול מ־3.
iii. שיפוע הישר חיובי וקטן מ־3.　　　iv. שיפוע הישר קטן מ־0.

פתרון: טענה iii היא הנכונה. שיפוע הישר (שאינו בשרטוט) העובר בין הנקודות (1,0) ו־(0,-3) הוא 3. הישר הירוק חותך גם את ציר ה־y בנקודה (0,-3), אך כיוון שהוא חותך את ציר ה־x בנקודה בעלת שיעור x גדול מ־1, נסיק ששיפועו "מתון" יותר. כלומר שיפוע הישר הירוק חיובי וקטן מ־3.

- **שאלה 31** **היא שאלת אתגר המיועדת לתלמידים מיומנים במיוחד**.



בשאלה זו נתון שהנקודות A ו־B נמצאות ברביע הראשון.
שיעור ה־x של הנקודה A קטן ב־1 משיעור ה־x של הנקודה B.
שיעור ה־y של הנקודה A גדול ב־1 משיעור ה־y של הנקודה B.

בסעיף א' עלינו למצוא את שיפוע הישר שעליו מונח הקטע AB.
פתרון: השיפוע הוא -1.

הנוסחה לחישוב שיפוע ישר באמצעות הנקודות A ו־B שעליו היא: $m=\frac{y_A-y_B}{x_A-x_B}$.

נתון ששיעור ה־y של הנקודה A גדול ב־1 משיעור ה־y של הנקודה B ולכן: $y_A-y_B=1$.

נתון ששיעור ה־x של הנקודה A קטן ב־1 משיעור ה־x של הנקודה B ולכן: $x_A-x_B=-1$.

מכאן נובע ש : $\frac{1}{-1}=-1$, $m=\frac{y_A-y_B}{x_A-x_B}=$ ולכן שיפוע הישר שעליו מונח הקטע AB הוא 1-.

בסעיף ב' עלינו לקבוע איזו משוואה עשויה להיות משוואת הישר מבין 4 אפשרויות :

i. $y=-x+8$ ii. $y=x-8$ iii. $y=x+8$ iv. $y=-x-8$

פתרון: המשוואה המתאימה היא i.

אפשרויות ii ו־iii אינן מתאימות כיוון שראינו ששיפוע הישר בשרטוט הוא 1-.

אפשרות iv אינה מתאימה כי ניתן לראות שהישר בשרטוט חותך את ציר ה־y בקרן החיובית, ולכן לא ייתכן שערך הפרמטר b יהיה שלילי.

אפשרות i מתאימה כיוון שמייצגת ישר בעל שיפוע 1- וכן נקודות חיתוך עם ציר ה־y בקרן החיובית כפי שמתואר בשרטוט.

- **הפרק מסתיים בשתי שאלות אוריינות:**

שאלה 32 שייכות למדור "המתמטיקה בחיי היום־יום" שמטרתו להציג בפני הכיתה כיצד החומר הלימודי רלוונטי לחיי היום־יום ומתכתב עם המציאות עצמה.

שאלה 33 שייכות למדור "המתמטיקה בשירות המדע" שמטרתו להציג בפני הכיתה כיצד החומר הלימודי רלוונטי לתחום מדעי כלשהו.

שתי השאלות מעניקות לחוויית הלמידה משמעות מעבר לפיתוח המיומנות המתמטית. בשאלות אוריינות אלו התלמידים נדרשים להבין סוגיה מציאותית ולהיעזר בחומר הנלמד בפרק כדי לפתור אותה. יש להדגיש לתלמידים ששאלות מסוג זה דורשות תשומת לב רבה **וקריאה סבלנית של "הסיפור"**.

"הפעילות הגבוהה ביותר שבן אנוש יכול לעסוק בה היא למידה לצורך הבנה,
כי להבין פירושו להיות חופשי."

ברוך שפינוזה, פילוסוף יהודי הולנדי

פרק 9 - ישרים מקבילים לצירים

מה נלמד בפרק זה?

- נעסוק בישר המקביל לציר ה־x.
- נעסוק בישר המקביל לציר ה־y.
- נחשב אורכים, היקפים ושטחים במערכת הצירים.

שעות לימוד מומלצות לפרק זה: 1.5 שעות.

מהי המטרה המרכזית בפרק? היכרות עם ישרים שמקבילים לצירים.

על אילו נושאים קודמים נחזור בפרק?

- הפונקציה הקווית
- מערכת הצירים
- ישרים מקבילים ומאונכים

מה חשוב לי לדעת?

- **מומלץ שפרק זה יילמד לאחר פרק 8 "מציאת משוואת ישר", בהתאם לתרשים סדר הלימוד.**

- מומלץ להציג בכיתה את הכתוב במסגרות הצהובות - הסברים ודוגמאות - לפי סדר הופעתן.
- **שאלות מומלצות לעבודת בית**: 4, 5, 8, 15, 17, 20, 23, 27.

לאילו נקודות כדאי לי לשים לב במהלך הפרק?

- **שאלת ההמחשה** היא **שאלת חקר מדורגת** בנושא מציאותי, שבה הכיתה עוסקת בפונקציה קווית שהגרף שלה מקביל לציר ה־x. זאת לאחר שפגשו פונקציות מסוג זה בפרק 2. **שאלות 1-12** עוסקות בישרים מסוג זה ומסודרות לפי רמת קושי עולה.

- **בשאלות 11-12** מומלץ לחלק את הכיתה לזוגות, ולבקש מהתלמידים לפתור את השאלה תוך שיתוף פעולה, שיח ודיון ביניהם.

- **שאלות 9 ו־12** נועדו להמחיש את הנושא **בסוגיות מציאותיות**. **בשאלה 9** התלמידים **נדרשים לקשר בין סיפור מציאותי לבין הגרף הנתון**. **שאלות 11-12** מיועדות לתלמידים מיומנים ולכיתות מתקדמות.

- **בשאלה 10** נתונה הפונקציה $f(x)=5$. התלמידים נדרשים לחשב את $f(3)$.

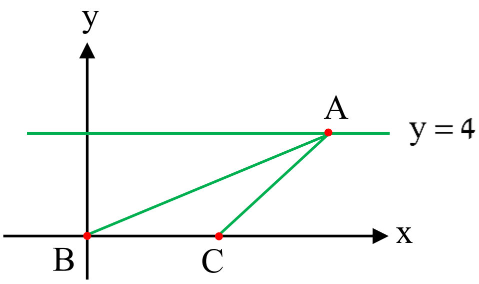
פתרון:
סביר להניח שבמבט ראשון חלק מהתלמידים יתקשו להבין את השאלה. ייתכן שבהקשר זה כדאי להזכיר לתלמידים את משמעות הסימון $f(3)$: ערך הפונקציה כאשר $x=3$. הפונקציה $f(x)=5$ היא פונקציה קבועה שערכה 5 לכל x שנציב. בפרט עבור $x=3$ נקבל: $f(3)=5$.

- **בשאלה 11** הנקודה A נמצאת על הישר $y=4$ המופיע בשרטוט.

הנקודה B נמצאת בראשית הצירים. נתון: $C(5,0)$.

יותם טוען: "ניתן לחשב את שטח המשולש ΔABC גם מבלי לדעת את שיעורי הנקודה A."

אם הוא צודק, חשבו את השטח. אם הוא טועה, הסבירו מדוע.



פתרון:
יותם צודק. אורך הבסיס שווה ל־5 יח', ואורך הגובה בהכרח שווה למרחק הקבוע של 4 יח' אורך שבין הישר $y=4$, שעליו נמצא הקודקוד A, לבין ציר ה־x שעליו נמצא הבסיס BC. באמצעות אורכי הבסיס והגובה לבסיס נוכל לחשב את שטח המשולש ולהראות שהוא שווה ל־10 יח"ר ללא חשיבות למיקום הנקודה A.

- **בשאלה 12** מוצג גרף של פונקציה המקביל לציר ה־x.

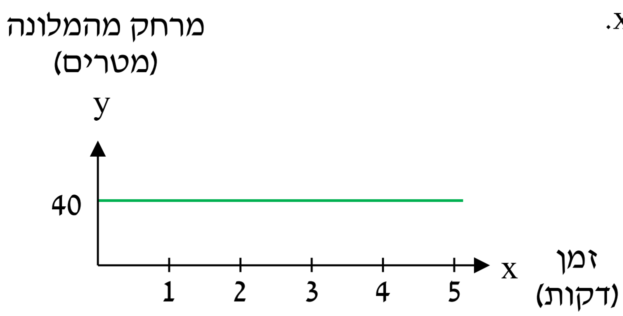
הפונקציה מציגה את המרחק של כלב מהמלונה

שלו (y) לאורך הזמן (x).

זמיר טען: "לפי הגרף, לא ייתכן שהכלב זז."

מייקל טען: "לפי הגרף, ייתכן שהכלב זז."

התלמידים נדרשים לקבוע מי מהשניים צודק.



פתרון:
מייקל צודק. ייתכן שהכלב הקיף את המלונה ברדיוס קבוע של 40 מ', וכך הוא זז על אף שהמרחק שלו מהמלונה נותר קבוע, וכך ערך ה־y בכל נקודה בגרף הוא 40.

- **שאלה 13** היא **שאלת חקר מדורגת** שבה הכיתה עוסקת בישרים המקבילים לציר ה־y. זהו מפגש ראשון של התלמידים עם ישר **שאינו מייצג פונקציה**. **שאלות 14-19** עוסקות בישרים המקבילים לציר ה־y. החל **משאלה 20** והלאה השאלות מסודרות לפי רמת קושי עולה ומשלבות תרגול עם ישרים המקבילים לשני הצירים.

- **שאלה 25** עוסקת בהקבלה של צלעות נגדיות במקבילית. הכיתה תפתור את השאלה בהסתמך על המסגרת הצהבה המופיעה לפני השאלה.

- **שאלות 26-29** מיועדות לתלמידים מיומנים ולכיתות מתקדמות.

- **הפרק מסתיים בשתי שאלות אוריינות:**
שאלות 30-31 שייכת למדור "המתמטיקה בחיי היום־יום" שמטרתו להציג בפני הכיתה כיצד החומר הלימודי רלוונטי לחיי היום־יום ומתכתב עם המציאות עצמה. שאלות אלו מעניקות לחוויית הלמידה משמעות מעבר לפיתוח המיומנות המתמטית. בשאלות אוריינות אלו התלמידים נדרשים להבין סוגיה מציאותית ולהיעזר בחומר הנלמד בפרק כדי לפתור אותה. יש להדגיש לתלמידים ששאלות מסוג זה דורשות תשומת לב רבה **וקריאה סבלנית של "הסיפור"**. בשאלות אלו זו מומלץ לחלק את הכיתה לזוגות, ולבקש מהתלמידים לפתור את השאלה תוך שיתוף פעולה, שיח ודיון ביניהם.
בשאלה 30 בסעיפים א'-ג' ניתן להמחיש לתלמידים שניתן לשמור על מרחק קבוע על ידי קשירת חוט המחבר את הרחפן לנקודת המוצא. ניתן להדגים שאם יימתח עד קצהו, המרחק יישאר קבוע גם בתנועה בין גבהים שונים. בסעיף ו' ניתן להמחיש לכיתה שהצורה המתקבלת מהתנועה החופשית של רחפן הקשור לנקודת המוצא - כך שמרחקו ממנה קבוע - היא חצי כדור שמרכזו בנקודת המוצא.

"היקום עשוי גיאומטריה טהורה.
בבסיסו - צורות יפהפיות סובבות ומרקדות מעבר לזמן ולמרחב."
אנתוני גארט ליסי, פיזיקאי

פרק 10 - נקודת החיתוך בין ישרים

מה נלמד בפרק זה?

- נמצא את שיעורי הנקודה שבה נחתכים שני ישרים.
- נחזור ונחשב אורכים ושטחים במערכת הצירים.
- נפתור שאלות מציאותיות בעזרת חיתוך ישרים.
- נתרגל שאלות סיכום בנושא הפונקציה הקווית.

שעות לימוד מומלצות לפרק זה: 2 שעות.

מהי המטרה המרכזית בפרק? מציאת שיעורי נקודת החיתוך בין שני ישרים.

על אילו נושאים קודמים נחזור בפרק?
- הפונקציה הקווית
- מערכת הצירים
- משוואות
- שטח משולש

מה חשוב לי לדעת?

- **מומלץ שפרק זה יילמד לאחר פרק 9 "ישרים מקבילים לצירים", בהתאם לתרשים סדר הלימוד.**
- פרק זה הוא האחרון ברצף הפרקים העוסקים באופן ישיר והדרגתי בפונקציה הקווית. מסיבה זו הוא **מהווה גם פרק מסכם ואינטגרטיבי בנושא הפונקציה הקווית** שבו אנו עוסקים בנושאים שעסקנו בהם בפרקים הקודמים: שיפוע, משוואת ישר, ישרים מקבילים לצירים, שיעורי נקודות החיתוך עם הצירים, חישוב שטחים ומרחקים במערכת הצירים וכך הלאה.
- היקף התרגול בפרק הוא לשיקול הדעת של המורה בכיתה, שכן הפרק ארוך וכולל מגוון רחב של הזדמנויות לתרגל את נושא הפונקציה הקווית.
- בפרק זה נחזור ונעשה שימוש בסימון הפונקציה $f(x)$ כדי לסייע לתלמידים להטמיע אותו.
- מומלץ להציג בכיתה את הכתוב במסגרות הצהובות - הסברים ודוגמאות - לפי סדר הופעתן.
- **שאלות מומלצות לעבודת בית**: 2ג'-ד', 5, 7, 9, 12, 15, 17, 21, 24, 26, 28, 32, 34.

לאילו נקודות כדאי לי לשים לב במהלך הפרק?

- הפרק נפתח בשאלת **המחשה בנושא מציאותי**, בה התלמידים מוצאים את שיעורי נקודת החיתוך בין שני ישרים באופן גרפי. **במסגרת הצהובה התחתונה בעמוד 159** התלמידים עוסקים לראשונה במונח "נקודת חיתוך בין ישרים". **שאלות 3-1** עוסקות במציאת שיעורי נקודת החיתוך באופן גרפי.
- **המסגרת הצהובה התחתונה בעמוד 160** מציגה כיצד ניתן למצוא את נקודת החיתוך בין שני ישרים באופן אלגברי. נציין כי באופן רשמי הנושא כלול גם בתוכנית הלימודים של כיתה ז', אך במקרים רבים בפועל התלמידים עוסקים בכך רק בכיתה ח'. **החל משאלה 4** השאלות עוסקות **באופן הדרגתי ומגוון** בעיקר במציאת שיעורי נקודת החיתוך באופן אלגברי.
- **בשאלה 8** התלמידים **נדרשים ליצירתיות בכתיבת שאלה דומה משלהם.** שאלות מסוג זה מאפשרות **עיבוד נוסף של החומר הלימודי, מנקודת מבט שונה ומרעננת**.
- **שאלה 10** היא **שאלת חקר** המיועדת לכל הכיתה. בסעיף א' התלמידים נדרשים לבדוק שתי דרכים שונות למציאת שיעורי נקודת החיתוך בין שני הישרים. הראשונה, על ידי שרטוט הגרפים במדויק על מערכת צירים ומציאת נקודת החיתוך כך. השנייה, על ידי הצבת 6 נקודות שונות ב־2 משוואות הישרים עד מציאת נקודה שעבורה מתקבלים ערכי y שווים. סעיף ב' שבו התלמידים מציעים דרך שלישית, מוביל לתובנה שהשוואת הביטויים האלגבריים היא דרך קצרה ונוחה יותר משתי הדרכים האחרות.
- **שאלה 19 היא שאלת העמקה לכל הכיתה.** בשאלה זו התלמידים נדרשים לפתרון גרפי של מספר משוואות, על סמך שרטוט חלקי של שני ישרים, ללא משוואת הישרים או מידע נוסף. עליהם להמשיך את הישרים במחברת, לזהות את מיקומן של נקודות החיתוך המתבקשות ביחס לראשית הצירים, וכך לקבוע אם הפתרונות חיוביים או שליליים. בשאלה זו מומלץ לחלק את הכיתה לזוגות, ולבקש מהתלמידים לפתור את השאלה תוך שיתוף פעולה, שיח ודיון ביניהם.
- **שאלות 30-20** הן שאלות מדורגות שבהן קיים **עיסוק אינטגרטיבי ומסכם בנושא הפונקציה הקווית**, במסגרתן התלמידים נדרשים למצוא שיפועים ומשוואות ישרים, שיעורי נקודות חיתוך עם הצירים או בין ישרים, ולחשב אורכים ושטחים במערכת הצירים. היקף התרגול בפרק הוא לשיקול הדעת של המורה בכיתה, שכן הפרק ארוך וכולל מגוון רחב של הזדמנויות לתרגל את נושא הפונקציה הקווית. **שאלות 30-27** מיועדות לתלמידים מיומנים ולכיתות מתקדמות.
- **בשאלה 29** זו מומלץ לחלק את הכיתה לזוגות, ולבקש מהתלמידים לפתור את השאלה תוך שיתוף פעולה, שיח ודיון ביניהם.
- **הפרק מסתיים באשכול של חמש שאלות אוריינות:**

שאלות 35-31 שייכות למדור "המתמטיקה בחיי היום־יום" שמטרתו להציג בפני הכיתה כיצד החומר הלימודי רלוונטי לחיי היום־יום ומתכתב עם המציאות עצמה. **שאלות אוריינות מסוג זה מעניקות לחוויית הלמידה משמעות מעבר לפיתוח המיומנות המתמטית.** התלמידים נדרשים להבין סוגיה מציאותית ולהיעזר בחומר הנלמד בפרק כדי לפתור אותה. שאלות **32-31** הן למעשה שאלות תנועה. התלמידים יקראו את ההסבר המופיע בעמוד 168, ולאחר מכן יפתרו את השאלות. **שאלות 35-33** עוסקות בנושאים אחרים. **שאלה 35** מיועדת לתלמידים מיומנים ולכיתות מתקדמות.

פרק 11 - אי־שוויון אלגברי

מה נלמד בפרק זה?

- נלמד מהו אי־שוויון אלגברי.
- נפתור אי־שוויונות באופן אלגברי.
- נפתור שאלות מילוליות עם אי־שוויונות.

שעות לימוד מומלצות לפרק זה: 2.5 שעות.

מהי המטרה המרכזית בפרק? פתרון אלגברי של אי־שוויון.

על אילו נושאים קודמים נחזור בפרק?

- הפונקציה הקווית
- ביטויים אלגבריים
- שאלות מילוליות

מה חשוב לי לדעת?

- **מומלץ שפרק זה יילמד לאחר פרק 10 "נקודת החיתוך בין ישרים", בהתאם לתרשים סדר הלימוד.**
- זהו פרק מקיף העוסק באי־שוויונות מהיבטים שונים ומגוונים. יש לשים לב שפתרון גרפי של אי־השוויון מופיע בפרק 12. היקף העבודה בפרק הוא לפי שיקול הדעת של המורה בהתאם לרמת הכיתה ולמגבלת הזמן.
- אי־שוויונות עם מכנה מספרי מופיעים בפרק 13, לאחר שהתלמידים לומדים לפתור משוואה עם מכנה מספרי באותו פרק.
- מומלץ להציג בכיתה את הכתוב במסגרות הצהובות - הסברים ודוגמאות - לפי סדר הופעתן.
- **שאלות מומלצות לעבודת בית**: 3, 5 זוגיים, 7 זוגיים, 9 זוגיים, 12-15, 17, 21 שורה שנייה, 23 זוגיים, 25, 27, 28, 32, 35.

לאילו נקודות כדאי לי לשים לב במהלך הפרק?

- **המסגרת הצהובה בעמוד 176** מגדירה ומדגימה מהו אי־שוויון אלגברי. **שאלות 4-1** הן רצף שאלות שבהן התלמידים מתנסים באופן הדרגתי בהצבת ערכים באי־שוויונות שונים. מתוכן, **שאלות 1 ו־4** הן **שאלות חקר מדורגות** המיועדות לכל הכיתה. **בשאלה 4** התלמידים מוסיפים ומחסרים מספרים משני האגפים לקראת התובנה שניתן לבצע פעולות חיבור וחיסור על שני האגפים של אי־השוויון. **שאלות 7-5** עוסקות בפתרון אי־שוויונות על ידי הוספה או חיסור של מספר משני האגפים.

- **שאלה 8** היא **שאלת חקר** המיועדת לכל הכיתה. בשאלה זו התלמידים מכפילים ומחלקים את שני אגפי אי־השוויון במספרים שונים. השאלה מובילה לתובנה שכאשר מכפילים או מחלקים את שני האגפים של אי־השוויון במספר חיובי, כיוון אי־השוויון אינו משתנה, אך כאשר המספר הוא שלילי, עלינו להפוך את כיוון אי־השוויון.

- **שאלות 23-9** עוסקות בפתרון של מגוון אי־שוויונות, והן מסודרות ברמת קושי עולה.

- **בשאלה 16** התלמידים נדרשים לזהות **שגיאות נפוצות** בפתרון מלא המוצג בפניהם.
שאלות מסוג זה מאפשרות לתלמידים עיבוד שונה של פתרון אי־שוויונות. בשאלה זו מומלץ לחלק את הכיתה לזוגות ולבקש מהתלמידים לפתור את השאלה תוך שיתוף פעולה, שיח ודיון ביניהם.

- **שאלות 20-19** הן **שאלות חקר** המיועדות לכל הכיתה. **בשאלה 20** התלמידים נתקלים לראשונה באי־שוויונות שהפתרונות שלהם הם "אף x" או "כל x". **המסגרת הצהובה בעמוד 181** עוסקת בכך. **שאלה 22** היא **שאלת חקר** שבה התלמידים מגיעים לתובנה שלא ניתן להכפיל את שני אגפי אי־השוויון במספר 0. **בשאלה 20** מומלץ לחלק את הכיתה לזוגות, ולבקש מהתלמידים לפתור את השאלה תוך שיתוף פעולה, שיח ודיון ביניהם.

- **שאלה 23 מיועדת לתלמידים מיומנים ולכיתות מתקדמות**.

- **בשאלה 30** מומלץ לחלק את הכיתה לזוגות, ולבקש מהתלמידים לפתור את השאלה תוך שיתוף פעולה, שיח ודיון ביניהם.

- **שאלות 35-24** הן שאלות מילוליות עם אי־שוויונות. השאלות הן בנושאים מגוונים כדי שהתלמידים לא יתקבעו על סוג מסוים של פתרון המתאים לסוג ספציפי של שאלות. מומלץ להסביר לכיתה שעד עתה עסקנו בשאלות מילוליות שבהן נדרשנו לכתוב משוואה, אך כעת עלינו לכתוב אי־שוויון.

- **שאלות 35-34 מיועדות לתלמידים מיומנים ולכיתות מתקדמות**.

- בשלב זה, התלמידים סיימו למעשה את התרגול הנדרש באי־שוויונות אלגבריים. **אשכול השאלות 36-44** הוא אשכול שאלות חשיבה המיועד ברובו **לתלמידים מיומנים ולכיתות מתקדמות**. אשכול זה מהווה הזדמנות לתרגול מתקדם יותר המאפיין את הצרכים של כיתות מדעיות, מחוננים, מופת וכך הלאה. השאלות שייכות לנושא אי־שוויונות לפי תוכנית הלימודים, אך אנו מתייחסים אליהן **כשאלות העשרה** המכוונות את התלמידים להמשך הלימודים שלהם ברמת 5 יחידות בתיכון. בשאלות אלו התלמידים נדרשים **לחשיבה מסדר גבוה, לאינטגרציה ולהבנה מעמיקה** של משמעות אי־השוויון. היקף העבודה על שאלות אלו הוא לשיקול הדעת של המורה בכיתה בהתאם לרמת המיומנות של הכיתה ולשיקולי זמן.

- **בשאלה 36** מופיעים הנתונים הבאים:
בתחילת השבוע לאיתי לא היה כסף כלל.
בכל אחד מהימים ראשון עד חמישי, הוא הרוויח סכום שבין 100 ל־200 ש"ח.
בכל אחד מהימים ראשון עד חמישי, הוא בזבז סכום שבין 10 ל־20 ש"ח.
מהו הטווח האפשרי של סכום הכסף שנותר בידיו בסוף השבוע?

פתרון:
על פני חמישה ימים הרוויח איתי סכום שנע בין 500 ל־1,000 ש"ח ובזבז סכום שנע בין 50 ל־100 ש"ח.
כדי לחשב את הרף התחתון של הטווח האפשרי של הסכום שנותר בידו, ניקח את הרווח המינימלי ונחסר ממנו את הבזבוז המקסימלי: 400 ש"ח. כדי לחשב את הרף העליון של הטווח האפשרי של הסכום שנותר בידו, ניקח את הרווח המקסימלי ונחסר ממנו את הבזבוז המינימלי: 950 ש"ח.
מכאן נובע שהטווח האפשרי של סכום הכסף שנותר בידיו בסוף השבוע הוא בין 400 ל־950 ש"ח.

- **בשאלה 43** נתונים המספרים x, y ו־z שהם מספרים שלמים עוקבים. נתון: $z<y<x$.
עבור כל ביטוי התלמידים נדרשים לקבוע אם הוא בהכרח זוגי, בהכרח אי־זוגי או שלא ניתן לקבוע:

i. $x+z$ ii. $x-z$ iii. $x\cdot y\cdot z$

iv. $x-z+y$ v. $y(x+z)$ vi. $x\cdot z+y$

פתרון: תחילה חשוב לשים לב ש:
אם המספר y זוגי, אז הקודם לו z והעוקב שלו x שניהם אי־זוגיים.
אם המספר y אי־זוגי, אז הקודם לו z והעוקב שלו x שניהם זוגיים.
בשני המקרים המספרים x ו־z שניהם זוגיים **או** שניהם אי־זוגיים.
כמו כן חשוב להזכיר שמספר הוא זוגי אם הוא מתחלק ב־2, והוא אי־זוגי אם הוא אינו מתחלק ב־2.

i. בהכרח זוגי: סכום שני מספרים אי־זוגיים או שני מספרים זוגיים - הוא זוגי.

ii. בהכרח זוגי: הפרש בין שני מספרים אי־זוגיים או בין שני מספרים זוגיים הוא תמיד זוגי.

iii. בהכרח זוגי: באופן כללי מכפלה שאחד הגורמים בה הוא מספר זוגי - היא זוגית.

במכפלה $x \cdot y \cdot z$ יש לפחות גורם זוגי אחד, ולכן היא זוגית.

iv. לא ניתן לקבוע: עבור $x = 2$, $y = 3$ ו־$z = 4$ נקבל: $x - z + y = 1$, ואילו עבור $x = 3$, $y = 4$ ו־$z = 5$ נקבל: $x - z + y = 2$. כלומר עבור ערכים מסוימים הביטוי זוגי ועבור אחרים הוא אי־זוגי, ולכן לא ניתן לקבוע שהוא בהכרח זוגי או בהכרח אי־זוגי.

v. בהכרח זוגי: בסעיף i הראנו שהביטוי $x + z$ זוגי. לכן המכפלה $y(x + z)$ זוגית.

vi. בהכרח אי־זוגי: אם y זוגי אז x ו־z שניהם אי־זוגיים, ולכן מכפלתם אי־זוגית. במקרה זה הסכום $x \cdot z + y$ מורכב מאיבר זוגי ואיבר אי־זוגי, ולכן ערכו אי־זוגי. אם y אי־זוגי אז x ו־z שניהם זוגיים, ולכן מכפלתם זוגית. כלומר, גם במקרה זה הסכום $x \cdot z + y$ מורכב מאיבר זוגי ואיבר אי־זוגי, ולכן ערכו אי־זוגי.

- **בשאלה 44** נתונים שני אי־שוויונות: $-4 \le a \le 3$, $-5 \le b \le 4$.

בסעיף א' התלמידים נדרשים לקבוע מהו טווח הערכים שיכול לקבל הסכום $a + b$.

פתרון: $-9 \le a + b \le 7$; הקצה העליון של הטווח מתקבל כאשר כל אחד מהמשתנים מקבל את הערך הגבוה ביותר בטווח הערכים שבו הוא מוגדר: $a = 3$ ו־$b = 4$. הקצה התחתון של הטווח מתקבל כשכל אחד מהמשתנים מקבל את הערך הנמוך ביותר בטווח הערכים שבו הוא מוגדר: $a = -4$ ו־$b = -5$.

בסעיף ב' התלמידים נדרשים לקבוע מהו טווח הערכים שיכולה לקבל המכפלה $a \cdot b$.

פתרון: $-16 \le a \cdot b \le 20$; הקצה העליון של הטווח הוא חיובי ומתקבל כאשר כל אחד מהמשתנים מקבל את הערך השלילי הנמוך ביותר בטווח הערכים שבו הוא מוגדר: $a = -4$ ו־$b = -5$. הקצה התחתון של הטווח הוא שלילי, ולכן כדי למצוא אותו יש לבחון מכפלות המתקבלות כאשר אחד המשתנים שלילי והשני חיובי. התוצאה השלילית הנמוכה ביותר תתקבל כאשר a מקבל את הערך הנמוך ביותר בטווח הערכים שבו הוא מוגדר: $a = -4$, ו־b מקבל את הערך הגבוה ביותר בטווח הערכים שבו הוא מוגדר: $b = 4$.

"כשאתה רוצה ללמד ילדים לחשוב, אתה מתחיל עם להתייחס אליהם ברצינות כשהם קטנים, לתת להם אחריות, לדבר איתם בכנות, לספק להם פרטיות ואפשרות לשהות בגפם, ולהפוך אותם לקוראים וכותבים של מחשבות משמעותיות מההתחלה."

ברטראנד ראסל, פילוסוף ומתמטיקאי בריטי

פרק 12 - פתרון גרפי של אי־שוויון

מה נלמד בפרק זה?

- נפתור אי־שוויונות באופן גרפי.
- נמצא תחומי חיוביות ושליליות של פונקציה קווית.
- נבצע חקירה של פונקציה קווית.
- נפתור שאלות מילוליות עם אי־שוויונות באופן גרפי.

שעות לימוד מומלצות לפרק זה: 1.5 שעות.

מהי המטרה המרכזית בפרק? פתרון גרפי של אי־שוויון אלגברי.

על אילו נושאים קודמים נחזור בפרק?
- אי־שוויון אלגברי
- הפונקציה הקווית
- שאלות מילוליות

מה חשוב לי לדעת?
- **מומלץ שפרק זה יילמד לאחר פרק 11 "אי־שוויון אלגברי", בהתאם לתרשים סדר הלימוד.**
- הפרק כולל מגוון רחב של שאלות שבהן אנו פותרים אי־שוויון גרפי. היקף העבודה בפרק הוא לפי שיקול הדעת של המורה בהתאם לרמת הכיתה ולמגבלת הזמן.
- מומלץ להציג בכיתה את הכתוב במסגרות הצהובות - הסברים ודוגמאות - לפי סדר הופעתן.
- **שאלות מומלצות לעבודת בית**: 2, 4, 6, 10, 12, 15, 19, 20, 21, 23, 24, 25.

לאילו נקודות כדאי לי לשים לב במהלך הפרק?
- **המסגרת הצהובה בעמוד 189** מציגה כיצד לפתור אי־שוויון באופן גרפי.
- **שאלות 1-6** עוסקות בפתרון גרפי של אי־שוויון. **בשאלות 1-2** מופיעים גרפים ללא ייצוג אלגברי של הפונקציות. באופן זה התלמידים עוסקים **אך ורק** בגרפים עצמם מבלי שיש להם יכולת "לעקוף" את ההוראה ולפתור את אי־השוויון באופן אלגברי.

- **שאלות 4-3** הן שאלות מדורגות שבהן התלמידים נדרשים לשרטט שני ישרים כדי לפתור אי־שוויון באופן גרפי, זאת לקראת **שאלות 6-5** שבהן נתון רק אי־שוויון, והתלמידים נדרשים לפתור אותו באופן גרפי.
- **המסגרת הצהובה בעמוד 191** מציגה לראשונה את המונח **"תחומי החיוביות והשליליות של פונקציה"**.

- **בשאלה 7** התלמידים נדרשים למצוא את תחומי החיוביות והשליליות באופן גרפי כאשר נתון להם ישר במערכת הצירים ללא ייצוג אלגברי. **בשאלה 8** התלמידים נדרשים למצוא תחומי חיוביות ושליליות של פונקציות באופן לא מוצהר. הם נדרשים ליישם את דרך הפתרון של אי־שוויון גרפי כדי לפתור אי־שוויונות שבהם יש ביטוי גדול או קטן מ־0.

- **שאלות 13-9** מציגות מגוון התנסויות שבהן התלמידים פותרים משוואות ואי־שוויונות באופן גרפי כאשר הייצוג האלגברי של הפונקציות אינו נתון. באופן זה התלמידים עוסקים **אך ורק** בגרפים עצמם מבלי שיש להם יכולת "לעקוף" את ההוראה ולפתור את אי־השוויון באופן אלגברי.

- **שאלה 14** היא שאלת חקר העוסקת בתחומי החיוביות והשליליות של פונקציה קבועה. מומלץ לחלק את הכיתה לזוגות, ולבקש מהתלמידים לפתור את השאלה תוך שיתוף פעולה, שיח ודיון ביניהם.

- **שאלה 16** היא **שאלת חקר** קצרה לכל הכיתה. היא עוסקת **בתפיסה נאיבית** - אמונה מקדימה שגויה שהתלמידים מגיעים איתה - לפיה הפונקציה לכאורה קיימת רק בתחום המשורטט. התלמידים נדרשים להבין שהישרים המופיעים בשאלה ממשיכים ימינה ושמאלה "עד אין־סוף". למעשה, חלקם יחתכו את ציר ה־x בנקודה שאינה מופיעה בשרטוט. כך יהיו לפונקציה גם תחומי חיוביות וגם תחומי שליליות.

- **המסגרת הצהובה בעמוד 195** מציגה את מציאת תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה באופן אלגברי. **שאלות 21-17** עוסקות בכך.

- **המסגרת הצהובה בעמוד 196** מציגה לתלמידים את המונח **"חקירת פונקציה"**. זוהי התנסות ראשונה של התלמידים עם תהליך החקירה שילווה את לימודי המתמטיקה שלהם עד כיתה י"ב. בחרנו לכנות את תהליך זה בשם "חקירת פונקציה" **בהתאם לטרמינולוגיה של תוכנית הלימודים בתיכון**. **שאלות 24-22** עוסקות בחקירת פונקציה. החל מנקודה זו והלאה, צוות ההוראה יכול להוסיף לתלמידים תרגול בנושא זה באופן עצמאי גם ללא הופעה של טבלה או שאלה מהספר.

- **הפרק מסתיים בשתי שאלות אוריינות:**

שאלה 25 שייכות למדור *"המתמטיקה בחיי היום־יום"* שמטרתו להציג בפני הכיתה כיצד החומר הלימודי רלוונטי לחיי היום־יום ומתכתב עם המציאות עצמה.

שאלה 26 שייכות למדור *"המתמטיקה בשירות המדע"* שמטרתו להציג בפני הכיתה כיצד החומר הלימודי רלוונטי לתחום מדעי כלשהו. בשאלה זו מומלץ לחלק את הכיתה לזוגות, ולבקש מהתלמידים לפתור את השאלה תוך שיתוף פעולה, שיח ודיון ביניהם.

שאלות אוריינות מסוג זה מעניקות לחוויית הלמידה משמעות מעבר לפיתוח המיומנות המתמטית. התלמידים נדרשים להבין סוגיה מציאותית ולהיעזר בחומר הנלמד בפרק כדי לפתור אותה. יש להדגיש לתלמידים ששאלות מסוג זה דורשות תשומת לב רבה **וקריאה סבלנית של "הסיפור"**.

"תגיד לי ואני אשכח, תלמד אותי ואני אזכור. תערב אותי ואלמד."
בנג'מין פרנקלין, מדען, מדינאי וממציא

פרק 13 - משוואות ואי־שוויונות עם מכנה מספרי

מה נלמד בפרק זה?

- נפתור משוואות ואי־שוויונות עם מכנה מספרי.
- נפתור שאלות מילוליות בעזרת משוואות.

שעות לימוד מומלצות לפרק זה: 3 שעות.

מהי המטרה המרכזית בפרק? היכרות עם משוואות ואי־שוויונות עם מכנה מספרי.

על אילו נושאים קודמים נחזור בפרק?

- אי־שוויון אלגברי
- הפונקציה הקווית
- ביטויים אלגבריים
- שאלות מילוליות

מה חשוב לי לדעת?

- **מומלץ שפרק זה יילמד לאחר פרק 12 "פתרון גרפי של אי־שוויון", בהתאם לתרשים סדר הלימוד.** זאת מכיוון שבפרק הזה עוסקים גם באי־שוויונות עם מכנה מספרי, והדבר מתבסס על אי־השוויונות ללא מכנה מספרי שנלמדו בפרקים 11 ו־12.

- זהו פרק מקיף העוסק במשוואות שהמכנה שלהן מספרי בהיבטים שונים ומגוונים. היקף העבודה בפרק הוא לפי שיקול הדעת של המורה בהתאם לרמת הכיתה ולמגבלת הזמן.

- מומלץ להציג בכיתה את הכתוב במסגרות הצהובות - הסברים ודוגמאות - לפי סדר הופעתן.
- **שאלות מומלצות לעבודת בית**: 1 זוגיים, 3, 5, 6, 10, 11, 13, 16, 18, 22 זוגיים, 23 זוגיים, 24, 27, 30, 32, 37 לפי שיקול הדעת של המורה, 39 זוגיים, 40 זוגיים, 41, 43 זוגיים, 45.

לאילו נקודות כדאי לי לשים לב במהלך הפרק?

- **המסגרת הצהובה התחתונה בעמוד 203** מציגה את שלבי הפתרון של משוואה שבה קיים מכנה מספרי, תוך פתרון של שאלה מילולית. חשוב לשים לב שעד עתה התלמידים ידעו לפתור משוואות שיש בהן מכנה מספרי רק כאשר לא נדרש חיבור או חיסור בין שברים בעלי מכנים מספריים שונים.
לדוגמה: התלמידים פתרו את המשוואה:
$4=\frac{x}{3}$ על ידי הכפלת שני האגפים ב־3 מבלי לעסוק כלל במושג "מכנה משותף" מכיוון שהיה בשאלה רק שבר אחד. התלמידים גם למדו לפתור משוואות שבהן המקדמים של הנעלם היו שברים כמו: $\frac{1}{2}x+\frac{1}{3}x=5$ על ידי כינוס איברים. במסגרת הצהובה שלאחר מכן, מוצעת דרך פתרון דומה שהיא נפוצה יותר ועשויה להיות קצרה יותר. גם בהמשך הפרק בכל פעם שנציג את דרך הפתרון הרשמית, נציע בנוסף אותה דרך נפוצה שבה נהוג יותר להשתמש.

- **בשאלה 1** התלמידים פותרים משוואות שבהן מופיעים חיבור וחיסור של שני שברים.

- **שאלות 2-21** הן שאלות מילוליות בנושאים מגוונים שניתן לפתור בעזרת משוואות עם מכנה מספרי. נציין כי בשל החשיבות של שאלות מילוליות, בחרנו שלא להרבות בפרק במשוואות שאינן חלק משאלה מילולית.

- **בשאלה 7** התלמידים נדרשים למצוא את שיעורי נקודת החיתוך בין שתי פונקציות **שבהן מופיע מכנה מספרי**. נזכיר שעד עתה הם נדרשו לעשות זאת רק בהקשר של פונקציה קווית ללא מכנה מספרי.

- **שאלות 16, 19-20** הן שאלות חשיבה המיועדות לכל הכיתה.
בשאלה 20 התלמידים נדרשים לזהות **שגיאות נפוצות** בפתרון מלא המוצג בפניהם. שאלות מסוג זה מאפשרות לתלמידים עיבוד שונה של פתרון משוואות. בשאלה זו התלמידים עוסקים במקרה המוכר שבו מכפילים את השברים במכנה המשותף אך שוכחים להכפיל את המספר החופשי.

- **שאלה 21** היא **שאלת חשיבה המיועדת לתלמידים מיומנים ולכיתות מתקדמות**. בשאלה זו התלמידים נדרשים להסיק מה מתקבל כאשר מחליפים **כל הופעה** של המשתנה x בהופעה של **אותו ביטוי אלגברי** אחר. בסעיף א' נמצא שפתרון המשוואה **המקורית** $\frac{x}{2}+\frac{x}{3}=5$ הוא $x=6$. אם נחליף במשוואה **המקורית** כל הופעה של x בביטוי האלגברי $b+1$, תתקבל המשוואה **החדשה** $\frac{b+1}{2}+\frac{b+1}{3}=5$ שאנו נדרשים לפתור בסעיף ב'. פתרון המשוואה **המקורית** הוא $x=6$, ומכאן נדרשים התלמידים להסיק שמתקיים: $b+1=6$, ולכן פתרון המשוואה החדשה הוא $b=5$.

- **המסגרת הצהובה העליונה בעמוד 208** מציגה פתרון של משוואה שבה מופיעים שלושה ביטויים אלגבריים שהמונה שלהם הוא x והמכנה שלהם הוא מספרי. גם הפעם מוצעת דרך פתרון נוספת שהיא נפוצה יותר ועשויה להיות קצרה יותר. **בשאלה 22** מופיעות משוואות מסוג זה.

- **המסגרת הצהובה התחתונה בעמוד 208** מציגה פתרון של משוואה שבה מופיעים שני ביטויים אלגבריים שהמונה שלהם הוא ביטוי לינארי עם x, והמכנה שלהם הוא מספרי. גם הפעם מוצעת דרך פתרון נוספת שהיא נפוצה יותר ועשויה להיות קצרה יותר. **בשאלה 23** מופיעות משוואות מסוג זה.

- **שאלות 24-36** הן שאלות מילוליות בנושאים מגוונים שניתן לפתור בעזרת משוואות עם מכנה מספרי.

- **בשאלה 26** התלמידים נדרשים לזהות **שגיאות נפוצות** בפתרון מלא המוצג בפניהם. שאלות מסוג זה מאפשרות לתלמידים עיבוד שונה של פתרון משוואות. בשאלה זו התלמידים עוסקים בשתי שגיאות נפוצות: הראשונה, במקרה המוכר שבו מכפילים את השברים במכנה המשותף אך שוכחים להכפיל את המספר החופשי. השנייה, שגיאה בפתיחת הסוגריים של הביטוי $2(x+1)$ כך שמתקבל הביטוי השגוי $2x+1$. בשאלה זו מומלץ לחלק את הכיתה לזוגות, ולבקש מהתלמידים לפתור את השאלה תוך שיתוף פעולה, שיח ודיון ביניהם.

- **שאלה 27** היא **שאלת חקר** לכל הכיתה. בשאלה זו שתי תלמידות פותרות את השאלה. כל אחת מהן בוחרת לסמן ב־x מספר אחר, וכך מתקבלות שתי משוואות שונות. השאלה מובילה את התלמידים לתובנה שניתן לפתור אותה השאלה על ידי סימון גדלים שונים ב־x. מומלץ להדגיש לתלמידים שכל עוד המשוואה נכונה, נקבל פתרון תקין לשאלה, אך עלינו לשים לב איזה גודל סימנו ב־x, ומה התבקשנו למצוא בשאלה.

- **שאלות 34-36 מיועדות לתלמידים מיומנים ולכיתות מתקדמות.**

- **בשאלה 37** מופיעות משוואות רבות ברמת מורכבות גבוהה. משוואות א'-ח' נועדו לכל הכיתה. משוואות ט'-י"ח נועדו לתלמידים בעלי רמת מיומנות גבוהה. נציין כי על אף שבחרנו בנקודה זו לאפשר תרגול אלגברי של משוואות מורכבות, ***יש לקחת בחשבון ש"העמקת יתר" בנושא עלולה להוביל להתרחקות מהנושא המרכזי***. לכן יש חשיבות רבה לשיקול הדעת של המורה בכיתה בנוגע להיקף התרגול בפרק.

- **המסגרת הצהובה בעמוד 213** מזכירה לתלמידים את סוגיית מספר הפתרונות האפשריים למשוואה, שבה עסקנו כבר בפרק 1 בתחילת השנה. **המשוואות בשאלה 39** עוסקות בכך.

- **החל מעמוד 214** אנו עוסקים באי־שוויון עם מכנה מספרי. **המסגרת הצהובה בעמוד 214** מזכירה לתלמידים את הכללים לפתרון אי־שוויון. **שאלות 40-49** עוסקות באי־שוויונות באופן מגוון - לעיתים במסגרת שאלה מילולית.

- **המסגרת הצהובה בעמוד 215** מזכירה לתלמידים את המקרים שבהם הפתרון של אי־השוויון הוא "כל x" או "אף x". התלמידים עסקו בנושא **בפרק 11** וכעת יתרגלו אותו שוב בהקשר של אי־שוויון עם מכנה מספרי.
- **שאלות 49-45 מיועדות לתלמידים מיומנים ולכיתות מתקדמות**. **שאלות 49-48** הן שאלות אתגר שמיועדות לתלמידים בעלי רמת מיומנות גבוהה במיוחד.

"מיליונים ראו את התפוח נופל, אך רק ניוטון שאל מדוע."

ברנרד ברוך, כלכלן

פרק 14 - משוואות שבהן הנעלם מופיע במכנה

מה נלמד בפרק זה?

- נפתור משוואות שבהן הנעלם מופיע במכנה.
- נפתור שאלות מילוליות בעזרת משוואות.

שעות לימוד מומלצות לפרק זה: 3 שעות.

מהי המטרה המרכזית בפרק? היכרות עם משוואות שבהן הנעלם מופיע במכנה.

על אילו נושאים קודמים נחזור בפרק?

- אי־שוויון אלגברי
- הפונקציה הקווית
- שאלות מילוליות

מה חשוב לי לדעת?

- **מומלץ שפרק זה יילמד לאחר פרק 13 "משוואות ואי־שוויונות עם מכנה מספרי", בהתאם לתרשים סדר הלימוד.**
- זהו פרק מקיף העוסק במשוואות שבמכנה שלהן מופיע נעלם בהיבטים שונים ומגוונים. היקף העבודה בפרק הוא לפי שיקול הדעת של המורה בהתאם לרמת הכיתה ולמגבלת הזמן.
- מומלץ להציג בכיתה את הכתוב במסגרות הצהובות - הסברים ודוגמאות - לפי סדר הופעתן.
- **שאלות מומלצות לעבודת בית**: 1 זוגיים, 3, 7, 8 זוגיים, 9 זוגיים, 11, 13, 15, 16 לבחור סעיפים לפי שיקול הדעת של המורה, 19, 22, 23 זוגיים, 25, 29 זוגיים, 32, 33, 34, 37, 38ג'.

לאילו נקודות כדאי לי לשים לב במהלך הפרק?

- **המסגרת הצהובה בעמוד 218** מזכירה לתלמידים את המונח "תחום ההצבה" שעסקו בו קודם בנושא הפונקציות. המסגרת גם מציגה את שלבי הפתרון של משוואה שבה נעלם מופיע במכנה. חשוב לשים לב שעד עתה התלמידים ידעו לפתור רק משוואות שיש בהן מכנה מספרי.
- **בשאלה 1** התלמידים פותרים משוואות בסיסיות שבהן מופיע נעלם במכנה.
- **שאלות 2-7** הן שאלות מילוליות בנושאים מגוונים שניתן לפתור בעזרת משוואות שבהן מופיע נעלם במכנה.

- **שאלה 7 מיועדת לתלמידים מיומנים ולכיתות מתקדמות.**

- **המסגרת הצהובה בעמוד 220** מציגה פתרונות של משוואות שבהן מופיע יותר מביטוי אחד שיש בו נעלם במכנה. **בשאלה 8** מופיעות משוואות מסוג זה. בחלקן מופיעים במכנה גם ביטויים מהסוג $2x$, $3x$ וכך הלאה.

- **במסגרת הצהובה בעמוד 221** אנו מרחיבים את התרגול למשוואות שבהן הביטוי במכנה הוא **סכום או הפרש** של נעלם ומספר. **בשאלה 9** מופיעות משוואות מסוג זה.

- **שאלות 10-15** הן שאלות מילוליות בנושאים מגוונים שניתן לפתור בעזרת משוואה שבמכנה שלה מופיע נעלם.

- **בשאלה 12** התלמידים נדרשים לזהות **שגיאה נפוצה** בפתרון מלא המוצג בפניהם. שאלות מסוג זה מאפשרות לתלמידים עיבוד שונה של פתרון משוואות. בשאלה זו השגיאה הנפוצה היא פיצול שגוי של שבר אלגברי לשני שברים נפרדים. יפתח פיצל את השבר $\frac{x}{x-5}$ לכדי **ההפרש השגוי**: $\frac{x}{5}-\frac{x}{x}$. בשאלה זו מומלץ לחלק את הכיתה לזוגות ולבקש מהתלמידים לפתור את השאלה תוך שיתוף פעולה, שיח ודיון ביניהם.

- **בשאלה 13** התלמידים נדרשים למצוא את שיעורי נקודת החיתוך של שתי פונקציות שבהן **מופיע נעלם במכנה**. נזכיר שעד עתה הם נדרשו לעשות זאת רק בהקשר של פונקציה קווית ללא מכנה מספרי.

- **שאלות 14-15 מיועדות לתלמידים מיומנים ולכיתות מתקדמות.**

- **המסגרת הצהובה בעמוד 223** מציגה משוואה שבה תחום ההגדרה **פוסל את הפתרון היחיד המתקבל** כך שלמשוואה אין פתרון. בהתאם, **בשאלה 16** בחלק מהמשוואות מתקבל מצב דומה שבו למשוואה אין פתרון.

- **שאלות 17-22 ו־24-25** הן שאלות מילוליות בנושאים מגוונים שניתן לפתור בעזרת משוואות שבמכנה שלהן מופיע נעלם. **שאלות 24-28 מיועדות לתלמידים מיומנים ולכיתות מתקדמות.** המשוואות **בשאלה 28** הן משוואות אתגר שמיועדות לתלמידים מתקדמים במיוחד.

- **המסגרת הצהובה בעמוד 226** מזכירה לתלמידים מהי **פרופורציה**. התלמידים עסקו בנושא בפרק 17 אך כעת יוכלו לפתור משוואות שבהן הנעלם מופיע במכנה או שהמכנה שלהן הוא מספרי. **בשאלה 29** מופיעות משוואות בסיסיות בשברים. **שאלות 30-37** הן שאלות מילוליות בנושאים שונים.

- **שאלה 38 מיועדת לתלמידים מיומנים ולכיתות מתקדמות.** בשאלה זו התלמידים נדרשים למצוא שני נעלמים בעזרת משוואה בעלת 3 אגפים. התלמידים יעזרו קודם כל בשוויון השמאלי, ולאחר מכן בשוויון הימני.

- **הפרק מסתיים בשתי שאלות אוריינות:**

שאלה 39 שייכות למדור "המתמטיקה בחיי היום־יום" שמטרתו להציג בפני הכיתה כיצד החומר הלימודי רלוונטי לחיי היום־יום ומתכתב עם המציאות עצמה.

שאלה 40 שייכות למדור "המתמטיקה בשירות המדע" שמטרתו להציג בפני הכיתה כיצד החומר הלימודי רלוונטי לתחום מדעי כלשהו.

שתי השאלות מעניקות לחוויית הלמידה משמעות מעבר לפיתוח המיומנות המתמטית. בשאלות אוריינות אלו התלמידים נדרשים להבין סוגיה מציאותית ולהיעזר בחומר הנלמד בפרק כדי לפתור אותה.

יש להדגיש לתלמידים ששאלות מסוג זה דורשות תשומת לב רבה **וקריאה סבלנית של "הסיפור"**.

פרק 15 - חוק הפילוג המורחב

מה נלמד בפרק זה?

- נחזור על חוק הפילוג.
- נלמד לבצע הוצאת גורם משותף.
- נכיר את חוק הפילוג המורחב.

שעות לימוד מומלצות לפרק זה: 2.5 שעות.

מהי המטרה המרכזית בפרק? היכרות עם חוק הפילוג המורחב ותרגולו.

על אילו נושאים קודמים נחזור בפרק?

- חוק הפילוג בכפל
- ביטויים אלגבריים
- חזקות
- שטחים

מה חשוב לי לדעת?

- **מומלץ שפרק זה יילמד לאחר פרק 14 "משוואות שבהן הנעלם מופיע במכנה", בהתאם לתרשים סדר הלימוד.**
- הפרק כולל מגוון רחב של תרגול אלגברי. היקף העבודה בפרק הוא לפי שיקול הדעת של המורה בהתאם לרמת הכיתה ולמגבלת הזמן.
- מומלץ להציג בכיתה את הכתוב במסגרות הצהובות - הסברים ודוגמאות - לפי סדר הופעתן.
- **שאלות מומלצות לעבודת בית**: 3 טור שמאלי, 4 זוגיים, 6 זוגיים, 8, 9 זוגיים, 10 זוגיים, 11 זוגיים, 14 טור אמצעי, 15 טור שמאלי, 17, 23 זוגיים, 24 זוגיים, 25 לבחור סעיפים לפי שיקול הדעת של המורה.

לאילו נקודות כדאי לי לשים לב במהלך הפרק?

- **במסגרת הצהובה בעמוד 233** מופיעה תזכורת על חוק הפילוג בכפל שאותו התלמידים פגשו בכיתה ז' וגם **בפרק 1** בפתרון של חלק מהמשוואות. **שאלות 3-1** מהוות תרגול מקדים בנושא לקראת ביצוע הפעולה ההפוכה "**הוצאת גורם משותף**".
- **המסגרת הצהובה בעמוד 235** מציגה את הוצאת הגורם המשותף **ושאלות 11-4** עוסקות בהוצאת גורם משותף מביטויים שונים. בין השאלות מופיעות מסגרות צהובות אשר מציגות סוגים נוספים של ביטויים שאותם ניתן לפרק לגורמים: ביטויים הכוללים מספר משתנים וביטויים עם חזקה.

- **שאלה 7** היא שאלת חקר העוסקת בדרכים שונות לפרק לגורמים תוך הדגשת הפירוק הממצה ביותר. מומלץ לחלק את הכיתה לזוגות ולבקש מהתלמידים לפתור את השאלה תוך שיתוף פעולה, שיח ודיון ביניהם.

- **שאלות 13-12** מיועדות לתלמידים מיומנים ולכיתות מתקדמות.

- **המסגרת הצהובה בעמוד 239** מציגה את חוק הפילוג המורחב באמצעות סכום של שטחי מלבנים. מטרת המלבנים היא להמחיש ולהוכיח את חוק הפילוג המורחב, ולכן מומלץ להדגיש לתלמידים שהנושא שבו אנו עוסקים הוא חוק הפילוג עצמו ולא "לשקוע" בהסברים לגבי המלבנים עצמם.

- **שאלות 15-14** עוסקות בתרגול אלגברי של חוק הפילוג המורחב.

- **שאלות 22-16** הן שאלות מילוליות מדורגות המיועדות לכל הכיתה. כדי לפתור אותן יש להשתמש בחוק הפילוג. **שאלות 22-19** הן שאלות חשיבה המיועדות לכל הכיתה. **בשאלות 21-20** מומלץ לחלק את הכיתה לזוגות, ולבקש מהתלמידים לפתור את השאלה תוך שיתוף פעולה, שיח ודיון ביניהם.

- **המסגרת הצהובה בעמוד 242** מזכירה לתלמידים כפל ביטויים אלגבריים עם חזקות, שפגשו בכיתה ז'. בשל הקושי המוכר של תלמידים עם חזקות, **שאלה 23** נועדה לתרגל את נושא החזקות עצמו לפני שילוב שלו עם חוק הפילוג בכפל ועם חוק הפילוג המורחב **בשאלות 25-24**.

- **שאלות 28-25** מיועדות לתלמידים מיומנים ולכיתות מתקדמות, ומטרתן להעמיק את המיומנויות ואת ההבנה האלגברית של התלמידים. **בשאלה 26** מומלץ לחלק את הכיתה לזוגות, ולבקש מהתלמידים לפתור את השאלה תוך שיתוף פעולה, שיח ודיון ביניהם.

- **שאלות 30-29** הן שאלות אתגר המיועדות **לתלמידים מיומנים ולכיתות מתקדמות במיוחד**.

שאלה 29:

המספרים x ו־y הם שלמים. ערך המכפלה $x \cdot y$ הוא אי־זוגי.

עבור כל ביטוי קבעו אם הוא בהכרח זוגי או בהכרח אי־זוגי:

א. $x - y$ ב. $(x+1)(y+1)$ ג. $(x+y)(y+2)$ ד. $(x+2y)(y+2x)$

פתרון:

לפי הנתון המכפלה $x \cdot y$ אי־זוגית. מכך נוכל להסיק שבהכרח **x ו־y שניהם אי־זוגיים**.

סעיף א - בהכרח זוגי: הפרש שני מספרים אי־זוגיים הוא בהכרח זוגי.

סעיף ב - בהכרח זוגי: כיוון ש־x ו־y אי־זוגיים המספרים העוקבים שלהם $x+1$ ו־ $y+1$ הם מספרים זוגיים. מכאן נובע שהמכפלה $(x+1)(y+1)$ היא מכפלה בין שני מספרים זוגיים ולכן זוגית.

נציין כי ניתן לפתור את הסעיף בדרך נוספת, על ידי שימוש בחוק הפילוג המורחב. במקרה זה, יתקבל הביטוי: $(x+1)(y+1)=xy+x+y+1$. נוכל להראות שהמכפלה $x \cdot y$ אי־זוגית לפי הנתון, הסכום $x+y$ הוא זוגי מכיוון שהוא סכום של שני מספרים אי־זוגיים, והמספר 1 הוא אי־זוגי. בסך הכול קיבלנו סכום של שני איברים אי־זוגיים עם איבר זוגי, והסכום כולו זוגי.

סעיף ג - בהכרח זוגי: סכום שני מספרים אי־זוגיים הוא בהכרח זוגי, ולכן הביטוי $x+y$ זוגי.

כלומר, המכפלה $(x+y)(y+2)$ כוללת מספר זוגי, ולכן היא זוגית. נציין כי ניתן לפתור את הסעיף בדרך נוספת, על ידי שימוש בחוק הפילוג המורחב, בדומה לסעיף ב'.

סעיף ד - בהכרח אי־זוגי: הביטוי 2y מתחלק ב־2, ולכן הוא זוגי. מכאן נובע שהסכום $x+2y$ מורכב מאיבר זוגי ומאיבר אי־זוגי, ולכן הוא אי־זוגי. באופן דומה ניתן להסיק שהביטוי $y+2x$ הוא אי־זוגי. המכפלה המבוקשת $(x+2y)(y+2x)$ מורכבת משני גורמים אי־זוגיים, ולכן הערך שלה בהכרח אי־זוגי. ניתן לפתור את הסעיף בדרך נוספת, על ידי שימוש בחוק הפילוג המורחב, בדומה לסעיף ב'.

שאלה 30

נתונים שני הביטויים: ביטוי א': $(x+2)(x+4)-(x+3)(x+2)$

ביטוי ב': $(x+3)(x-2)-(x-2)(x+2)$

א. פשטו את שני הביטויים.

ב. עבור כל טענה קבעו אם היא נכונה או שגויה:

i. עבור כל x, ביטוי א' גדול בערכו מביטוי ב'.

ii. יש ערכי x שעבורם ערכו של ביטוי ב' גדול בערכו מביטוי א'.

iii. אם סכום שני הביטויים יחד הוא 0 אז מכפלתם שלילית.

iv. אם סכום שני הביטויים יחד הוא 4 אז מכפלתם חיובית.

פתרון:

סעיף א: ביטוי א': $x+2$; ביטוי ב': $x-2$.

סעיף ב':

i. נכונה: ההפרש בין ביטוי א' לבין ביטוי ב' שווה ל: $(x+2)-(x-2)=4$. הנעלם x מתבטל ומקבלים את הערך המספרי 4, ולכן **ללא תלות בערך x שנבחר** ביטוי א' תמיד יהיה גדול בערכו ב־4 מביטוי ב'.

ii. שגויה: כפי שראינו בסעיף i לכל x ביטוי א' תמיד יהיה גדול בערכו מביטוי ב'.

iii. נכונה: אם סכום הביטויים שווה ל־0 אז מתקיים: $(x+2)+(x-2)=0 \rightarrow 2x=0 \rightarrow x=0$, ולכן ביטוי א' שווה ל־2 וביטוי ב' שווה ל־2-. במקרה זה מכפלתם שווה ל־4-, והיא אכן שלילית.

iv. שגויה: אם סכום הביטויים שווה ל־4 אז מתקיים: $(x+2)+(x-2)=4 \rightarrow 2x=4 \rightarrow x=2$, ולכן ביטוי א' שווה ל־4 וביטוי ב' שווה ל־0. במקרה זה מכפלתם שווה ל־0, והיא אינה חיובית.

"הצלחה היא לעבור מכישלון לכישלון מבלי לאבד התלהבות."
וינסטון צ'רצ'יל, ראש ממשלת בריטניה לשעבר

פרק 16 - משוואות שמופיע בהן הביטוי x^2

מה נלמד בפרק זה?

- נפתור משוואות שונות עם הביטוי x^2.
- נפתור שאלות מילוליות בעזרת משוואות.

שעות לימוד מומלצות לפרק זה: 1.5 שעות.

מהי המטרה המרכזית בפרק? פתרון משוואות שמופיע בהן הביטוי x^2.

על אילו נושאים קודמים נחזור בפרק?
- חוק הפילוג המורחב
- משוואות
- שטח מלבן
- שאלות מילוליות

מה חשוב לי לדעת?

- **מומלץ שפרק זה יילמד לאחר פרק 15 "חוק הפילוג המורחב", בהתאם לתרשים סדר הלימוד.**
- הפרק כולל מגוון רחב של שאלות שבאמצעותן נפתור משוואות ריבועיות. היקף העבודה בפרק הוא לפי שיקול הדעת של המורה בהתאם לרמת הכיתה ולמגבלת הזמן.
- תחילה, נעסוק במשוואות שבהן הביטוי x^2 מתבטל במהלך הפתרון, ובהמשך נעסוק במשוואות מהסוג $ax^2+bx=0$. בפרק זה נעשה שימוש רחב בחוק הפילוג המורחב ובהוצאת גורם משותף, ומסיבה זו בחרנו להציג את המשוואות האלו מייד לאחר **פרק 15**.
- מומלץ להציג בכיתה את הכתוב במסגרות הצהובות - הסברים ודוגמאות - לפי סדר הופעתן.
- **שאלות מומלצות לעבודת בית**: 2, 3 טור שמאלי, 4, 8, 10 טור שמאלי, 12, 14 לבחור סעיפים לפי שיקול הדעת של המורה, 17 זוגיים, 20, 22, 25, 27, 29.

לאילו נקודות כדאי לי לשים לב במהלך הפרק?

- **במסגרת הצהובה בעמוד 247** מופיעה דוגמה של משוואה שבה הביטוי x^2 מתבטל לאורך הפתרון. **בשאלות 12-1** התלמידים יפתרו שאלות מסוג זה לפי רמת קושי עולה. **שאלות 4-5, 7-9, 11-12** הן בעיות מילוליות בנושאים שונים שניתן לפתור אותן בעזרת משוואה שבה הביטוי x^2 מתבטל לאורך הפתרון.

- **שאלות 15-13** מיועדות לתלמידים מיומנים ולכיתות מתקדמות, במקרים שבהם צוות ההוראה מעוניין **בהעמקה אלגברית משמעותית**. נציין כי ברמת כיתה ח' פתרון של שאלות מסוג זה אינו הכרח, ולכן ההחלטה אם לעסוק בהן בכיתה ח' היא לשיקול הדעת של המורה בהתאם לרמת הכיתה. **שאלה 15** היא שאלת אתגר המיועדת לתלמידים מיומנים במיוחד.

- **המסגרת הצהובה בעמוד 250** מציגה פתרון של משוואות מהסוג $ax^2+bx=0$.

- **בשאלות 34-16** התלמידים יפתרו שאלות מסוג זה לפי רמת קושי עולה.

- **שאלה 18** היא **שאלת חקר** מדורגת העוסקת **בשגיאה נפוצה**. שאלות מסוג זה מאפשרות עיבוד שונה של פתרון משוואות. השגיאה המופיעה בשאלה עוסקת במקרה המוכר שבו לעיתים תלמידים כופים על משוואה מהסוג $x(x-2)=8$ את ההיגיון העומד מאחורי שלבי פתרון המשוואה $x(x-2)=0$.

  בשאלה זו מומלץ לחלק את הכיתה לזוגות ולבקש מהתלמידים לפתור את השאלה תוך שיתוף פעולה, שיח ודיון ביניהם.

- **שאלות 26-19** הן בעיות מילוליות בנושאים שונים המובילות למשוואה מהסוג $ax^2+bx=0$.

- **שאלות 33-27** מיועדת לתלמידים מיומנים ולכיתות מתקדמות.

- **בשאלה 27** אנו חוזרים למונח "תחום הצבה של ביטוי" בהקשר של משוואות מהסוג $ax^2+bx=0$.

- **בשאלה 32** התלמידים נדרשים להסיק מה מתקבל כאשר אנו מחליפים **כל הופעה** של המשתנה x בהופעה של **אותו ביטוי אלגברי** אחר. בסעיף א' נמצא שפתרונות המשוואה **המקורית** $3x^2+6x=0$ הם $x=-2, x=0$. אם נחליף במשוואה **המקורית** כל הופעה של x בביטוי האלגברי $b-9$, תתקבל המשוואה **החדשה** $3(b-9)^2+6(b-9)=0$ שאותה אנו נדרשים לפתור בסעיף ב'. פתרונות המשוואה **המקורית** הם $x=-2, x=0$, ומכאן נדרשים התלמידים להסיק שקיימות שתי אפשרויות:
  אם $b-9=0$ אז $b=9$. אם $b-9=-2$ אז $b=7$.

- **שאלה 34** מיועדת לתלמידים מיומנים במיוחד, במקרים שבהם צוות ההוראה מעוניין **בהעמקה אלגברית משמעותית**. נציין כי ברמת כיתה ח' פתרון של שאלות מסוג זה אינו הכרחי, ולכן ההחלטה אם לעסוק בהן בכיתה ח' היא לשיקול הדעת של המורה בהתאם לרמת הכיתה.

פרק 17 - יחס ופרופורציה

מה נלמד בפרק זה?

- נלמד מהו יחס.
- נלמד כיצד לכתוב במילים יחס בין גדלים.
- נפתור שאלות בעזרת משוואות.
- נלמד מהי פרופורציה.

שעות לימוד מומלצות לפרק זה: 4 שעות.

מהי המטרה המרכזית בפרק? היכרות עם הנושאים יחס ופרופורציה.

על אילו נושאים קודמים נחזור בפרק?

- ביטויים אלגבריים
- שטחים והיקפים של משולשים ומלבנים
- זוויות
- שאלות מילוליות
- משוואות

מה חשוב לי לדעת?

- **מומלץ שפרק זה יילמד לאחר פרק 1 "משוואות - חזרה", בהתאם לתרשים סדר הלימוד.**
- בפרק זה תלמידים פוגשים לראשונה את המונחים **"יחס"** ו**"פרופורציה"**. בשל המרכזיות של שני מונחים אלו בחיי היום־יום, חלק משמעותי מהשאלות לקוח מחיי היום־יום.
- הפרק כולל מגוון רחב של תתי־נושאים הכלולים בתוכנית הלימודים בנושא יחס. על כן הבאנו בפרק זה תרגול מגוון ועשיר בכל אחד מהם. עם זאת, נושא היחס מהדהד לאורך השנה גם בנושאים נוספים: יחס ישר, יחס הפוך, פרופורציה ודמיון משולשים. על כן היקף התרגול בפרק זה הוא לשיקול הדעת של המורה לפי רמת המיומנות של הכיתה ושיקולי זמן.
- מומלץ להציג בכיתה את הכתוב במסגרות הצהובות - הסברים ודוגמאות - לפי סדר הופעתן.
- **שאלות מומלצות לעבודת בית**: 3, 5, 7, 10, 12, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 29, 32, 35, 39, 40, 43, 46, 47, 50, 52, 54, 60, 62, 64, 66, 71.

לאילו נקודות כדאי לי לשים לב במהלך הפרק?

- **במסגרות הצהובות בעמודים 257-256** מופיעות דוגמאות המובילות להגדרת היחס. **שאלות 17-1** מציעות תרגול עשיר ומגוון בנושא זה. **שאלות 11, 13 ו־16** הן **שאלות חקר מדורגות** המיועדות לכל הכיתה. **בשאלות 11 ו־13** מומלץ לחלק את הכיתה לזוגות, ולבקש מהתלמידים לפתור את השאלה תוך שיתוף פעולה, שיח ודיון ביניהם.
- **במסגרת הצהובה בעמוד 261** נעסוק בדרכים שונות לכתוב אותו היחס. **שאלות 30-18** מציעות תרגול מגוון בהקשרים שונים.
- **בעמודים 265-264** נעסוק בהגדלה והקטנה של נתונים והשפעתן על היחס. **שאלות 31 ו־33** הן **שאלות חקר מדורגות** המיועדות לכל הכיתה. בעזרתן התלמידים מגיעים לתובנות לגבי השפעה זו.
- **בעמודים 270-265** נעסוק במספר תתי־נושאים בנושא היחס, ונתרגל אותם בשאלות העוסקות בתחומים שונים.
- **בשאלות 36 ו־41** מומלץ לחלק את הכיתה לזוגות, ולבקש מהתלמידים לפתור את השאלה תוך שיתוף פעולה, שיח ודיון ביניהם.
- **החל משאלה 49 והלאה** נפתור את השאלות בעזרת **פתרון משוואות**.
- **שאלות 58-56** מיועדות לתלמידים מיומנים ולכיתות מתקדמות.
- **במסגרת הצהובה בעמוד 271** מוצג לראשונה **המונח "פרופורציה"**. **בשאלות 67-59** נעסוק בנושא במגוון שאלות מתחומי חיים שונים. זאת כדי להמחיש עד כמה פרופורציה נוכחת בחיי היום־יום.
- **שאלה 68** היא **שאלת חקר מדורגת** המיועדת לכל הכיתה ומטרתה להוביל למסקנה האלגברית המופיעה **במסגרת הצהובה בעמוד 274**. **שאלות 70-69** עוסקות גם הן באותה מסקנה אלגברית.
- **הפרק מסתיים בשתי שאלות אוריינות:**
שאלות 72-71 שייכות למדור "המתמטיקה בחיי היום־יום" שמטרתו להציג בפני הכיתה כיצד החומר הלימודי רלוונטי לחיי היום־יום ומתכתב עם המציאות עצמה. שאלות אוריינות מסוג זה מעניקות לחוויית הלמידה משמעות מעבר לפיתוח המיומנות המתמטית. התלמידים נדרשים להבין סוגיה מציאותית ולהיעזר בחומר הנלמד בפרק כדי לפתור אותה. יש להדגיש לתלמידים ששאלות מסוג זה דורשות תשומת לב רבה **וקריאה סבלנית של "הסיפור"**.

> **"מתמטיקה טהורה היא, בדרכה, שירה של רעיונות לוגיים."**
>
> אלברט איינשטיין, פיזיקאי ומתמטיקאי

פרק 18 - קנה מידה

מה נלמד בפרק זה?

- נלמד מהו קנה מידה.
- נעסוק בגודל במציאות ביחס לגודל במפה, בתרשים או בצילום.

שעות לימוד מומלצות לפרק זה: 3 שעות.

מהי המטרה המרכזית בפרק? היכרות ותרגול בנושא קנה מידה.

על אילו נושאים קודמים נחזור בפרק?

- יחס
- שאלות מילוליות

מה חשוב לי לדעת?

- **מומלץ שפרק זה יילמד לאחר פרק 17 "יחס ופרופורציה", בהתאם לתרשים סדר הלימוד.**
- בשל השימוש במספרים גבוהים ברבות מהשאלות, מומלץ לשקול שימוש במחשבון.
- מומלץ להציג בכיתה את הכתוב במסגרות הצהובות - הסברים ודוגמאות - לפי סדר הופעתן.
- **שאלות מומלצות לעבודת בית**: 3, 4, 5, 8, 12, 13, 16, 19, 21, 23, 26, 28, 30, 31, 33, 34.

לאילו נקודות כדאי לי לשים לב במהלך הפרק?

- **הפרק נפתח בהמחשה ויזואלית מציאותית** של שימוש בקנה מידה בחיי היום־יום בסיטואציה של תכנון טיול לפי מפה. המחשה זו **מובילה למסגרת הצהובה בעמוד 282** שבה מופיעה ההגדרה של **"קנה מידה"**. **שאלה 1** היא שאלה יישומית שבה התלמידים נדרשים למדידת מרחק במפה על ידי סרגל כדי לחשב את המרחק במציאות בעזרת קנה מידה נתון.
- **שאלות 2-24** מציעות תרגול עשיר בהקשר של תחומי חיים שונים. זאת כדי להמחיש עד כמה קנה מידה נוכח בחיי היום־יום.
- **במסגרת הצהובה בעמוד 288** מופיעים הסברים לגבי כתיבת קנה מידה כאשר השרטוט גדול מהמציאות. **שאלות 25-28** עוסקות בכך.
- **אשכול השאלות 31-33 מיועד לתלמידים מיומנים וכיתות מתקדמות**. **בשאלה 32** מומלץ לחלק את הכיתה לזוגות, ולבקש מהתלמידים לפתור את השאלה תוך שיתוף פעולה, שיח ודיון ביניהם.

- **הפרק מסתיים בשאלת אוריינות:**

שאלה 34 שייכת למדור "המתמטיקה בחיי היום־יום" שמטרתו להציג בפני הכיתה כיצד החומר הלימודי רלוונטי לחיי היום־יום ומתכתב עם המציאות עצמה. שאלות אוריינות מסוג זה מעניקות לחוויית הלמידה משמעות מעבר לפיתוח המיומנות המתמטית. התלמידים נדרשים להבין סוגיה מציאותית ולהיעזר בחומר הנלמד בפרק כדי לפתור אותה. יש להדגיש לתלמידים ששאלות מסוג זה דורשות תשומת לב רבה **וקריאה סבלנית של "הסיפור"**.

> **"כל מטרת החינוך היא להפוך מראות לחלונות."**
>
> - סידני האריס, עיתונאי

פרק 19 - יחס הפוך

מה נלמד בפרק זה?

- נלמד מהו יחס הפוך.
- נפתור שאלות בנושא יחס הפוך בעזרת משוואות.

שעות לימוד מומלצות לפרק זה: 3 שעות.

מהי המטרה המרכזית בפרק? היכרות ותרגול בנושא יחס הפוך.

על אילו נושאים קודמים נחזור בפרק?

- יחס ישר
- פונקציות
- שאלות מילוליות

מה חשוב לי לדעת?

- **מומלץ שפרק זה יילמד לאחר פרק 4 העוסק ביחס ישר ולאחר פרק 18 העוסק בקנה מידה, בהתאם לתרשים סדר הלימוד.**
- מומלץ להציג בכיתה את הכתוב במסגרות הצהובות - הסברים ודוגמאות - לפי סדר הופעתן.
- **שאלות מומלצות לעבודת בית**: 6, 7, 8, 10, 12, 13, 15.

לאילו נקודות כדאי לי לשים לב במהלך הפרק?

- **הפרק נפתח בשאלת חקר מדורגת** המובילה **להגדרת היחס ההפוך במסגרת הצהובה בעמוד 296**.
- **שאלות 1-10** מציעות תרגול עשיר בהקשר של תחומי חיים שונים. זאת כדי להמחיש עד כמה יחס הפוך נוכח בחיי היום־יום. **בשאלה 9** מומלץ לחלק את הכיתה לזוגות, ולבקש מהתלמידים לפתור את השאלה תוך שיתוף פעולה, שיח ודיון ביניהם.

- **שאלה 11** היא **שאלת חקר מדורגת** המיועדת לכל הכיתה, ובה מוצגת לראשונה פונקציה מהסוג $y=\frac{k}{x}$ כפונקציה המתארת יחס הפוך בין הערכים החיוביים של x ו־y.

- **שאלות 12-16** מעמיקות את העיסוק בפונקציות שונות מסוג זה. **שאלה 16** היא **שאלת חקר המיועדת לתלמידים מיומנים וכיתות מתקדמות**. בשאלה זו מומלץ לחלק את הכיתה לזוגות, ולבקש מהתלמידים לפתור את השאלה תוך שיתוף פעולה, שיח ודיון ביניהם.

- **הפרק מסתיים בשאלת אוריינות:**

שאלה 17 שייכת למדור "המתמטיקה בשירות המדע" שמטרתו להציג בפני הכיתה כיצד החומר הלימודי רלוונטי לתחום מדעי כלשהו ומתכתב עם המציאות עצמה. **שאלות אוריינות מסוג זה מעניקות לחוויית הלמידה משמעות מעבר לפיתוח המיומנות המתמטית.** התלמידים נדרשים להבין סוגיה מציאותית ולהיעזר בחומר הנלמד בפרק כדי לפתור אותה. יש להדגיש לתלמידים ששאלות מסוג זה דורשות תשומת לב רבה **וקריאה סבלנית של "הסיפור"**.

> **"זה שאיננו יכולים למצוא פתרון, זה לא אומר שאין כזה."**
>
> אנדרו ויילס, מתמטיקאי

פרק 20 - זווית חיצונית למשולש

מה נלמד בפרק זה?

- ניזכר מהן זוויות קודקודיות.
- ניזכר מהן זוויות צמודות.
- ניזכר בזוויות מתחלפות ומתאימות בין ישרים מקבילים.
- נלמד מהי זווית חיצונית למשולש.
- נפתור שאלות בנושאים אלו בעזרת משוואות.

שעות לימוד מומלצות לפרק זה: 1 שעות.

מהי המטרה המרכזית בפרק? היכרות ותרגול הנושא זווית חיצונית למשולש.

על אילו נושאים קודמים נחזור בפרק?

- סוגי זוויות - חדות, ישרות, קהות ושטוחות
- זוויות קודקודיות, צמודות, מתחלפות ומתאימות
- משוואות

מה חשוב לי לדעת?

- **מומלץ שפרק זה יילמד לאחר פרק 19 ״יחס הפוך״, בהתאם לתרשים סדר הלימוד.**
- זהו הפרק הפותח של תחום הגיאומטריה בכיתה ח׳. מומלץ לבקש מהתלמידים לפתור את **״עצירה להתרעננות 6״** בעמוד 304 לפני תחילת העבודה על הפרק. אימון זה חוזר בקצרה על נושא הזווית החיצונית למשולש שנלמד במהלך כיתה ז׳.
- בחרנו לפתוח את תחום הגיאומטריה בנושא זה כדי לאפשר לתלמידים ריענון והעמקה בזוויות לקראת העיסוק בנושאים המרכזיים - חפיפת משולשים, משולש שווה שוקיים ודמיון משולשים.
- מומלץ להציג בכיתה את הכתוב במסגרות הצהובות - הסברים ודוגמאות - לפי סדר הופעתן.
- **שאלות מומלצות לעבודת בית**: 4, 5, 8, 10, 12, 13, 15.

לאילו נקודות כדאי לי לשים לב במהלך הפרק?

- **בעמודים 307-305** נעשה חזרה על מונחים שפגשנו בכיתה ז' - זוויות קודקודיות, זוויות מתאימות בין ישרים מקבילים וזוויות מתחלפות בין ישרים מקבילים. **שאלות 5-1** עוסקות בחישוב זוויות מסוגים אלו.
- **שאלה 2** עוסקת **בתפיסה נאיבית** - אמונה מקדימה שגויה שהתלמידים מגיעים איתה - לפיה אורך השוקיים של זווית קשור לגודל הזווית. התלמידים נדרשים להבין ששתי הזוויות המוזכרות בשאלה שוות זו לזו מכיוון שהן זוויות קודקודיות.
- **שאלה 6** היא **שאלת חקר** שבעזרתה התלמידים מגיעים לתובנה שהזווית החיצונית למשולש שווה לסכום שתי הזוויות הפנימיות שאינן צמודות לה. בשאלה זו מומלץ לחלק את הכיתה לזוגות, ולבקש מהתלמידים לפתור את השאלה תוך שיתוף פעולה, שיח ודיון ביניהם.
- **המסגרת הצהובה בעמוד 308** מציגה מהי זווית חיצונית למשולש.
- **שאלות 18-7** עוסקות במציאת זוויות חיצוניות למשולש או בחישוב הגודל שלהן.
בשאלה 13 נשתמש במשוואות.
בשאלות 15-14 נתרגל את הנושא תוך שילוב אינטגרטיבי מדורג של זוויות מתאימות ומתחלפות בין ישרים מקבילים.
- **בשאלה 16** מומלץ לחלק את הכיתה לזוגות ולבקש מהתלמידים לפתור את השאלה תוך שיתוף פעולה, שיח ודיון ביניהם.
- **שאלה 18** היא **שאלת חקר** המיועדת לכל הכיתה, אך סעיף ג' מיועד לתלמידים מיומנים ולכיתות מתקדמות. השאלה מובילה את התלמידים לתובנה שסכום הזוויות החיצוניות בכל משולש הוא $360°$. בהזדמנות זו ניתן להסביר לכיתה שסכום הזוויות החיצוניות בכל מצולע הוא $360°$ ולהדגים זאת על ריבוע, על מחומש משוכלל וכך הלאה. בשאלה זו מומלץ לחלק את הכיתה לזוגות ולבקש מהתלמידים לפתור את השאלה תוך שיתוף פעולה, שיח ודיון ביניהם.

"אם אתם חושבים שהחינוך יקר, נסו בורות."

- ג'ף ריץ', נדבן אפריקאי

פרק 21 - חפיפת משולשים - היכרות

מה נלמד בפרק זה?

- מהם משולשים חופפים.
- התכונות המתקיימות במשולשים חופפים.
- מהו הכתיב המתמטי של חפיפת משולשים.

שעות לימוד מומלצות לפרק זה : 2 שעות.

מהי המטרה המרכזית בפרק? היכרות עם הנושא חפיפת משולשים.

על אילו נושאים קודמים נחזור בפרק?

- זוויות במשולש
- שטח משולש

מה חשוב לי לדעת?

- **מומלץ שפרק זה יילמד לאחר פרק 20 "זווית חיצונית למשולש", בהתאם לתרשים סדר הלימוד.**
- פרק זה עוסק בהיכרות עם המושג **"משולשים חופפים"**, והוא מציע תרגול ברמה בסיסית ובינונית, לפי רמת קושי עולה. זאת כדי לאפשר לתלמידים **כניסה רכה ונוחה לנושא חפיפת משולשים** שהוא מרכזי בלימודי הגיאומטריה בכיתות ח'-י'. בתוך כך, פרק זה הוא חלק מהשלב הקדם דדוקטיבי של **הנושא "חפיפת משולשים"**. כלומר, חלק מהשלב המקדים לפני העיסוק בהוכחות גיאומטריות פורמליות בנושא זה.
- מומלץ שהתלמידים יעתיקו את המשולשים למחברת ויסתייעו במרקר לסימון צלעות וזוויות שוות.
- מומלץ להציג בכיתה את הכתוב במסגרות הצהובות - הסברים ודוגמאות - לפי סדר הופעתן.
- **שאלות מומלצות לעבודת בית** : 2, 3, 4, 7, 8, 10, 12, 14, 16, 20, 21, 24.

לאילו נקודות כדאי לי לשים לב במהלך הפרק?

- **הפרק נפתח בהתנסות מוחשית** המובילה את התלמידים למושג "משולשים חופפים" המוצג **בעמוד 312**. **שאלות 8-1** עוסקות במשולשים חופפים מכיוונים שונים. **שאלות 3-1** עוסקות בעיקר בתפיסה הוויזואלית של משולשים חופפים, כאשר התלמידים מסתמכים על מראית עין.
- **בשאלות 8-4** התלמידים מסתמכים על הגדרת המשולשים החופפים שהופיעה **בעמוד 312**.
- **שאלה 5** היא **שאלת חקר מדורגת** המיועדת לכל הכיתה, והיא עוסקת בבדיקת התנאים לכך שמשולשים יהיו חופפים. בשאלה זו מומלץ לחלק את הכיתה לזוגות, ולבקש מהתלמידים לפתור את השאלה תוך שיתוף פעולה, שיח ודיון ביניהם.
- **המסגרות הצהובות בהמשך הפרק** מציגות בפני התלמידים הגדרות, דרכי כתיבה ודרכי סימון של תכונות המשולשים החופפים.
- **במסגרת הצהובה בעמוד 316** מופיע המונח "זוויות מתאימות במשולשים חופפים". מומלץ להבהיר לכיתה את ההבדל בין זוויות מתאימות **במשולשים חופפים** לבין זוויות מתאימות בין **ישרים מקבילים**.
- **במסגרת הצהובה בעמוד 320** מופיעות ההגדרות של **צלע משותפת, זווית משותפת וקטע משותף**. הגדרות אלו ותרגול בנושא **בשאלות 26-23** מהווים הקדמה לעיסוק בנושא במסגרת השלב הדדוקטיבי בהוכחות הפורמליות. **בשאלה 26** מומלץ לחלק את הכיתה לזוגות ולבקש מהתלמידים לפתור את השאלה תוך שיתוף פעולה, שיח ודיון ביניהם.
- **שאלות 27-28** **מיועדות לתלמידים מיומנים וכיתות מתקדמות**.

> **"שליחותו של המורה. אין מקצוע מיוחס יותר. לעורר באדם אחר כוחות וחלומות מעבר לאלה של האדם; לגרום לאחר לאהוב את שאתה אוהב; להפוך את ההווה הפנימי של אדם לעתידו; זוהי הרפתקה משולשת שאין כמוה."**
>
> פרופסור ג'ורג' שטיינר, מבקר ספרות

פרק 22 - חפיפת משולשים - שלב קדם דדוקטיבי

מה נלמד בפרק זה?

- נכיר את משפט החפיפה צלע־זווית־צלע.
- נכיר את משפט החפיפה זווית־צלע־זווית.
- נכיר את משפט החפיפה צלע־צלע־צלע.
- נפתור שאלות במערכת הצירים.

שעות לימוד מומלצות לפרק זה: 2 שעות.

מהי המטרה המרכזית בפרק? תרגול קדם דדוקטיבי בנושא חפיפת משולשים.

על אילו נושאים קודמים נחזור בפרק?

- משולשים חופפים
- זוויות במשולש
- שטח משולש
- מערכת הצירים
- משוואות

מה חשוב לי לדעת?

- **פרק זה יילמד לאחר פרק 21 "חפיפת משולשים - היכרות", בהתאם לתרשים סדר הלימוד.**
- **מהו השלב הקדם דדוקטיבי?**

דדוקציה היא הסקת מסקנות מהכלל אל הפרט. בתהליך הדדוקציה נשתמש בהגדרות, באקסיומות ובהנחות יסוד כדי להוכיח מסקנות או תכונות נקודתיות. בהקשר של תוכנית הלימודים בכיתה ח', **השלב הקדם דדוקטיבי** עוסק בהיכרות עם משפטי החפיפה ושימוש בהם כדי לזהות חפיפה.
בפרק הבא, בשלב הדדוקטיבי, נעסוק בהוכחות גיאומטריות פורמליות (טענה ונימוק) בנושא חפיפת משולשים. במסגרת ההוכחות נסתמך על תכונות של צורות גיאומטריות כדי להוכיח תכונות אחרות.

- כאמור, הפרק עוסק בהיכרות עם המושג **"משפטי חפיפה"** ומציע תרגול ברמה בסיסית ובינונית, לפי רמת קושי עולה. זאת כדי לאפשר לתלמידים **כניסה רכה ונוחה לנושא משפטי החפיפה**.
- מומלץ שהתלמידים יעתיקו את המשולשים למחברת ויסתייעו במרקר לסימון צלעות וזוויות שוות.
- מומלץ להציג בכיתה את הכתוב במסגרות הצהובות - הסברים ודוגמאות - לפי סדר הופעתן.
- **שאלות מומלצות לעבודת בית**: 2, 4, 6, 12, 13, 14, 15, 17, 19, 20, 23, 24, 26, 27, 31, 33, 34, 40, 42, 44, 46.

לאילו נקודות כדאי לי לשים לב במהלך הפרק?

- **המסגרת הצהובה בעמוד 325** מציגה בפני התלמידים את המושגים **"משפט בגיאומטריה"** ו**"משפטי חפיפה"**.

- **בעמוד 325** מופיעה התנסות מוחשית נוחה ליישום בכיתה שבעזרתה התלמידים מגיעים לתובנה לגבי נכונותו של משפט החפיפה צ.ז.צ המוצג במסגרת הצהובה **בעמוד 326**.
התנסות מוחשית נוספת מומלצת: לבקש מכל התלמידים **להכין בבית לקראת השיעור** משולש גזור שצלעותיו הן באורכים 4 ו־6 ס"מ, והזווית שביניהן היא בגודל $80°$. כאשר התלמידים יביאו את המשולשים לשיעור, יגלו שכל המשולשים שגזרו חופפים זה לזה.

- **שאלות 9-1** עוסקות במשפט חפיפה זה ומסודרות לפי רמת קושי עולה.
בשאלה 5 מומלץ לחלק את הכיתה לזוגות ולבקש מהתלמידים לפתור את השאלה תוך שיתוף פעולה, שיח ודיון ביניהם.

בשאלות 6, 7, 9 נעשה שימוש אינטגרטיבי בשטחו של משולש ישר זוויות.

שאלה 8 היא **שאלת חקר** המיועדת לכל הכיתה. שאלה זו מובילה לתובנה שכאשר נתונים משולשים שבהם שתי צלעות מתאימות שוות וזווית מתאימה שווה, נוכל לקבוע שהם בהכרח חופפים רק אם הזווית הזו תהיה **בין** שתי הצלעות המתאימות. למעשה, בכיתה י', ברמת 5 יח"ל, התלמידים יפגשו את משפט החפיפה הרביעי צ.צ.ז, שבו הזווית המתאימה נמצאת מול אחת הצלעות המתאימות, אך במקרה זה יתווסף תנאי נוסף: הזווית צריכה להיות מול הצלע הארוכה מבין השתיים. בשאלה זו מומלץ לחלק את הכיתה לזוגות ולבקש מהתלמידים לפתור את השאלה תוך שיתוף פעולה, שיח ודיון ביניהם.

- **שאלה 10** היא **שאלת חקר מדורגת** שבעזרתה התלמידים מגיעים לתובנה לגבי נכונותו של משפט החפיפה ז.צ.ז המוצג במסגרת הצהובה **בעמוד 329**. בשאלה זו מומלץ לחלק את הכיתה לזוגות ולבקש מהתלמידים לפתור את השאלה תוך שיתוף פעולה, שיח ודיון ביניהם.
התנסות מוחשית נוספת מומלצת: לבקש מכל התלמידים **לקראת השיעור** לשרטט בבית משולש שבו צלע שאורכה 5 ס"מ, ובקצוות שלה זוויות שגודלן $50°$ ו־$70°$. התלמידים יגזרו את המשולשים בבית וכאשר יביאו אותם לשיעור, יגלו שהם חופפים זה לזה.

- **שאלות 17-11** עוסקות במשפט חפיפה זה ומסודרות לפי רמת קושי עולה.

- **בעמוד 332** מופיעה התנסות מוחשית נוחה ליישום בכיתה שבעזרתה התלמידים מגיעים לתובנה לגבי נכונותו של משפט החפיפה צ.צ.צ, המוצג במסגרת הצהובה התחתונה **בעמוד זה**. **השאלות בהמשך הפרק** עוסקות בשלושת משפטי החפיפה.

- **בשאלות 24-22** נעשה שימוש במשוואות בהקשר של אורכים וזוויות.

- **אשכול השאלות 38-25** מציע תרגול **אינטגרטיבי מדורג ומגוון** של משפטי החפיפה לקראת השלב הדדוקטיבי שבו יבוצעו הוכחות פורמליות. לאור החשיבות של הבנת הרציונל שמאחורי משפטי החפיפה, אשכול זה מציע מגוון של שאלות ברמות קושי שונות. היקף התרגול מתוכו הוא לפי שיקול הדעת של המורה בכיתה בהתאם לרמת המיומנות של הכיתה ולשיקולי זמן.
שאלות 38-34 מיועדת לתלמידים מיומנים וכיתות מתקדמות.
בשאלה 35 מומלץ לחלק את הכיתה לזוגות, ולבקש מהתלמידים לפתור את השאלה תוך שיתוף פעולה, שיח ודיון ביניהם.
שאלות 38-37, הן שאלות אתגר המיועדות לתלמידים מיומנים במיוחד.

- **אשכול השאלות 46-39** מהווה **צעד ראשון ומשמעותי של החיבור בין גיאומטריה אוקלידית לבין גיאומטריה אנליטית** במערכת הצירים, **בהתאם לדגשי ההוראה העדכניים בכיתה ח'**. השאלות מדורגות ומאפשרות לתלמידים כניסה נוחה וחלקה לשילוב שבין שני סוגי הגיאומטריה.
בהתאם לתוכנית הלימודים החדשה בתיכון, ברמת 4 יח"ל לימוד, אחת מהמטרות של שילוב שני נושאים אלה היא הצגת הגיאומטריה כתחום בפני עצמו, ובתוך כך היא מתקיימת גם במערכת הצירים וגם מחוץ לה. לכן מומלץ **שלא להציג בכיתה המשגות נפרדות לגיאומטריה אנליטית ולגיאומטריה אוקלידית**. תרגול של שאלות גיאומטריות במערכת הצירים מופיע גם בהמשך כרך א' בפרק הבא השייך לשלב הדדוקטיבי וגם בכרך ב' בנושאים: "משולש שווה שוקיים" ו"דמיון משולשים".

"מורה משפיע לָנֶצַח; הוא אף פעם לא יכול לדעת היכן נגמרת השפעתו."
פרופסור הנרי אדמס, היסטוריון

פרק 23 - חפיפת משולשים - שלב דדוקטיבי

מה נלמד בפרק זה?

- נלמד מהי הוכחה בגיאומטריה.
- נתרגל הוכחות בסיסיות בגיאומטריה.
- נחשב גודלי זוויות, אורכים ושטחים במשולש.

שעות לימוד מומלצות לפרק זה: 2 שעות.

מהי המטרה המרכזית בפרק? הוכחות גיאומטריות (טענה ונימוק) בנושא חפיפת משולשים.

על אילו נושאים קודמים נחזור בפרק?

- אי־שוויון אלגברי
- הפונקציה הקווית
- שאלות מילוליות

מה חשוב לי לדעת?

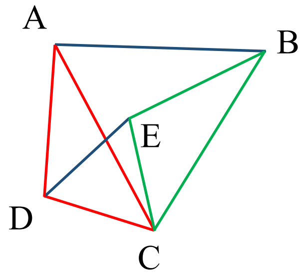
- **מומלץ שפרק זה יילמד לאחר פרק 22 "חפיפת משולשים - שלב קדם דדוקטיבי", בהתאם לתרשים סדר הלימוד.**
- **מהו השלב הדדוקטיבי?**
דדוקציה היא הסקת מסקנות מהכלל אל הפרט. בתהליך הדדוקציה נשתמש בהגדרות, באקסיומות ובהנחות יסוד כדי להוכיח מסקנות או תכונות נקודתיות. בהקשר של תוכנית הלימודים בכיתה ח', **השלב הדדוקטיבי** עוסק בהוכחות גיאומטריות פורמליות (טענה ונימוק) בנושא חפיפת משולשים. במסגרת הוכחות אלו נסתמך על תכונות של צורות גיאומטריות כדי להוכיח תכונות אחרות. הפרק עוסק בהיכרות עם המושג **"הוכחה גיאומטרית"**, והוא בנוי באופן הדרגתי כדי לסייע לתלמידים בצעדים הראשונים בהוכחות פורמליות. בפרק הקודם, בשלב הקדם דדוקטיבי, עסקנו בהיכרות עם משפטי החפיפה ושימוש בהם כדי לזהות חפיפה בין משולשים, ואילו בפרק זה נשתמש בהם ככלי בהוכחות גיאומטריות.
- **חשוב!** צוותי הוראה שונים נוהגים להציג הוכחות גיאומטריות בסגנונות שונים. בפרק זה השתדלנו להציג את **היסודות של ההוכחה הגיאומטרית** לפי "הקונצנזוס" ותוך התייעצות עם גורמי ההדרכה הרשמיים של משרד החינוך.

- יש לקחת בחשבון כי הפרק עוסק בחפיפת משולשים, אבל עקרונות הכתיבה של הוכחה גיאומטרית רלוונטיים גם להוכחות בנושאים אחרים, כפי שנפגוש בפרקים נוספים, גם בכרך ב'.
- מומלץ להציג בכיתה את הכתוב במסגרות הצהובות - הסברים ודוגמאות - לפי סדר הופעתן.
- **שאלות מומלצות לעבודת בית**: 4, 6, 7, 12, 13, 14, 15, 17, 20, 21, 22, 23, 26, 28, 29, 30, 31, 32, 34, 36, 38, 39, 43, 44.

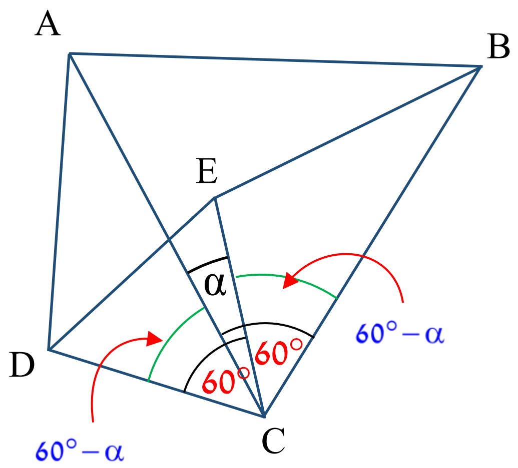
לאילו נקודות כדאי לי לשים לב במהלך הפרק?

- **במסגרות הצהובות בעמודים 349-348** מוצג הסבר מהי הוכחה גיאומטרית, מדוע היא נדרשת וכיצד טבלת "טענה־נימוק" משמשת אותנו בהוכחה זו. בנוסף מוצגת דוגמה בסיסית להוכחה גיאומטרית.
- **בשאלות 2-1** התלמידים נדרשים להשלים הוכחה בסיסית בעזרת טענות ונימוקים בסיסיים.
- **בשאלות 8-3** התלמידים נדרשים להוכיח חפיפת משולשים **אחת** בעזרת הנתונים. מומלץ שלא לדלג על שאלות אלו מכיוון שהן מהוות הזדמנות להוכיח חפיפת משולשים בעזרת כל אחד ממשפטי החפיפה שלמדנו. **בשאלה 8** התלמידים נדרשים להשלים בטבלה נימוקים עבור הטענות הקיימות. בשאלה זו מומלץ לחלק את הכיתה לזוגות, ולבקש מהתלמידים לפתור את השאלה תוך שיתוף פעולה, שיח ודיון ביניהם.
- לאחר **שבשאלות 8-3** התלמידים נדרשו באופן ישיר להוכיח חפיפה בין שני משולשים מסוימים, **בשאלות 15-9** הם אינם נדרשים לכך במפורש, אך עליהם לעשות זאת כדי להוכיח שוויון בין זוויות או בין קטעים. **בשאלה 9** התלמידים נדרשים להשלים בטבלה נימוקים עבור הטענות הקיימות. הם נדרשים לראשונה להוכיח שוויון בין זוויות מתאימות הנמצאות במשולשים החופפים.
- **המסגרת הצהובה העליונה בעמוד 355** מציגה לראשונה את משמעות המילה "בהתאמה" בכתיבה מתמטית, והיא מופיעה **בשאלות 17-16**.
- **המסגרת הצהובה התחתונה בעמוד 355** מזכירה לתלמידים כיצד להוכיח שמרובע הוא מלבן. התלמידים עסקו בכך בכיתה ז'. **שאלה 18** עוסקת בכך.
- **בשאלות 22-19** לפני הוכחת חפיפת המשולשים, התלמידים נדרשים להוכיח תכונה אחרת בעזרת הנתונים.
- **שאלות 25-23 מיועדות לתלמידים מיומנים וכיתות מתקדמות**.

בשאלות 24-23 התלמידים ישתמשו בפרמטר α לסימון זוויות. מומלץ לגשת לשאלות אלו רק אם התלמידים בשלים לעבודה האלגברית הכרוכה בביטויים אלגבריים עם הפרמטר α בתוך משולש.



- **שאלה 25** היא שאלת אתגר **המיועדת לתלמידים מיומנים במיוחד**.
בשאלה התלמידים נדרשים לחפוף את המשולשים $\Delta ADC \cong \Delta BEC$
ולהראות שהצלעות AD ו-BE מתאימות ושוות.



המשולש ΔABC הוא שווה צלעות, **ולכן** הצלעות AC ו-BC שוות.
המשולש ΔDEC הוא שווה צלעות, **ולכן** הצלעות EC ו-DC שוות.
כדי להוכיח שהזוויות $\measuredangle ACD$ ו- $\measuredangle ECB$ הכלואות בין הצלעות, הן שוות, נסמן $\measuredangle ACE=\alpha$.
המשולשים ΔDEC ו-ΔABC הם שווי צלעות, ולכן גודל הזוויות $\measuredangle ECD$ ו- $\measuredangle ACB$ הוא $60°$.
נקבל: $\measuredangle ACD=\measuredangle ECB=60°-\alpha$.
ניתן להוכיח ש: $\Delta ADC \cong \Delta BEC$ לפי משפט חפיפה צ.ז.צ. בהתאם, הצלעות AD ו-BE הן צלעות מתאימות שוות במשולשים חופפים.

- **בשאלות 26-36** התלמידים נדרשים לבצע שתי חפיפות משולשים באותה השאלה. **שאלות 31-34 מיועדות לתלמידים מיומנים ולכיתות מתקדמות.**
- **שאלות 35-36 מיועדות לתלמידים מיומנים ולכיתות מתקדמות**. בשאלות אלו התלמידים פוגשים את המעגל שהכירו כבר בכיתה ז'. לפני השאלות מופיעה מסגרת צהובה המזכירה לתלמידים שהרדיוסים במעגל שווים. ההוכחות בשאלות אלו מסתמכות על תכונה זו.
- **אשכול השאלות 37-44** הוא המשך העבודה על **השילוב בין גיאומטריה אוקלידית לבין גיאומטריה אנליטית** במערכת הצירים, **בהתאם לדגשי ההוראה העדכניים בכיתה ח'**. השאלות מדורגות ומאפשרות לתלמידים כניסה נוחה וחלקה לשילוב שבין שני סוגי הגיאומטריה. **בשאלות 39-40** התלמידים נדרשים להשתמש במשוואת הישר כדי למצוא נקודות חיתוך ובעזרתן לבצע את ההוכחה הגיאומטרית. אם בשלב זה של הלמידה התלמידים טרם עסקו במשוואת הישר, מומלץ לשמור את השאלות לשלב שבו יוכלו לפתור אותן בהמשך השנה.
- **אשכול השאלות 40-43** עוסק בהנחה של צורות גיאומטריות על מערכת הצירים כדי שניתן יהיה לפתור שאלה גיאומטרית בעזרת שיעורי הנקודות במערכת הצירים. **שאלה 40** היא שאלת חקר שפותחת את רצף השאלות באשכול זה. בשאלה זו מומלץ לחלק את הכיתה לזוגות ולבקש מהתלמידים לפתור אותה תוך שיתוף פעולה, שיח ודיון ביניהם.

פרק 24 - תיכון במשולש

מה נלמד בפרק זה?

- נלמד מהו תיכון במשולש.
- נחזור לעסוק בחוצה זווית ובגובה במשולש.
- נחשב שטחים של משולשים.
- נפתור משוואות.

שעות לימוד מומלצות לפרק זה: 2 שעות.

מהי המטרה המרכזית בפרק? היכרות ותרגול בנושא תיכון במשולש.

על אילו נושאים קודמים נחזור בפרק?

- שטח משולש
- חפיפת משולשים
- חוצה זווית במשולש
- גובה במשולש
- הפונקציה הקווית

מה חשוב לי לדעת?

- **מומלץ שפרק זה יילמד לאחר פרק 23 "חפיפת משולשים - שלב דדוקטיבי", בהתאם לתרשים סדר הלימוד.**
- מומלץ **להודיע לתלמידים מראש** להביא לשיעור זה קרטון קשיח, סרגל ארוך ומספריים, כדי שכולם יוכלו להשתתף עצמאית בהתנסות המוחשית שבתחילת הפרק.
- הפרק כולל מגוון רחב של שאלות שבהן אנו עוסקים בתיכון בהיבטים שונים. למעשה, פרק זה מהווה חזרה וסיכום של מספר נושאים בגיאומטריה שעסקנו בהם עד עתה: שטח משולש, חפיפת משולשים, חוצה זווית, ריבוע ומלבן. היקף העבודה בפרק הוא לפי שיקול הדעת של המורה בהתאם לרמת הכיתה ולמגבלת הזמן.
- מומלץ להציג בכיתה את הכתוב במסגרות הצהובות - הסברים ודוגמאות - לפי סדר הופעתן.
- **שאלות מומלצות לעבודת בית**: 3, 7, 9, 10, 14, 15, 16, 18, 23, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 33, 35, 37.

לאילו נקודות כדאי לי לשים לב במהלך הפרק?

- **בעמוד 367** מופיעה **התנסות מוחשית** שמטרתה לפתוח את הנושא **בהפעלה חווייתית** קצרה. מטרתה להציג שימוש יישומי נקודתי ראשון בתיכונים, עוד לפני שהתלמידים יודעים מהו תיכון. תוך כדי ההתנסות, התלמידים נחשפים לתכונה פיזיקלית מעניינת.
- **המסגרת הצהובה בעמוד 368** מציגה את ההגדרה של תיכון במשולש ומזכירה שקיימים שלושה תיכונים בכל משולש והם נפגשים בנקודה אחת.

שאלות 10-1 עוסקות בזיהוי התיכון ובחישוב אורכי צלעות וקטעים במשולש בעזרת הגדרת התיכון.

- **שאלות 6-5** דורשות שימוש בסרגל לצורכי מדידה.
- **בשאלות 8 ו11** מומלץ לחלק את הכיתה לזוגות, ולבקש מהתלמידים לפתור את השאלה תוך שיתוף פעולה, שיח ודיון ביניהם.
- **שאלה 11** היא **שאלת חקר מדורגת** המיועדת לכל הכיתה. השאלה מובילה **לתובנה שכל תיכון מחלק את המשולש לשני משולשים שווי שטח**.

שאלות 20-12 עוסקות בתובנה זו תוך שהן משלבות נושאים נוספים בגיאומטריה: גובה במשולש, שטחים והיקפים של משולשים ומעגל. **שאלה 20 מיועדת לתלמידים מיומנים וכיתות מתקדמות**.

- **המסגרת הצהובה בעמוד 374** מזכירה לתלמידים מהו חוצה זווית במשולש. **שאלות 23-22** עוסקות בזיהוי של גובה, חוצה זווית ותיכון במשולש.

- **שאלות 31-24** הן שאלות הוכחה המשלבות חפיפת משולשים עם הגדרת התיכון. **שאלות 31-30 מיועדות לתלמידים מיומנים וכיתות מתקדמות**.

- **אשכול השאלות 38-32** הוא המשך העבודה על **השילוב בין גיאומטריה אוקלידית לבין גיאומטריה אנליטית** במערכת הצירים, **בהתאם לדגשי ההוראה העדכניים בכיתה ח'**. הפעם הדגש הוא בנושא התיכון במשולש. **בשאלות 38-34** התלמידים נדרשים להשתמש במשוואת הישר כדי למצוא נקודות חיתוך. אם בשלב זה של הלמידה התלמידים טרם עסקו במשוואת הישר, מומלץ לשמור את השאלות לשלב שבו יוכלו לפתור אותן בהמשך השנה.

- **שאלות 38-36 מיועדות לתלמידים מיומנים וכיתות מתקדמות**. **שאלה 38** היא שאלת אתגר.

"השכלה אינה מילוי של דלי, אלא הצתה של אש."
ויליאם בטלר ייטס, משורר ומחזאי אירי

אשכול שאלות אוריינות, חקר וחשיבה מסדר גבוה

מהי המטרה המרכזית בשאלות אלו?

להעשיר את הלימודים לאורך השנה, במקביל להתקדמות לפי סדר נושאי הלימוד ולקראת מבחנים.

על אילו נושאים קודמים נחזור בפרק?

השאלות עוסקות בנושאים שונים מהחומרים של כיתה ז' ונושאי הלימוד של כיתה ח' המופיעים בכרך א'. לפניכם פירוט הנושאים שבהן עוסקות השאלות, והסברים נוספים בסעיפים מורכבים יותר:

שאלה 1: נושא מרכזי: יחס

שאלה 2: נושאים מרכזיים: נפח תיבה וקובייה / יחס

שאלה 3: נושאים מרכזיים: משולש שווה שוקיים/סכום זוויות במשולש/זוויות מתחלפות בין מקבילים

שאלה 4: נושאים מרכזיים: סכום זוויות במשולש/זוויות מתחלפות ומתאימות בין מקבילים

שאלה 5: נושאים מרכזיים: יחס / פרופורציה

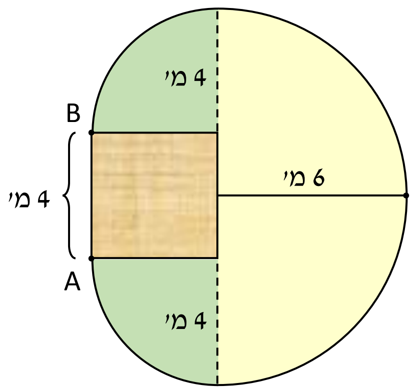
שאלה 6: נושאים מרכזיים: היקף מעגל / שיקולי בעיית תנועה

שאלה 7: נושאים מרכזיים: שטח עיגול, ריבוע

ב. 2. דין יכול לבצע אותה התנועה שביצע בסעיף א' אך עם רדיוס של 6 מ' ועל ידי כך לכסות שטח של 18π מ"ר.

בנוסף, הוא יוכל להמשיך בתנועה מעגלית גם מעבר לפינות המחסן, כאשר רדיוס התנועה קטן יותר ושווה ל־4 מ' ובכך לכסות עוד שני רבעי עיגול ששטח כל אחד מהם שווה ל־4π מ"ר.

לסיכום, נחבר את כל השטחים ונקבל 26π מ"ר.



שאלה 8: נושאים מרכזיים: שטח עיגול, זוויות

ג. משולש ב' משתלם יותר. שטחם של משולשי הפיצה שווה לחלקם היחסי מהפיצה השלמה שצורתה עיגול. בסעיף א' ראינו שמשולש א' מהווה שישית פיצה, ולכן שטחו הוא שישית משטח עיגול שרדיוסו 20 ס"מ: $\frac{1}{6}\cdot\pi\cdot 20^2 = 66\frac{2}{3}\pi$. כיוון שעלותו 15 ש"ח, ניתן לומר שהתשלום הוא $\frac{15}{66\frac{2}{3}\pi}\approx 0.072$ ש"ח לסמ"ר. בסעיף ב' ראינו שמשולש ב' מהווה שמינית פיצה, ולכן שטחו הוא שמינית משטח עיגול שרדיוסו 30 ס"מ: $\frac{1}{8}\cdot\pi\cdot 30^2 = 112\frac{1}{2}\pi$. כיוון שעלותו 18 ש"ח ניתן לומר שהתשלום הוא $\frac{18}{112\frac{1}{2}\pi}\approx 0.051$ ש"ח לסמ"ר. כלומר, העלות לסמ"ר פיצה נמוכה יותר עבור משולש ב', ולכן רכישתו משתלמת יותר. לשיקול הדעת של המורה בכיתה, אם לדייק את המונח "משולש פיצה" ולהסביר שצורה זו נקראת **גזרה**.

שאלה 9: נושאים מרכזיים: חוקיות / ביטוי אלגברי ממעלה ראשונה

ד. דרך א': נסמן את הערך בריבוע השמאלי העליון ב־x ובהתאם הערכים בשני הריבועים שמימינו הם $x+1$ ו־ $x+2$. בלוח השנה כל שורה מורכבת מ־7 ריבועים, ולכן הערך בריבוע **שמתחת** לריבוע שסומן ב־x הוא $x+7$. בהתאם, הערכים בשני הריבועים שמימינו הם $x+8$ ו־ $x+9$. שוב ניעזר בכך שכל שורה מורכבת מ־7 ריבועים, ונסיק שהערך בריבוע **שמתחת** לריבוע שסומן ב־ $x+7$ הוא $x+14$. בהתאם, הערכים בשני הריבועים שמימינו יהיו $x+15$ ו־ $x+16$. כעת נשים לב שסכום הערכים בכל הריבועים הוא $9x+81$, בדיוק פי 9 מהערך $x+9$ הנמצא בריבוע האמצעי.

דרך ב': בכל זוג ריבועים הנמצאים בצדדים מנוגדים של הריבוע המרכזי יש ערכים שמרוחקים באופן שווה מהערך הנמצא במרכז. הסכום של שניהם שווה לפעמיים הערך המרכזי. כך מתקבלים מסביב לריבוע המרכזי 4 זוגות של מספרים שהסכום שלהם שווה ל־8 פעמים הערך בריבוע המרכזי. אם נסכום אותם יחד עם הריבוע המרכזי, נקבל מספר ששווה ל־9 פעמים הערך שבריבוע המרכזי.

שאלה 10: נושאים מרכזיים: חוקיות / ביטוי אלגברי ממעלה ראשונה

שאלה 11: נושאים מרכזיים: חוקיות / חוק הפילוג המורחב / ביטוי אלגברי ממעלה ראשונה

ג. כל מספר שספרת האחדות שלו היא 5 ניתן לסמן באמצעות $10n+5$. ניתן להדגים זאת לתלמידים על ידי הצבת ערכים נמוכים של n. המספר המתקבל לאחר העלאה בריבוע של מספר מסוג זה הוא:

$$(10n+5)^2=(10n+5)\cdot(10n+5)=100n^2+100n+25=100n(n+1)+25$$

נשים לב שכפל של המספר $n(n+1)$ ב־100 מותיר אותנו עם מספר שספרות האחדות והעשרות שלו הן 0, ולכן לאחר החיבור של המספר 25 התקבל מספר שספרת העשרות שלו היא 2 וספרת האחדות שלו היא 5.

ד. עבור המספר 95 נקבל $n = 9$ כך שמתקיים: $10n + 5 = 95$. ראינו שהמספר המתקבל לאחר העלאה בריבוע שווה ל: $100n(n+1)+25$ ולכן:

$$100n(n+1)+25 \xrightarrow{n=9} 100\cdot 9\cdot(9+1)+25 = 100\cdot 9\cdot 10+25 = 9{,}000+25 = 9{,}025$$

שאלה 12: נושאים מרכזיים: זווית חיצונית למשולש / ביטוי אלגברי ממעלה ראשונה

א. iii. סכום הזוויות הפנימיות במשולש שבו n צלעות הוא $180\cdot(n-2)$.

התלמידים יוכלו לבדוק זאת בשתי דרכים:

הראשונה, להציב את הערך $n = 3$ בנוסחה ולבדוק אם מתקבל מספר המעלות במשולש (180°).
השנייה, לחלק מרובע ומחומש למשולשים שיש בהן 180° ולמצוא את החוקיות לגבי סכום המעלות באותו מצולע. מכך להסיק לגבי מצולע בעל n צלעות.

ה. סכום הזוויות במצולע משוכלל הוא $180\cdot(n-2)$, ולכן הגודל של כל זווית הוא $\frac{180^\circ\cdot(n-2)}{n}$.

מכאן שהגודל של כל זווית חיצונית הוא $180^\circ - \frac{180^\circ\cdot(n-2)}{n}$. יש n זוויות חיצוניות מסוג זה וסכומן:

$$n\cdot\left[180^\circ - \frac{180^\circ\cdot(n-2)}{n}\right] = 180^\circ n - 180^\circ\cdot(n-2) = 180^\circ n - 180^\circ n + 360^\circ = 360^\circ$$

שאלה 13: נושאים מרכזיים:

חוקיות / מצולעים / ביטוי אלגברי ממעלה שנייה / משוואה מהסוג $ax^2 + bx = 0$

ג. 2. במצולע בעל n צלעות ישנם n קודקודים. מכל קודקוד ניתן להעביר אלכסון לכל קודקוד אחר **שאינו סמוך אליו**. כלומר, מ־n קודקודים ניתן להעביר $n-3$ אלכסונים ומתקבלת המכפלה $n\cdot(n-3)$. אולם באופן זה ספרנו כל אלכסון פעמיים (פעם אחת עבור כל אחד משני הקודקודים המחוברים על ידו), ולכן יש לחלק את הביטוי שקיבלנו ב־2. לסיכום, במצולע בעל n צלעות יש $\frac{n\cdot(n-3)}{2}$ אלכסונים.

ה. בתהליך שבו מצאנו את הנוסחה לא התייחסנו להיותו של המצולע קעור או קמור מכיוון שמספר האלכסונים מושפע ממספר הקודקודים של המצולע ולא מגודל הזוויות שלו. לכן הנוסחה מתאימה גם למקרה שבו המצולע קעור.

ו. מהנתונים מתקבלת המשוואה: $6\cdot\frac{k(k-3)}{2} = \frac{2k(2k-3)}{2}$ שפתרונה הוא: $k = 6$.

שאלה 14: נושאים מרכזיים : חוקיות / ביטוי אלגברי ממעלה שנייה / משוואה מהסוג $ax^2+bx=0$

ד. 1. דרך א׳: מצאנו שהנוסחה עבור האיבר במקום ה־n היא : $\frac{n\cdot(n+1)}{2}$ כך שעבור כל מספר טבעי הסכום המבוקש מתקבל באמצעות הצבה של המספר המתאים בנוסחה. לכן גם עבור המספר הטבעי $3n$ נוכל למצוא את הסכום באמצעות הצבה ולקבל ש :

$$1+2+3+4+\ldots+3n=\frac{3n\cdot(3n+1)}{2}$$

דרך ב׳: נכתוב את הסכומים הראשונים וננסה לזהות חוקיות בדומה לסעיפים הקודמים :

$$1+2+3=\frac{3\cdot4}{2}\quad,\quad 1+2+3+4+5+6=\frac{6\cdot7}{2}\quad,\quad 1+2+3+4+5+6+7+8+9=\frac{9\cdot10}{2}$$

בדומה לסעיף ב׳, ניתן לראות שעבור הסכום $1+2+3+4+\ldots+3n$ מתקיימת החוקיות :

$$\frac{3n\cdot(3n+1)}{2}$$

2. מהנתון מתקבלת המשוואה : $\frac{3n\cdot(3n+1)}{2}=8\cdot\frac{n\cdot(n+1)}{2}$ שפתרונה הוא $n=5$.

ה. ניתן להציג את הסכום $200+201+\ldots+299$ באופן הבא :

$$(1+2+\ldots+299)-(1+2+\ldots+199)$$

נחשב בנפרד את שני הסכומים :

$$1+2+\ldots+299=\frac{299\cdot300}{2}=44{,}850$$

$$1+2+\ldots+199=\frac{199\cdot200}{2}=19{,}900$$

וההפרש שלהם הוא :

$$(1+2+\ldots+299)-(1+2+\ldots+199)=44{,}850-19{,}900=24{,}950$$

כלומר : $200+201+\ldots+299=24{,}950$.

אתגר ה־10

אתגר ה־10 הוא מקבץ של 10 שאלות חשיבה ואתגר המיועדות לתלמידים/ות ברמת מיומנות גבוהה במיוחד. חלקן ברמה גבוהה משמעותית מהנדרש בכיתה ח׳, אך אין צורך בידע נוסף על הנלמד בכרך א׳.

מהי המטרה המרכזית בשאלות אלו? לאתגר את התלמידים המיומנים במיוחד.

על אילו נושאים קודמים נחזור בפרק?

- ביטויים אלגבריים
- משוואות
- אי־שוויון אלגברי
- הפונקציה הקווית

מה חשוב לי לדעת?

השאלות באתגר ה־10 אינן מיועדות למרבית הכיתה, ולכן **אינן מיועדות למסגרת שעות הלימוד בכיתה** כי אם לעבודת בית או עבודה עצמית של התלמידים שהשאלות רלוונטיות עבורם.

בעמודים הבאים מופיעים פתרונות של חלק מהשאלות.

לאילו נקודות כדאי לי לשים לב במהלך הפרק?

- **בשאלה 1** נתון שמתקיים: $0<a<1<b$.
התלמידים נדרשים לקבוע אילו מארבעת הביטויים בהכרח גדולים מ־1.

- **פתרון:** הטענות הנכונות הן i, iii.

ביטוי i: בביטוי $\frac{b}{a^2}$ מופיע במכנה הביטוי a^2. כיוון ש־$0<a<1$, העלאת a בריבוע **מקטינה** אותו.

לכן גם $0<a^2<1$. אם נחלק את הביטוי b שגדול מ־1, בביטוי a^2, אנו למעשה מגדילים את b.

לסיכום, בהכרח מתקיים $1<\frac{b}{a^2}$.

ביטוי ii: ייתכנו ערכי a ו־b שעבורם הביטוי $a\cdot b^4$ אינו גדול מ־1.

לדוגמה, כאשר $a=\frac{1}{20}$ ו: $b=2$, מתקיים: $a\cdot b^4=\frac{1}{20}\cdot 2^4=\frac{16}{20}<1$.

לסיכום, ייתכן שהביטוי אינו גדול מ־1.

ביטוי iii: הביטוי $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$ הוא סכום של שני מחוברים.

עבור הראשון, $\frac{1}{a}$: כיוון ש: $0<a<1$, נוכל להסיק ש: $1<\frac{1}{a}$.

עבור השני, $\frac{1}{b}$: כיוון ש: $1<b$, נוכל להסיק ש: $0<\frac{1}{b}<1$, ובפרט $0<\frac{1}{b}$.

כלומר, זהו סכום של שני מחוברים שאחד מהם חיובי והשני גדול מ־1.

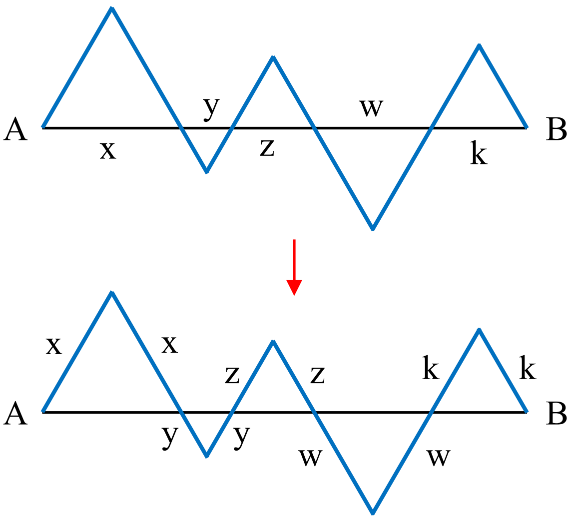
לסיכום, בהכרח מתקיים: $1<\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$.

ביטוי iv: ייתכנו ערכי a ו־b שעבורם הביטוי $\frac{1}{a}-\frac{1}{b}$ אינו גדול מ־1.

לדוגמה, כאשר $a=\frac{5}{6}$ ו: $b=2$, מתקיים: $\frac{1}{a}-\frac{1}{b}=\frac{1}{\frac{5}{6}}-\frac{1}{2}=\frac{6}{5}-\frac{1}{2}=\frac{7}{10}$.

לסיכום, ייתכן שהביטוי אינו גדול מ־1.

- **בשאלה 4** מופיע שרטוט המורכב ממשולשים שווי צלעות. נתון : 7 ס"מ = AB.
התלמידים נדרשים לחשב את אורך הקטע הכחול.



כפי שמוצג בשרטוט משמאל, נוכל לסמן את אורכי המקטעים שעל הקטע AB בעזרת נעלמים כך שמתקיים : $x+y+z+w+k=7$ לפי הנתון.

- כל מקטע כזה הוא צלע במשולש שווה צלעות, והוא שווה באורכו גם לצלעות האחרות, כמתואר בשרטוט משמאל.
נוכל להסיק שאורך הקטע הכחול הוא :
$2x+2y+2z+2w+2k$.

נוציא גורם משותף 2 ונקבל : $2(x+y+z+w+k)$.

כיוון ש : $x+y+z+w+k=7$, הרי ש : $2(x+y+z+w+k)=14$.

לסיכום, אורך הקטע הכחול הוא 14 ס"מ.

- **בשאלה 5** הטענה הנכונה היא iii.
נתונה הפעולה הבאה על שני המשתנים x ו־y : $P(x,y)=xy+x$.
התלמידים נדרשים לקבוע איזו מהטענות היא הנכונה. לשם כך, עליהם להציב את השיעורים המופיעים בסוגריים בכל סעיף, בתבנית הכללית של הפעולה המוגדרת, ולבדוק אם הטענה נכונה :
בטענה i מופיע הביטוי $P(x,1)$. אם נציב לפי הנוסחה הנתונה נקבל ש : $P(x,1)=x\cdot 1+x=2x$.
ביטוי זה שונה מ- $y+x$. לסיכום, הטענה **שגויה**.
בטענה ii מופיע המשוואה $P(x,y)=P(y,x)$.
$P(y,x)$ מציג החלפה בין x ו־y. נציב את הערכים בתבנית הכללית שהייתה נתונה ונקבל :
$P(y,x)=yx+y$ ביטוי זה שונה מ : $xy+x$. לסיכום, הטענה **שגויה**.
בטענה iii מופיע הביטוי $P(0,y)$. כאשר נציב לפי הנוסחה הנתונה נקבל : $P(0,y)=0\cdot y+0=0$.
לסיכום, הטענה **נכונה**.
בטענה iv מופיע הביטוי $P(-1,-1)$. נציב לפי הנוסחה ונקבל : $P(-1,-1)=(-1)\cdot(-1)+(-1)=0$.
ביטוי זה שונה מ- $(-y)$ לסיכום, הטענה **שגויה**.

- **בשאלה 6** הטענות הנכונות הן ii, iv.

נתונים שני אי־שוויונות: $a < b < 0$, $a \cdot b < b \cdot c$.

התלמידים נדרשים לקבוע אילו מהטענות הן הנכונות. תחילה נשים לב שבאי־השוויון השמאלי ניתן לחלק את שני האגפים ב־b. ידוע ש־b שלילי, ולכן יש להפוך את סימן אי־השוויון. נקבל: $a > c$.

נוכל להוסיף את אי־השוויון שקיבלנו $a>c$ לאי־השוויון הנתון הימני ונקבל: $c<a<b<0$.

טענה i: $a<c$ היא שגויה מכיוון שהראינו שמתקיים: $a>c$.

טענה ii: $c<a$ היא נכונה.

טענה iii: $0<a+c$ היא שגויה. המספרים a ו־c הם שליליים, ולכן סכומם שלילי.

טענה iv: $a \cdot b \cdot c < 0$ היא נכונה. המספרים a, b ו־c הם שליליים, ולכן מכפלתם שלילית.

- **בשאלה 8** הטענה הנכונה היא iv.

נתונים שני אי־שוויונות: $b<a$, $a-m<b$.

התלמידים נדרשים לקבוע אילו מהטענות הן הנכונות.

מאי־השוויונות נוכל להסיק שמתקיים: $a-m<a$. מכך נוכל לקבל: $-m<0$ ולמעשה: $0<m$.

טענה i: $0<a$ אינה בהכרח נכונה. אין דרך להסיק טענה זו מהנתונים.

טענה ii: $m<0$ היא שגויה שכן הראינו ש: $0<m$.

טענה iii: $b<0$ אינה בהכרח נכונה. אין דרך להסיק טענה זו מהנתונים.

טענה iv: $0<m$ נכונה, כפי שמצאנו.

- **בשאלה 9** נתון אי־השוויון $3a<b<a$, והתלמידים נדרשים לקבוע אילו מהטענות הן הנכונות.

תחילה נשים לב שמהנתון נובע שהביטוי a גדול מהביטוי 3a. הדבר ייתכן רק כאשר $a<0$.

בהתאם נוכל להסיק מהנתון שמתקיים: $b<a<0$.

טענה i: $0<a$ היא שגויה. הראינו שמתקיים: $0<a$.

טענה ii: $a<0$ היא נכונה, כפי שמצאנו.

טענה iii: $0<b$ היא שגויה. הראינו שמתקיים $b<a<0$ ובפרט $b<0$.

טענה iv: $b<0$ היא נכונה, כפי שמצאנו.

"אדם מביט לאחור בהערכה אל המורים המבריקים,
אך עם הכרת תודה לאלה אשר נגעו ברגש האנושי שלו."

קארל גוסטב יונג, מאבות הפסיכולוגיה המודרנית