
הוצאת ארכימדס
כיתה - ז'
זוויות
פרק 10 חלק ב'
ארכימדס
בכיוון הנכון עם ארכימדס
כיתה ז' - כרך א'



הוצאת ארכימדס

כיתה - ז׳

זוויות

פרק 10 חלק ב׳



תוכן עניינים

- מדידת גודל של זווית
- מד זווית
- חוצה זווית
- סכום והפרש זוויות
- זוויות קודקודיות

לחצו על שם נושא על מנת להגיע לעמוד בו הוא מתחיל



מדידת גודל של זווית

1. במרכז עוגת יום ההולדת נר המסומן בנקודה לבנה. לפניכם תמונות שצולמו במהלך מסיבה.
בכל תמונה מסומנת בצהוב זווית שקודקודה בנקודה הלבנה ושוקיה הם קווי החיתוך של העוגה:

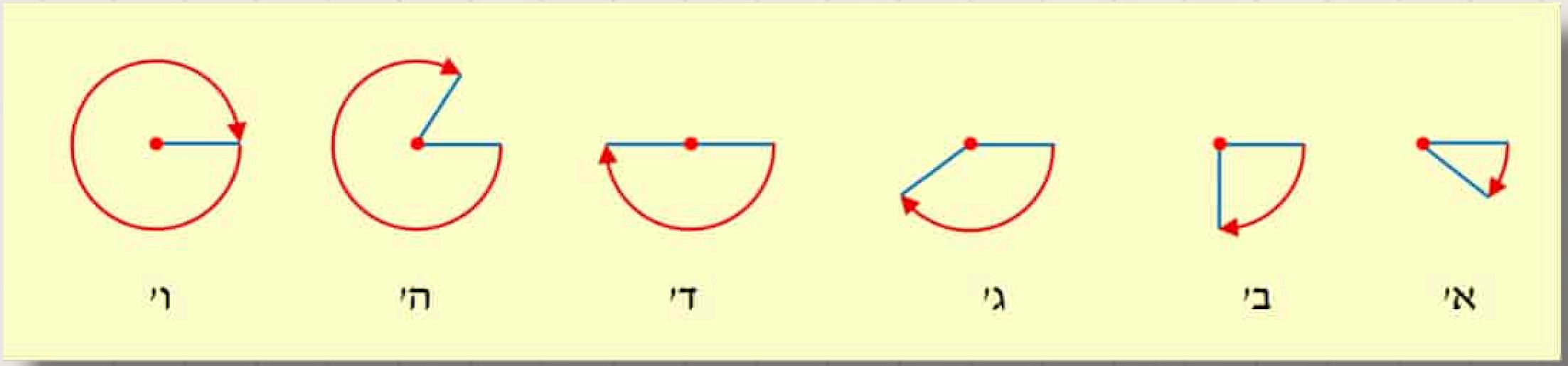


האם הזווית המסומנת גדלה או קטנה לאורך המסיבה?



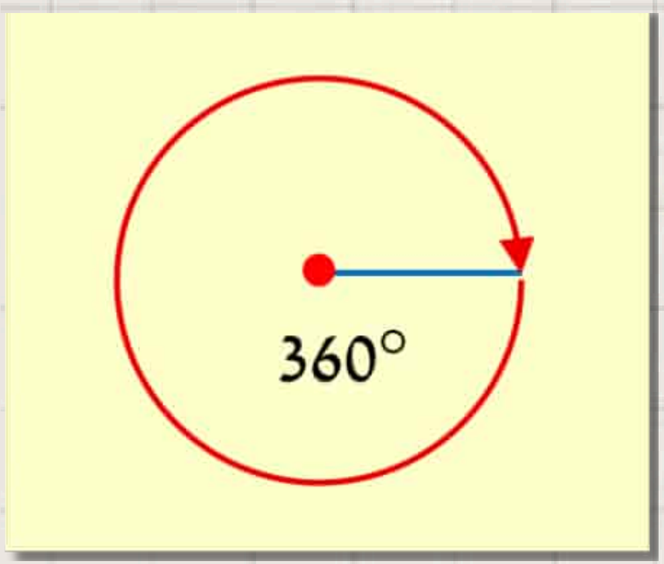
מדידת גודל של זווית

בשאלה הקודמת עסקנו בהשוואה בין גדלים של זוויות.
נעסוק בכך בעזרת השרטוטים הבאים.
בשרטוט א' מופיעה זווית שקודקודה הנקודה **האדומה** ושוקיה **כחולות**.
נפסק את שוקי הזווית באופן הדרגתי עד ששוקיה יתלכדו זו עם זו כמתואר בשרטוט ו':





מדידת גודל של זווית



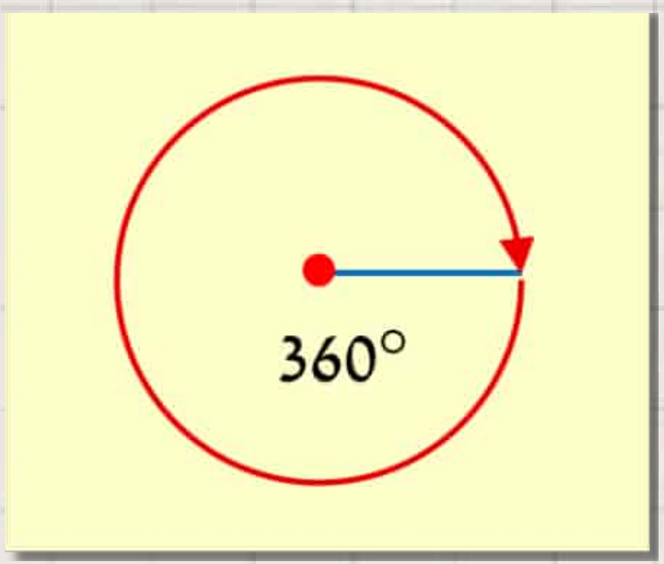
נקבע שגדולה של זווית המתקבלת מ"סיבוב שלם", הוא 360 יחידות הנקראות מעלות.

מעלות הן יחידות שבעזרתן נמדוד גדלים של זוויות.

סימון המעלות נעשה בעזרת עיגול קטן מעל ומימין למספר, ולכן נכתב 360°.



מדידת גודל של זווית



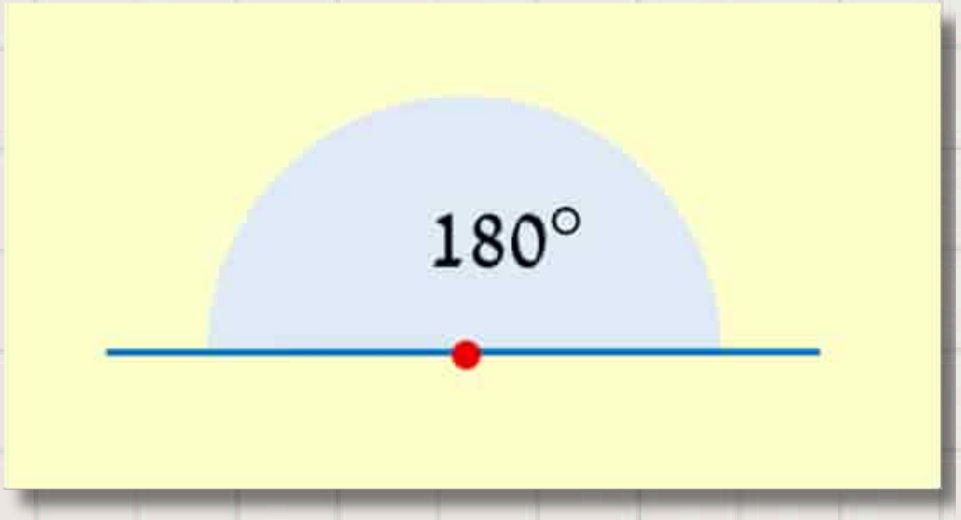
נקבע שגדולה של זווית המתקבלת מ"סיבוב שלם", הוא 360 יחידות הנקראות מעלות. מעלות הן יחידות שבעזרתן נמדוד גדלים של זוויות. סימון המעלות נעשה בעזרת עיגול קטן מעל ומימין למספר, ולכן נכתוב °360.

נהוג לומר שזווית היא בת מספר מסוים של מעלות. לדוגמה, זווית שגודלה °70 היא זווית בת °70.

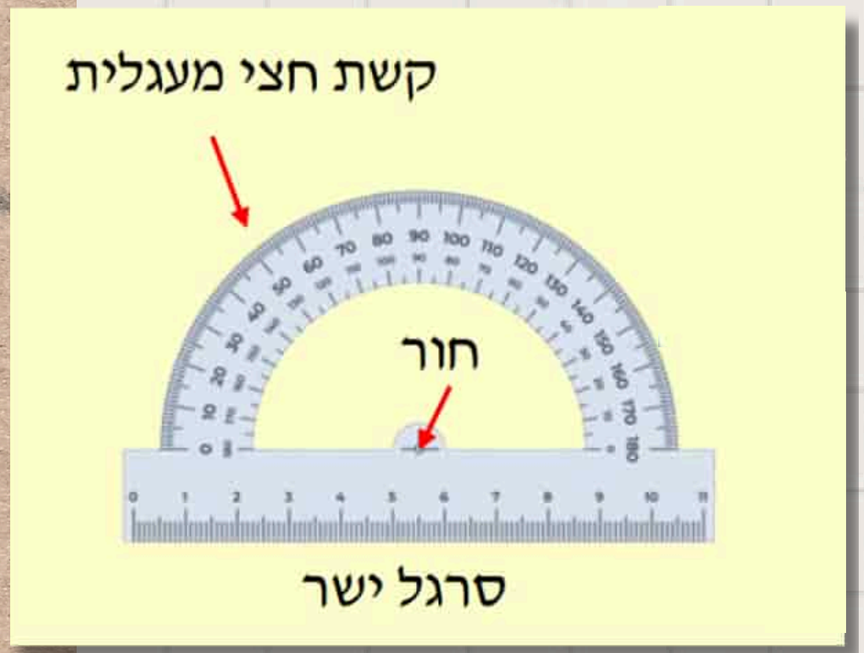


מדידת גודל של זווית

בתחילת הפרק עסקנו בסוגי זוויות, וביניהן הזווית השטוחה שקרניה יוצרות קו ישר, כמתואר בשרטוט מתחת. הגודל של זווית שטוחה הוא מחצית מ-360°, ולכן גודלה 180°.



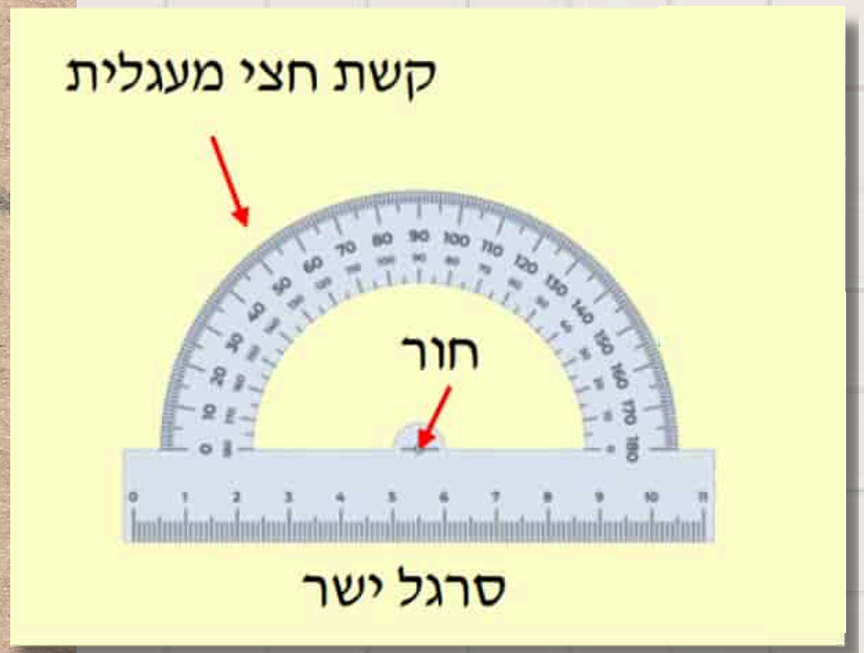
מד זווית



מד הזווית הוא כלי מדידה פשוט שבעזרתו נוכל למדוד גודל של זוויות במעלות. הוא מורכב מסרגל ישר ומקשת חצי מעגלית המחוברת אליו.
על הסרגל הישר מופיע ציר מספרים שבעזרתו ניתן למדוד אורכים.



מד זווית

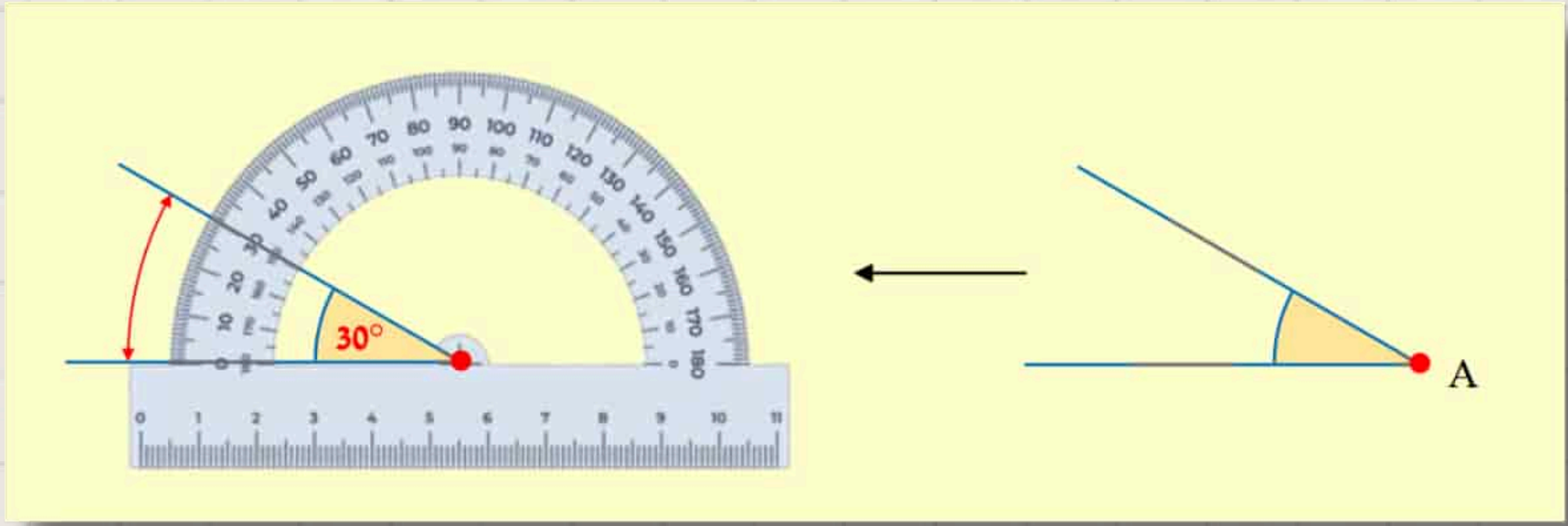


מד הזווית הוא כלי מדידה פשוט שבעזרתו נוכל למדוד גודל של זוויות במעלות. הוא מורכב מסרגל ישר ומקשת חצי מעגלית המחוברת אליו.
על הסרגל הישר מופיע ציר מספרים שבעזרתו ניתן למדוד אורכים.

במרכז חלקו העליון של הסרגל הישר נמצא חור קטן. בחלק החיצוני של הקשת המעוגלת מסומנות 180 שנתות.
זווית בת מעלה אחת היא הזווית שמתאימה לשתי שנתות סמוכות.

מד זווית

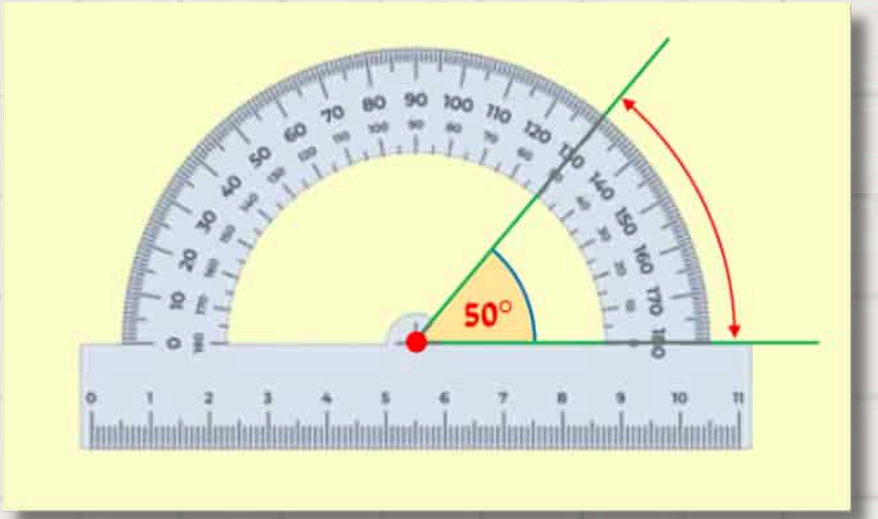
נדגים את השימוש במד הזווית בעזרת הזווית A< שאת גודלה נמדוד.
נמקם את החור על קודקוד הזווית, ונקפיד שהחלק העליון של הסרגל הישר יתלכד עם אחת משוקי הזווית.





מד זווית

בחלק **הפנימי** של הקשת מופיעות הכפולות של 10 עד 180 **משמאל לימין**, ולעיתים נעדיף להיעזר בחלק זה של מד הזווית.
לדוגמה, כדי למדוד את גודל הזווית הירוקה שבשרטוט משמאל, נוח יותר להשתמש בחלק הפנימי כך שהשוק מונחת על הסרגל **מימין** לחור. נבדוק דרך איזו שנת עוברת השוק השנייה. הזווית באיור היא בגודל $50°$.





היכנסו לפעילות הדיגיטלית, ומדדו זוויות בעזרת מד זווית:



2. לפניכם מלבן.

א. מהו סוג הזוויות של המלבן?

ב. היעזרו במד זווית, ובדקו את גודלי הזוויות.

ג. מה תוכלו להסיק מהשאלה על גודלה של זווית ישרה?



2. לפניכם מלבן.

א. מהו סוג הזוויות של המלבן?

ב. היעזרו במד זווית, ובדקו את גודלי הזוויות.

ג. מה תוכלו להסיק מהשאלה על גודלה של זווית ישרה?

2) א. כולן זוויות ישרות.



2. לפניכם מלבן.

א. מהו סוג הזוויות של המלבן?

ב. היעזרו במד זווית, ובדקו את גודלי הזוויות.

ג. מה תוכלו להסיק מהשאלה על גודלה של זווית ישרה?



2) א. כולן זוויות ישרות. **ב.** כולן בגודל 90°.



2. לפניכם מלבן.

א. מהו סוג הזוויות של המלבן?

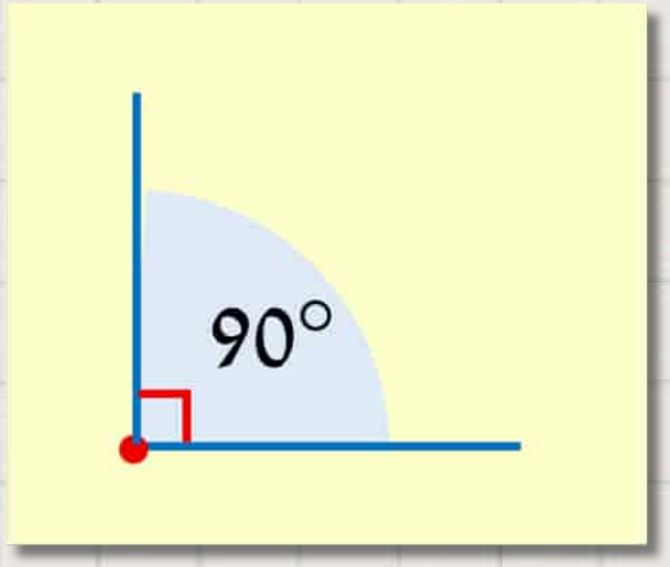
ב. היעזרו במד זווית, ובדקו את גודלי הזוויות.

ג. מה תוכלו להסיק מהשאלה על גודלה של זווית ישרה?



2) א. כולן זוויות ישרות. **ב.** כולן בגודל 90°. **ג.** גודלה של זווית ישרה הוא 90°.

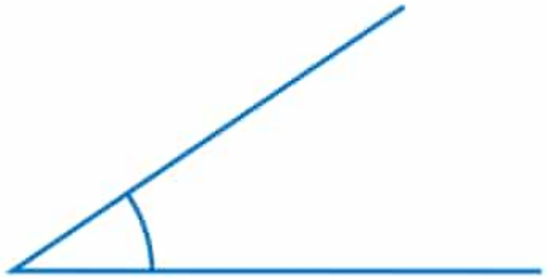
בשאלה הקודמת מדדנו **זווית ישרה** ומצאנו שגודלה הוא $90°$. אם נמדוד זווית, ונמצא שגודלה $90°$, נוכל להסיק שהיא ישרה.





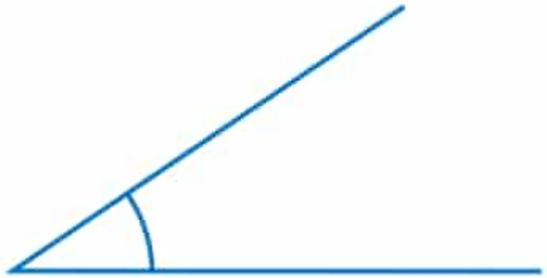
3. מדדו את הזוויות הבאות בעזרת מד זווית. אם הזווית ישרה, ציינו זאת:

א.



3. מדדו את הזוויות הבאות בעזרת מד זווית. אם הזווית ישרה, ציינו זאת:

א.



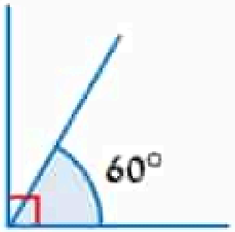
3) א. 35°.



כעת נוכל לפתור את תרגילים 3 (סעיפים ב'-ג') עד 7 בעמודים 209-210.



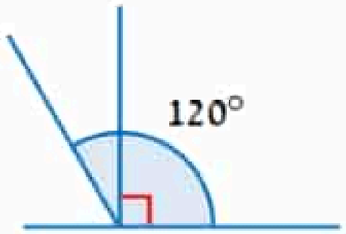
8. תום טען: "זווית חדה היא קטנה מזווית ישרה, ולכן זווית בת 60° היא חדה."



א. תום הציג את השרטוט משמאל. היעזרו בו, וקבעו אם הוא צודק.

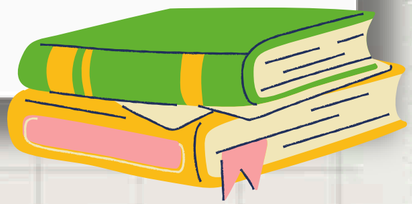
ב. הציעו גודל **משלכם** לזווית שהיא חדה.

ג. תום טען: "זווית קהה היא גדולה מזווית ישרה וקטנה מזווית שטוחה, ולכן זווית בת 120° היא זווית קהה."



תום הציג את השרטוט משמאל. היעזרו בו, וקבעו אם הוא צודק.

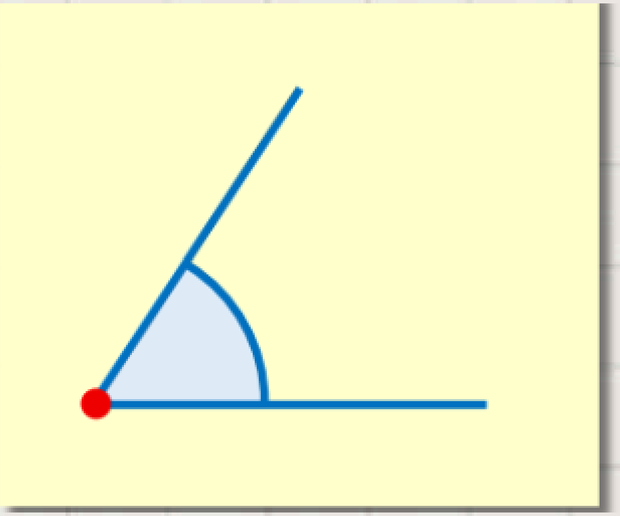
ד. הציעו גודל **משלכם** לזווית שהיא קהה.



בשאלה הקודמת עסקנו בגדלים של זוויות חדות וזוויות קהות:

זווית חדה:

גדולה מ-°0 וקטנה מ-°90.

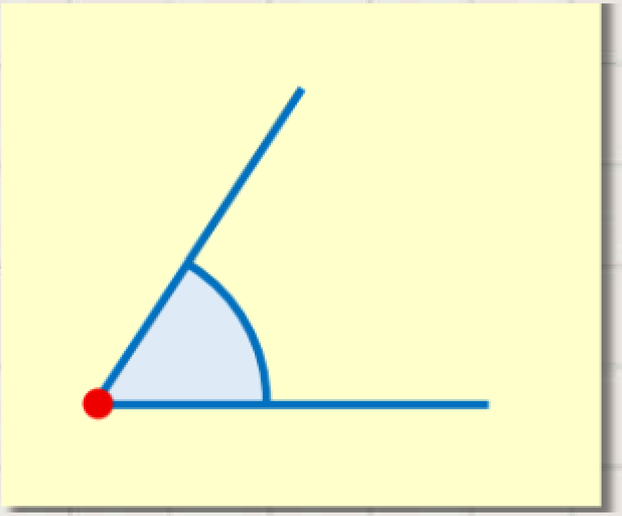




בשאלה הקודמת עסקנו בגדלים של זוויות חדות וזוויות קהות:

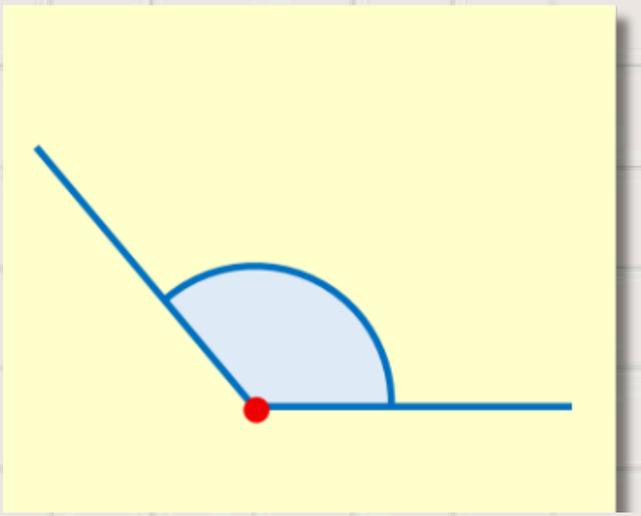
זווית חדה:

גדולה מ-°0 וקטנה מ-°90.



זווית קהה:

גדולה מ-°90 וקטנה מ-°180.







9. קבעו באילו סעיפים מופיע גודל של זווית חדה ובאילו סעיפים מופיע גודל של זווית קהה:

i. 50° ii. 100° iii. 118° iv. 8° v. 60° vi. 120°





9. קבעו באילו סעיפים מופיע גודל של זווית חדה ובאילו סעיפים מופיע גודל של זווית קהה:

i. $50°$ ii. $100°$ iii. $118°$ iv. $8°$ v. $60°$ vi. $120°$

9) חדה: i, iv, v;





9. קבעו באילו סעיפים מופיע גודל של זווית חדה ובאילו סעיפים מופיע גודל של זווית קהה:

i. 50° ii. 100° iii. 118° iv. 8° v. 60° vi. 120°

9) חדה: i, iv, v; קהה: ii, iii, vi.



כעת נוכל לפתור את תרגילים 10-11 בעמודים 210-211.



היכנסו לפעילות הדיגיטלית, הזיזו הנקודה B, ובדקו מהו גודל הזווית שהתקבלה. לאחר מכן הזיזו את הנקודות D ו-E, ובדקו אם גודל הזווית השתנה:



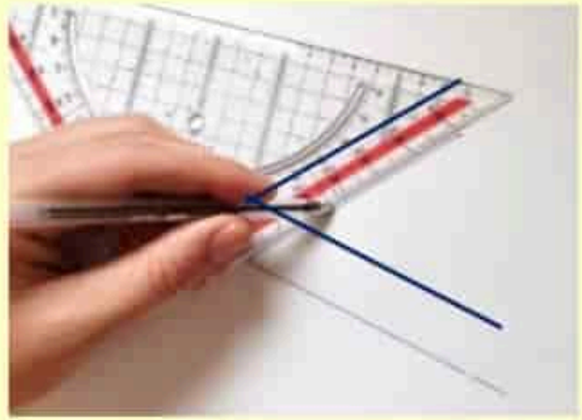
כעת נוכל לפתור את תרגילים 12-18 בעמודים 212-213.



חוצה זווית

נפתח את הנושא בהתנסות מעשית.

1. שרטטו שתי קרניים של זווית על דף נייר.

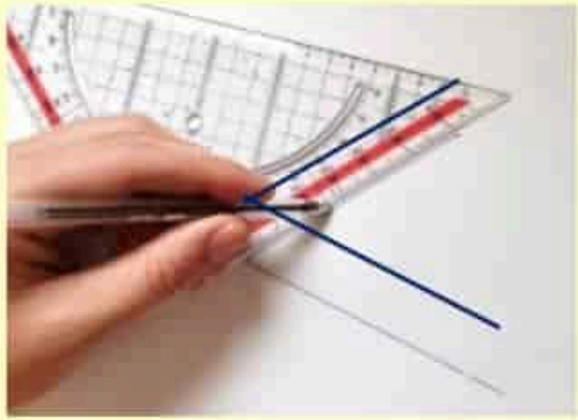




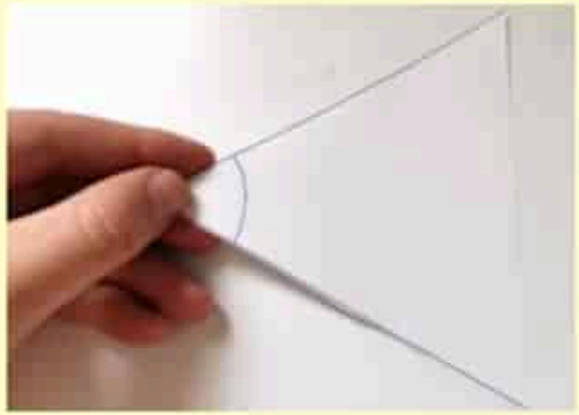
חוצה זווית

נפתח את הנושא בהתנסות מעשית.

1. שרטטו שתי קרניים של זווית על דף נייר.



2. גזרו משולש שאחת מזוויותיו היא זו ששרטטתם.

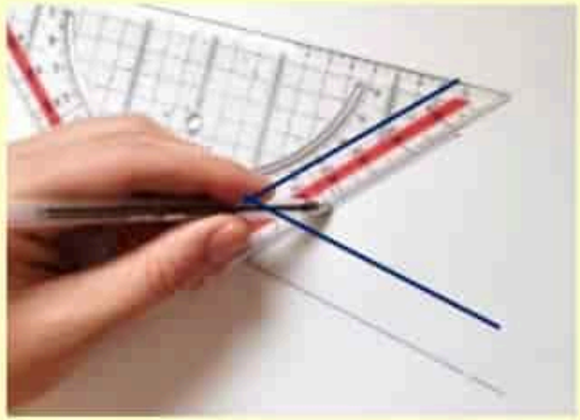




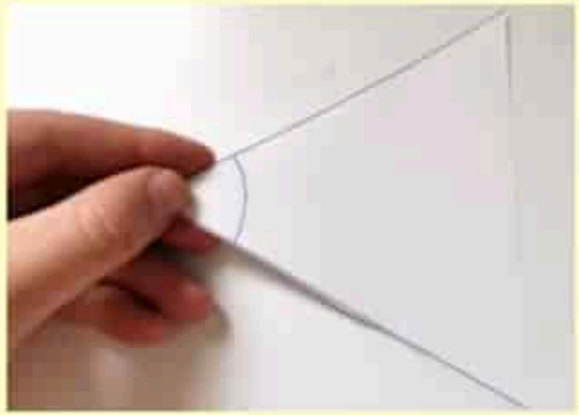
חוצה זווית

נפתח את הנושא בהתנסות מעשית.

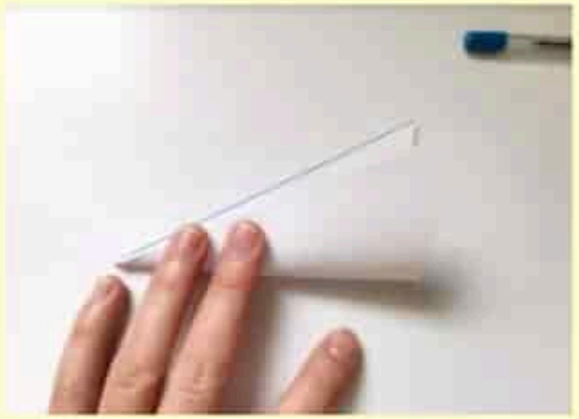
1. שרטטו שתי קרניים של זווית על דף נייר.



2. גזרו משולש שאחת מזוויותיו היא זו ששרטטתם.

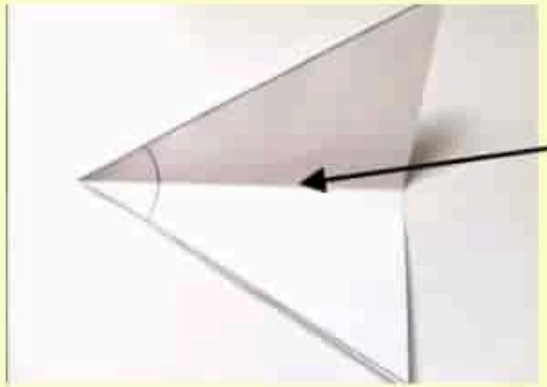


3. קפלו את הנייר כך ששוקי הזווית יתלכדו.



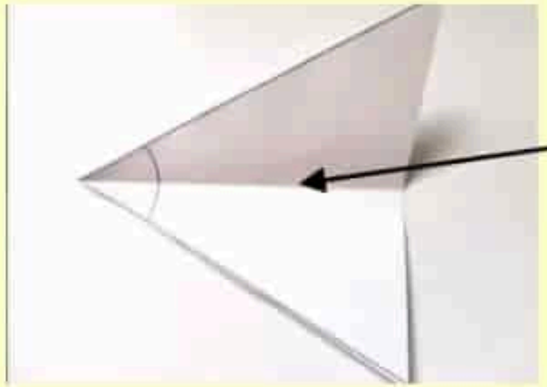
חוצה זווית

4. פתחו את הקיפול. קו הקיפול שנוצר מחלק את הזווית לשתי זוויות.

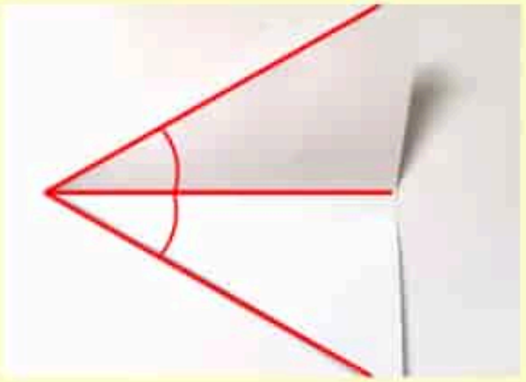


חוצה זווית

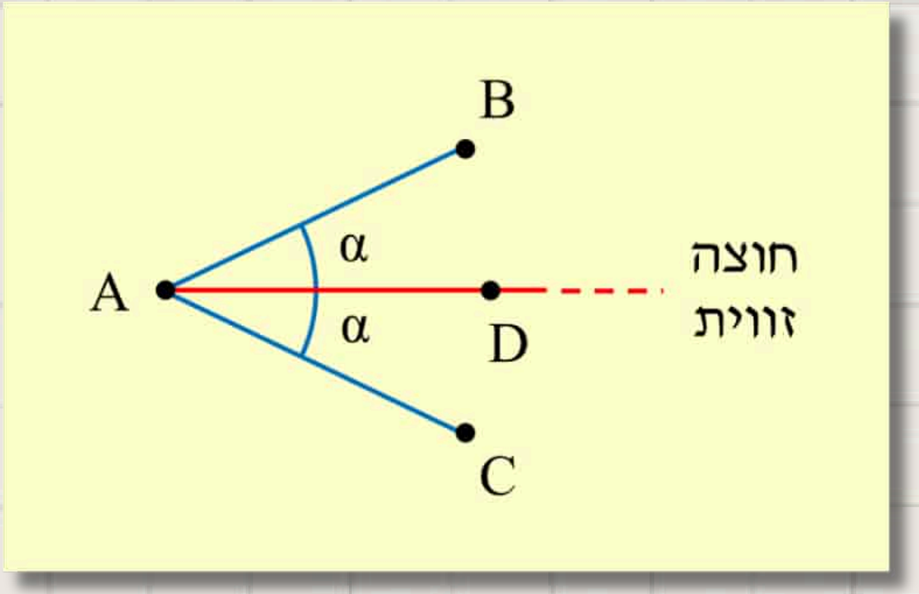
4. פתחו את הקיפול. קו הקיפול שנוצר מחלק את הזווית לשתי זוויות.



5. ניתן לראות שהזוויות שנוצרו הן שוות, ולכן קו הקיפול נקרא **חוצה זווית**.



חוצה זווית



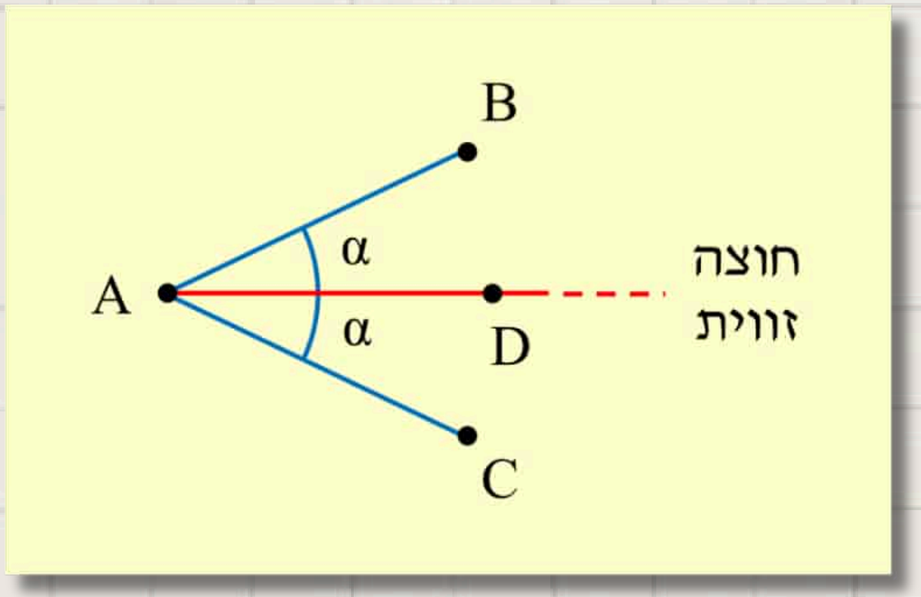
הגדרת חוצה הזווית

חוצה זווית הוא קרן העוברת דרך קודקוד הזווית ומחלקת אותה לשני זוויות שוות זו לזו. בשרטוט משמאל הנקודה D נמצאת על הקרן האדומה.

חוצה זווית

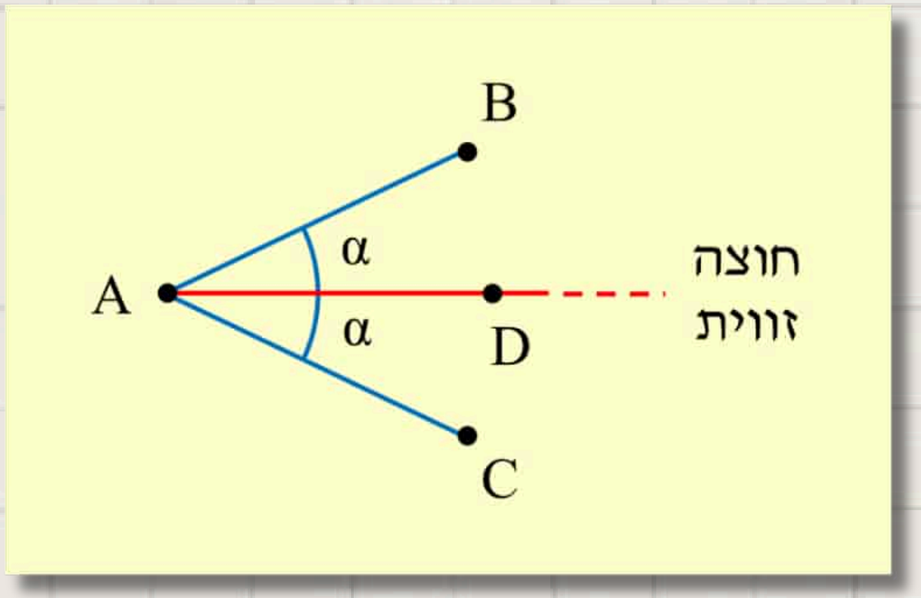
הגדרת חוצה הזווית

חוצה זווית הוא קרן העוברת דרך קודקוד הזווית ומחלקת אותה לשני זוויות שוות זו לזו. בשרטוט משמאל הנקודה D נמצאת על הקרן האדומה.



אם הקרן האדומה חוצה את הזווית ∢BAC
אז מתקיים: ∢CAD = ∢BAD. גודלי הזוויות השוות מסומנים ב-α.
גם ההפך נכון, אם מתקיים: ∢CAD = ∢BAD, אז הקרן האדומה חוצה את הזווית ∢BAC.

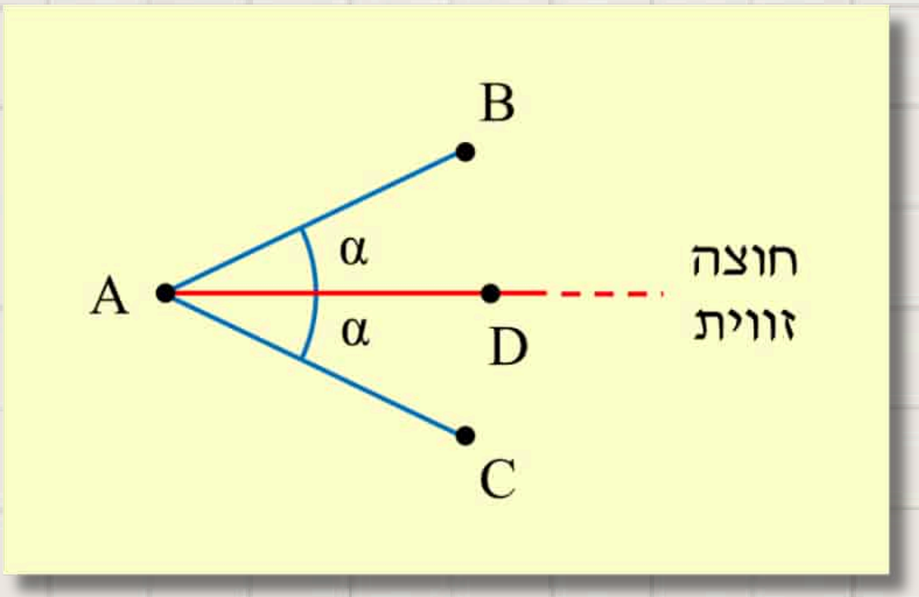
חוצה זווית



מקור המונח "**חוצה** זווית" הוא מהמילה "**חצי**", מכיוון שהוא מתאר קרן, קטע או ישר אשר מחלק זווית לשתי חלקים **שווים** - כלומר, לשני **חצאים**.



חוצה זווית



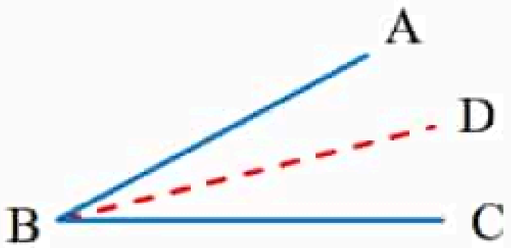
מקור המונח "**חוצה** זווית" הוא מהמילה "**חצי**", מכיוון שהוא מתאר קרן, קטע או ישר אשר מחלק זווית לשתי חלקים **שווים** - כלומר, לשני **חצאים**.

לדוגמה,
קטע אשר חוצה זווית שגודלה 80°,
מחלק אותה לשתי זוויות **שוות** שגודלן מחצית מ-80°.
נחלק את 80° ב-2, ונקבל שגודל כל זווית הוא 40°.



19. בשרטוט שלפניכם הקטע BD חוצה את הזווית $\sphericalangle ABC$.

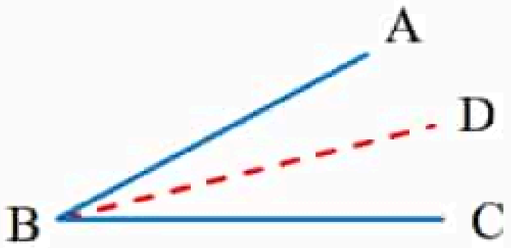
כתבו מהן שתי הזוויות השוות שמתקבלות.







19. בשרטוט שלפניכם הקטע BD חוצה את הזווית $\sphericalangle ABC$.
כתבו מהן שתי הזוויות השוות שמתקבלות.





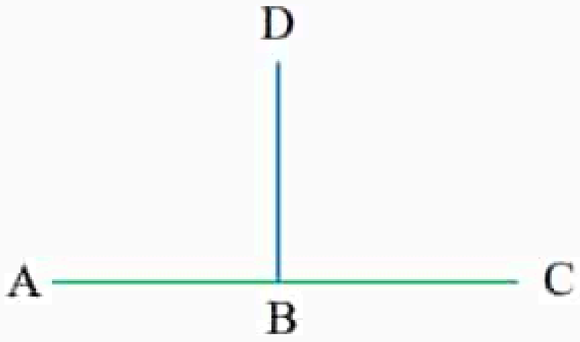
19) $\sphericalangle ABD$ ו־$\sphericalangle CBD$.



כעת נוכל לפתור את תרגילים 19-26 בעמודים 215-217.



27. בשרטוט שלפניכם הקטע BD חוצה את הזווית השטוחה $\sphericalangle ABC$.



א. חשבו את גודל הזוויות $\sphericalangle CBD$ ו־$\sphericalangle ABD$.

ב. יפתח טען שמסעיף א' ניתן להסיק את המסקנה הבאה:
"חוצה זווית שטוחה, מאונך לשוקי הזווית השטוחה."
הסבירו מדוע מסקנתו נכונה.

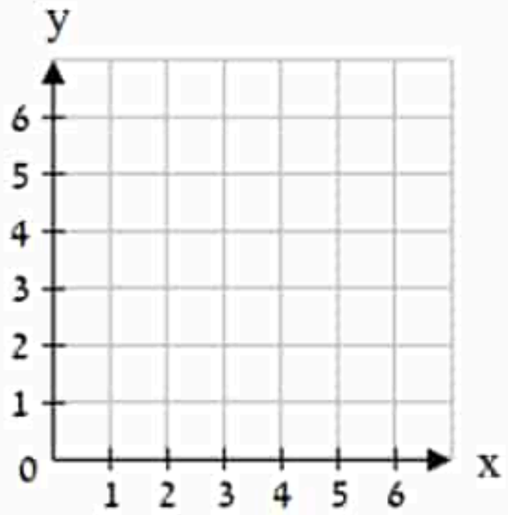




כעת נוכל לפתור את תרגילים 28-29 בעמוד 217.



30. לפניכם מערכת צירים.



א. העתיקו את מערכת הצירים למחברת, וסמנו עליה את הנקודות:
$(0,0)$, $(1,1)$, $(2,2)$, $(3,3)$, $(4,4)$, $(5,5)$.

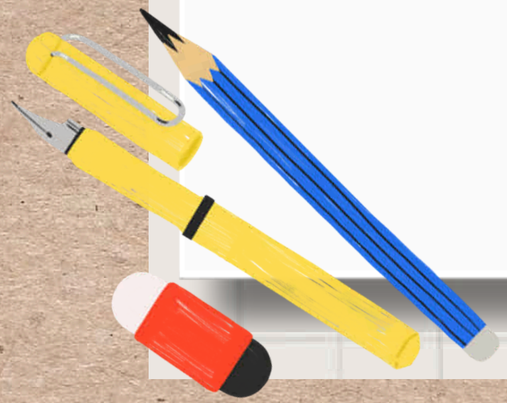
ב. גזרו את מערכת הצירים, קפלו את ציר ה־y במדויק על ציר ה־x, והדקו את הקיפול.

ג. האם הנקודות שסימנתם מונחות על קו הקיפול, מעליו או מתחתיו?

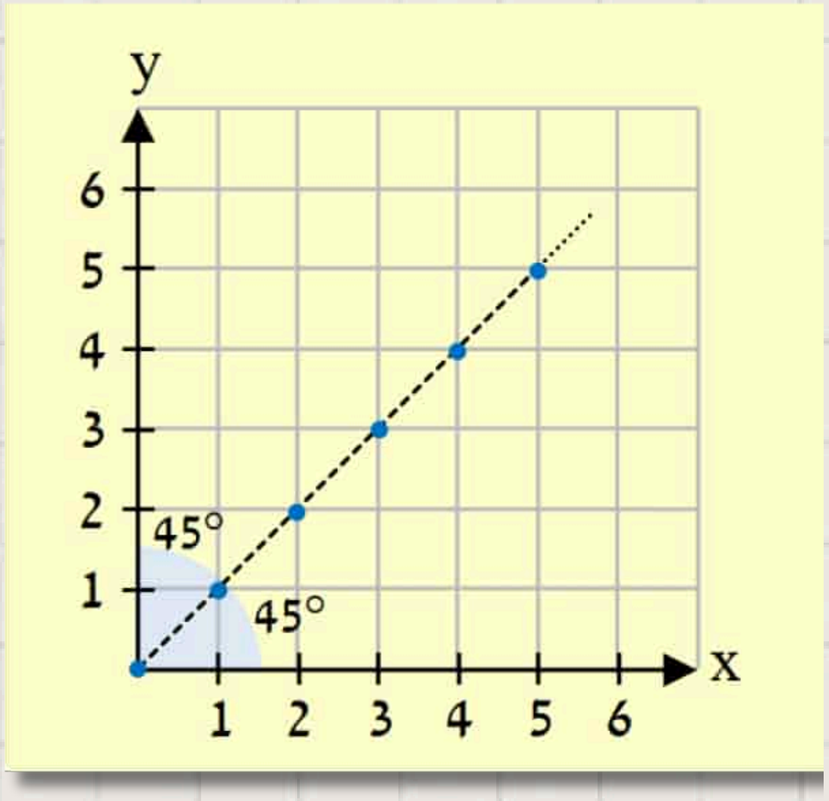
ד. האם קו הקיפול חוצה את הזווית שבין הצירים?

ה. מה ניתן להסיק על הקטע העובר דרך הנקודות שסימנתם בסעיף א'?

ו. בדקו את תשובתכם בעזרת מד זווית.







בשאלה הקודמת עסקנו בנקודות ששיעורי ה-x וה-y שלהן שווים.
למעשה, הישר העובר דרכן חוצה את הזווית שבין הצירים. הזווית בין ישר זה לבין כל אחד מהצירים היא $45°$.

הסקנו לגבי תכונה זו בעזרת מספר נקודות, אך נדרשת הוכחה כללית יותר. נוכיח זאת בהמשך לימודי המתמטיקה.



כעת נוכל לפתור את תרגיל 31 בעמוד 218.



32. שרטטו ריבוע במדויק על דף משבצות, וקפלו אותו לאורך האלכסון.

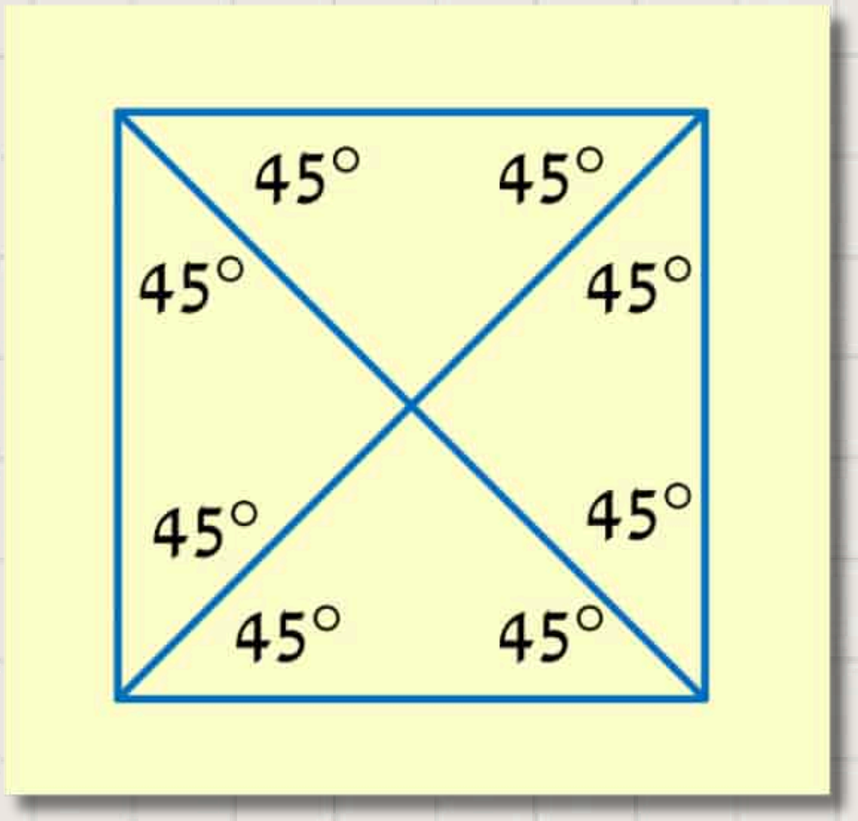
א. האם התקבלו שני משולשים שניתן להניחם במדויק זה על זה?

ב. פתחו את הקיפול, וסמנו את האלכסון המחלק את הריבוע לשני המשולשים.

1. האם האלכסון חוצה את הזווית הישרה? הסבירו.
2. מהו גודל הזווית שבין צלע הריבוע לבין האלכסון? מדדו את הזווית, ובדקו את תשובתכם.

ג. חזרו על השלבים עם ריבוע בגודל שונה. האם התקבלה אותה זווית בין הצלע לבין האלכסון?

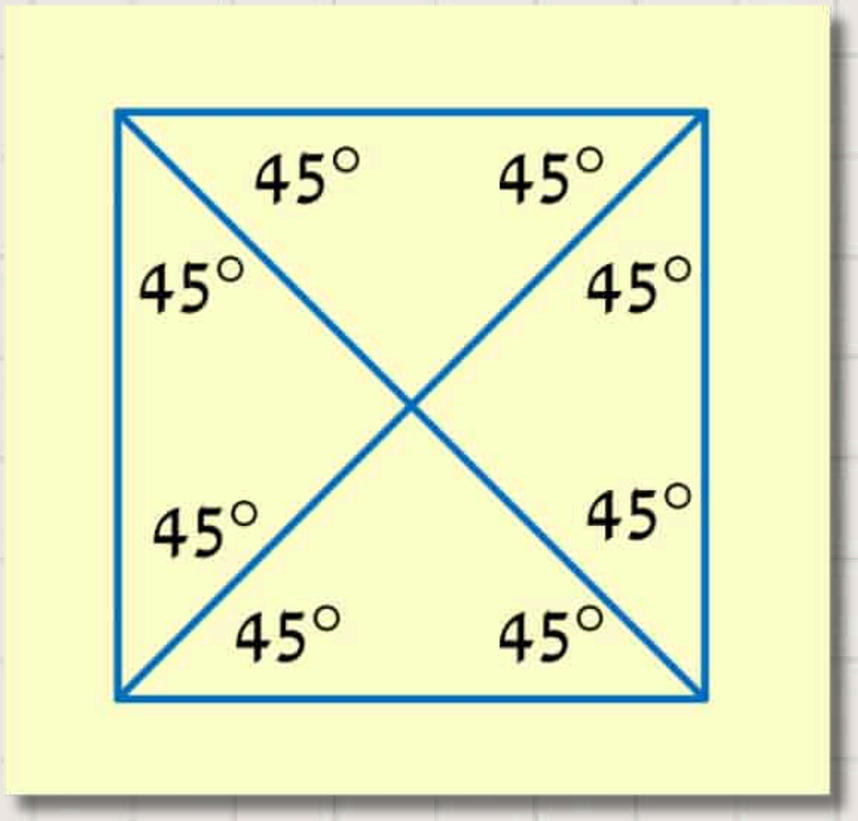




בשאלה הקודמת עסקנו בזווית שבין אלכסון הריבוע לצלע.

בכל ריבוע כל אלכסון חוצה את זוויות הריבוע לשתי זוויות שגודלן 45°.





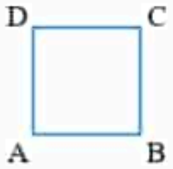
בשאלה הקודמת עסקנו בזווית שבין אלכסון הריבוע לצלע.

בכל ריבוע כל אלכסון חוצה את זוויות הריבוע לשתי זוויות שגודלן 45°.

בשלב זה הסקנו לגבי תכונה זו בעזרת שני ריבועים בגדלים שונים, אך נדרשת הוכחה כללית עבור כל הריבועים. נציג אותה בהמשך הלימודים.

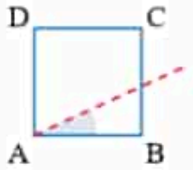


33. התלמידים התבקשו להיעזר בריבוע ABCD, ולשרטט זווית בת $45°$ שהקודקוד שלה הוא A, ואחת מהשוקיים שלה היא הקטע AB.

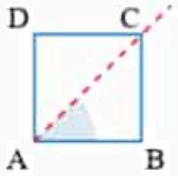


לפניכם השרטוטים של שלושה תלמידים:

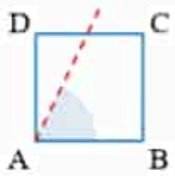
I. השרטוט של יוני



II. השרטוט של נתן

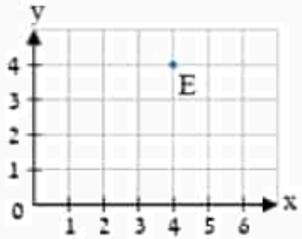


III. השרטוט של אבינדב



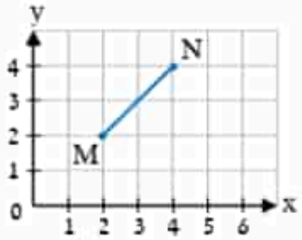
א. מי מהתלמידים שרטט את הזווית המתאימה?

ב. במערכת הצירים שלפניכם מופיעה הנקודה E.



1. היעזרו בסעיף א', ושרטטו זווית שקודקודה E וגודלה $45°$.
תוכלו להיעזר בהוספת ריבוע לשרטוט.
2. האם קיימות אפשרויות נוספות לשרטוט הזווית?
אם כן, שרטטו שתי אפשרויות נוספות.

ג. במערכת הצירים שלפניכם מופיעות הנקודות M ו־N.



1. שרטטו זווית ששוק אחת שלה היא הקטע MN וגודלה $45°$.
2. שרטטו זווית נוספת המתאימה לתנאי הסעיף הקודם.



בשאלה הקודמת עסקנו בשרטוט זווית שגודלה $45°$ במערכת הצירים כאשר קודקוד הזווית אינו בראשית הצירים.



כעת נוכל לפתור את תרגיל 34 בעמוד 219.



היכנסו לתחרות הכיתתית המופיעה משמאל :

אאוריקה



סכום והפרש זוויות

כאשר ידועים לנו הגדלים של שתי זוויות, נוכל לחבר אותן או לחסר ביניהן לאחר שנשרטט אותן כך שיש להן **קודקוד משותף ושוק משותפת**.
במצב זה נוכל לחשב את גודלה של זווית שלישית שהיא **סכום הזוויות** או **הפרש הזוויות**.



סכום והפרש זוויות

סכום זוויות

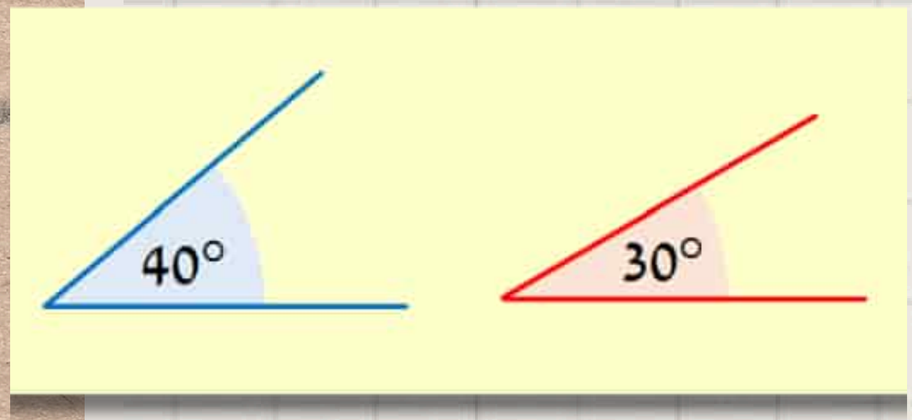


נדגים זאת בעזרת שתי זוויות שגודלן 30° ו-40°.
עלינו להעתיק אותן במדויק תוך שמירה על גודל הזוויות כך שיהיו להן קודקוד משותף ושוק משותפת, וכל זווית תהיה **מצד אחר** של השוק המשותפת.

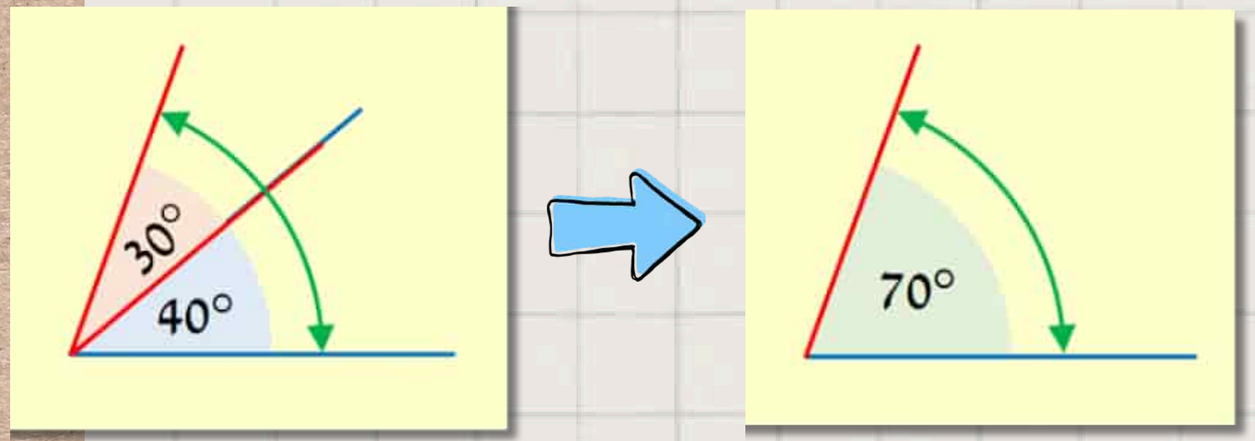


סכום והפרש זוויות

סכום זוויות



נדגים זאת בעזרת שתי זוויות שגודלן 30° ו-40°.
עלינו להעתיק אותן במדויק תוך שמירה על גודל הזוויות כך שיהיו להן קודקוד משותף ושוק משותפת, וכל זווית תהיה **מצד אחר** של השוק המשותפת.

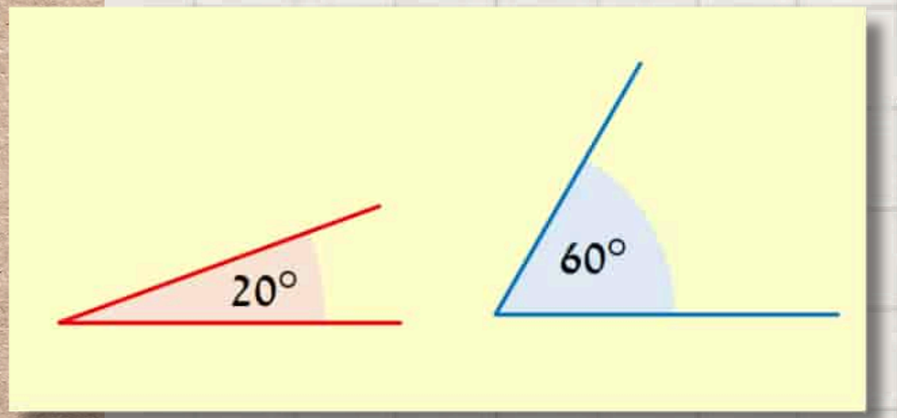


לאחר החיבור נקבל את הזווית:
70° = 30° + 40°.



סכום והפרש זוויות

הפרש זוויות



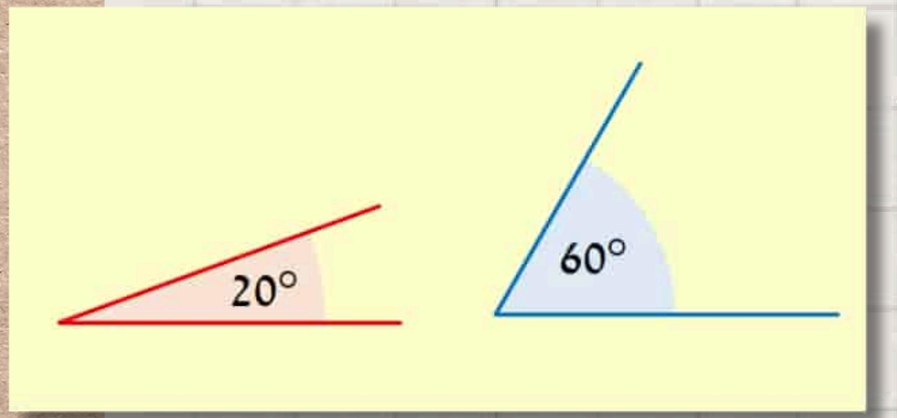
נדגים זאת בעזרת שתי זוויות שגודליהן 20° ו-60°.
עלינו להעתיק אותן במדויק תוך שמירה על גודל הזוויות כך שיהיו להן קודקוד משותף ושוק משותפת, ושתי הזוויות יהיו **מאותו צד** של השוק המשותפת.

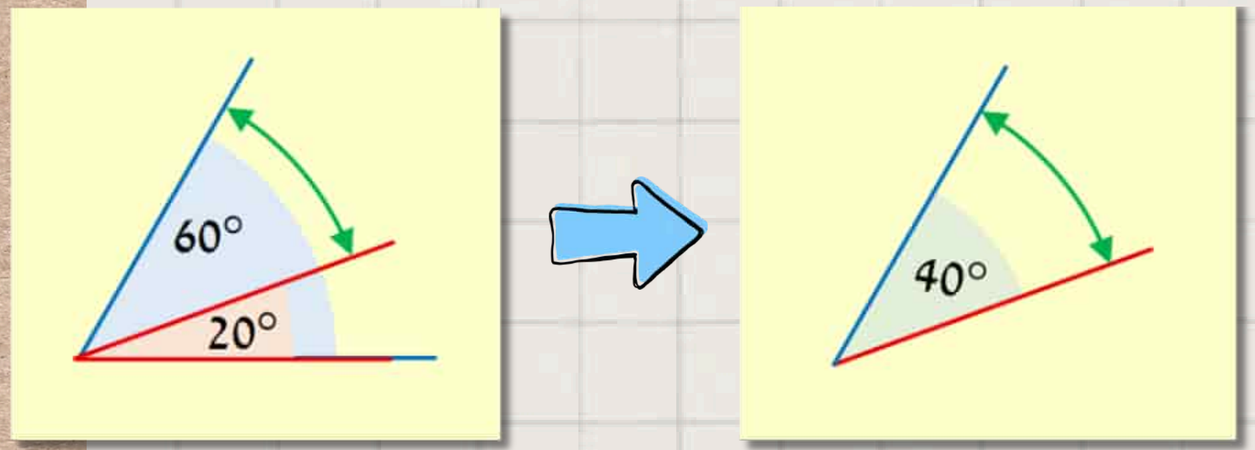


סכום והפרש זוויות

הפרש זוויות

נדגים זאת בעזרת שתי זוויות שגודליהן 20° ו-60°.
עלינו להעתיק אותן במדויק תוך שמירה על גודל הזוויות כך שיהיו להן קודקוד משותף ושוק משותפת, ושתי הזוויות יהיו **מאותו צד** של השוק המשותפת.



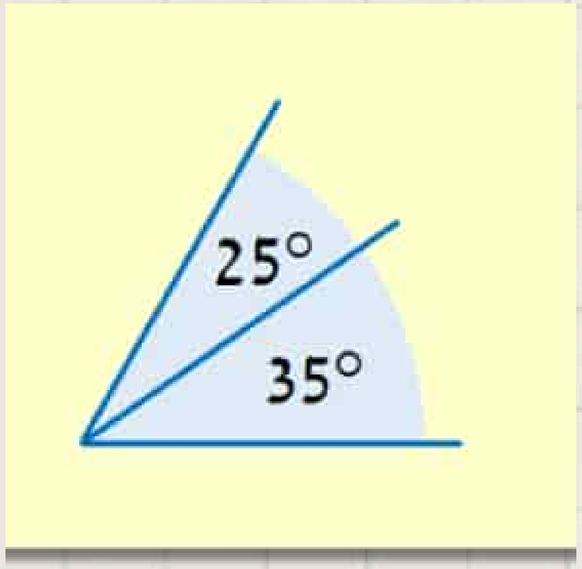


לאחר החיסור נקבל את הזווית: 60° - 20° = 40°



סכום והפרש זוויות

בשאלות הבאות נעסוק בזוויות שיש להן קודקוד משותף ושוק משותפת, כך שנוכל לחבר אותן ולחסר ביניהן, מבלי לשרטט אותן מחדש.

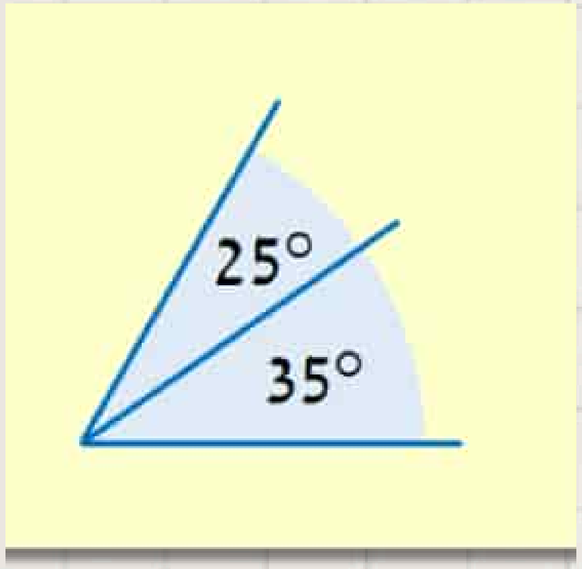




סכום והפרש זוויות

בשאלות הבאות נעסוק בזוויות שיש להן קודקוד משותף ושוק משותפת, כך שנוכל לחבר אותן ולחסר ביניהן, מבלי לשרטט אותן מחדש.

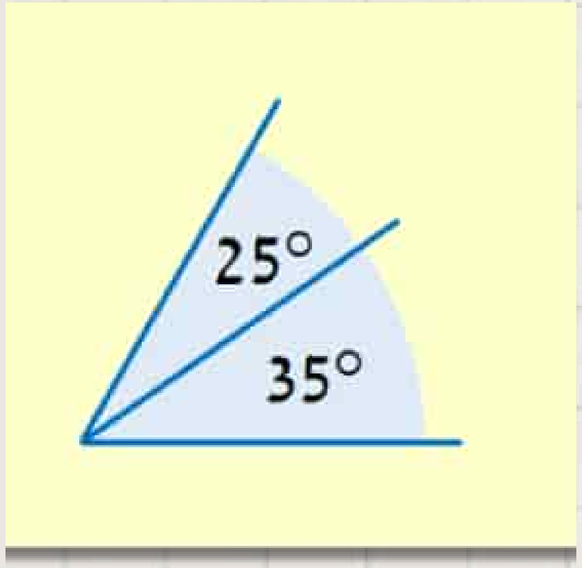
דוגמה: היעזרו בנתונים משמאל, וחשבו את גודל הזווית המסומנת בכחול.





סכום והפרש זוויות

בשאלות הבאות נעסוק בזוויות שיש להן קודקוד משותף ושוק משותפת, כך שנוכל לחבר אותן ולחסר ביניהן, מבלי לשרטט אותן מחדש.



דוגמה: היעזרו בנתונים משמאל, וחשבו את גודל הזווית המסומנת בכחול.

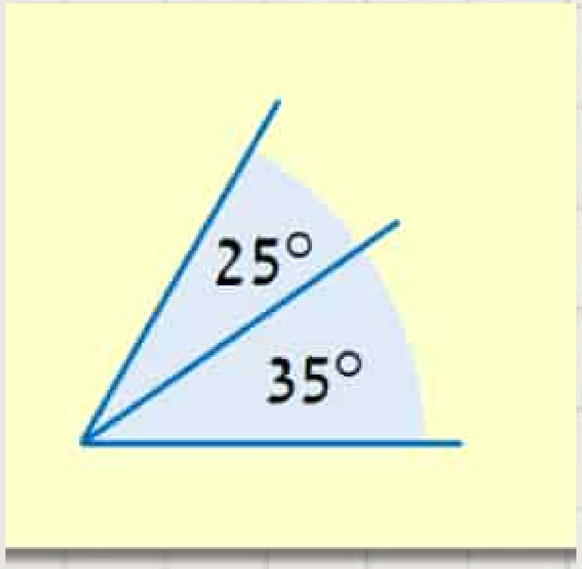
פתרון: לזוויות הנתונות בשרטוט יש קודקוד משותף ושוק משותפת.
לכן נוכל לסכום אותן, ולחשב את גודל הזווית הכחולה:
$25° + 35° = 60°$.



סכום והפרש זוויות

שימו לב!

בדוגמה עסקנו בחיבור של שתי זוויות, אך באופן דומה ניתן גם לחבר שלוש זוויות או יותר. כמו כן ניתן גם לחסר מזווית מסוימת שתי זוויות או יותר.

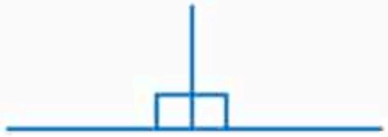




כעת נוכל לפתור את תרגילים 1-20 בעמודים 223-227.



21. בשרטוט שלפניכם שתי זוויות ישרות בעלות קודקוד משותף ושוק **אחת** משותפת.



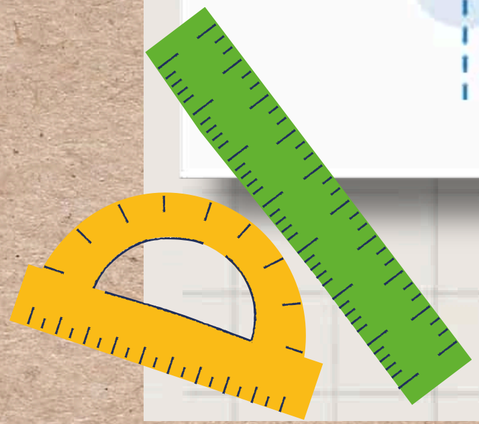
א. מהו גודל הזווית המתקבלת מחיבור שתי הזוויות הישרות?

ב. מהו סוג הזווית שהתקבלה מחיבור זה?



ג. יותם המשיך את אחת השוקיים, וקיבל את השרטוט משמאל.
כמה זוויות ישרות מופיעות בשרטוט של יותם?

ד. מה סכום ארבע הזוויות הישרות המופיעות בשרטוט של יותם?

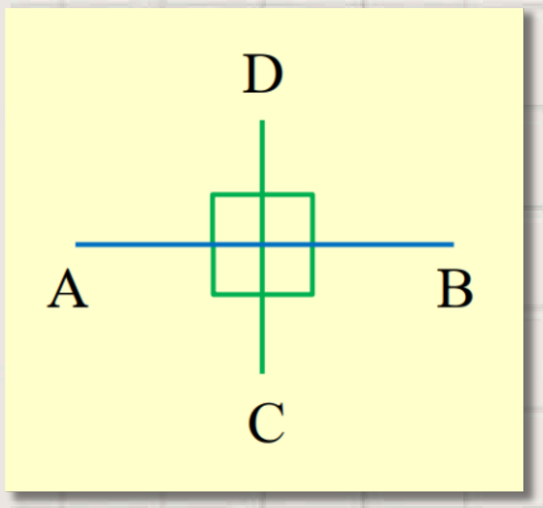




בשאלה הקודמת עסקנו בחיבור זוויות ישרות, ומצאנו:

הגודל של זווית שטוחה שווה לסכום של שתי זוויות ישרות והוא 180°.

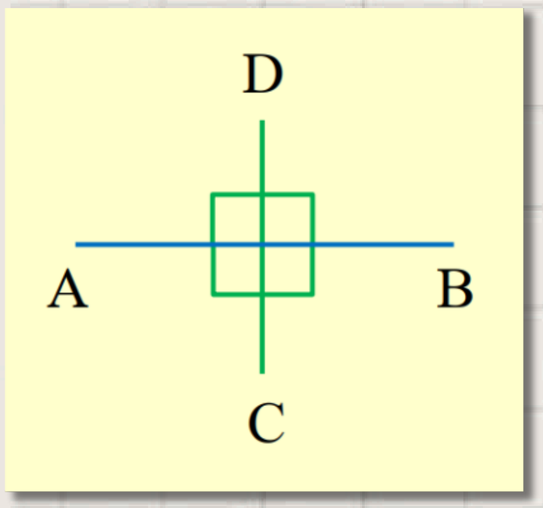
כשמחברים 4 זוויות ישרות, מקבלים זווית שגודלה 360°.





בשאלה הקודמת עסקנו בחיבור זוויות ישרות, ומצאנו:
הגודל של זווית שטוחה שווה לסכום של שתי זוויות ישרות והוא 180°.
כשמחברים 4 זוויות ישרות, מקבלים זווית שגודלה 360°.

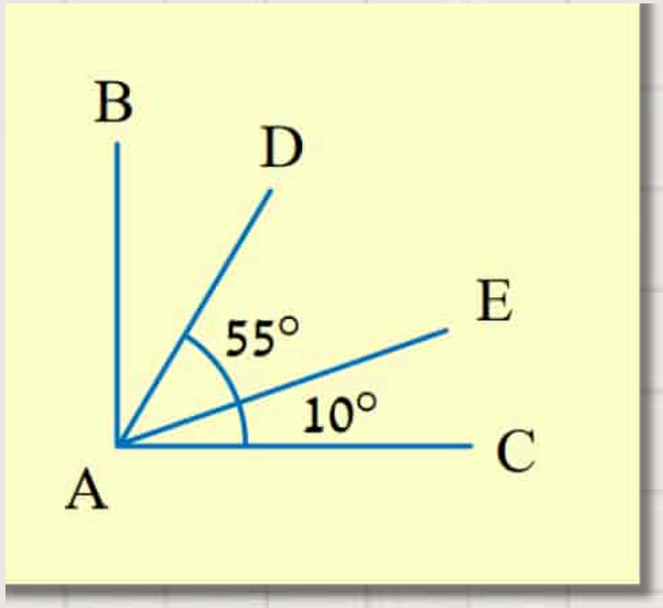
נדגים את התכונות האלו בעזרת השרטוט המופיע משמאל.
הקטעים CD ו-AB מאונכים זה לזה, ונוצרות ביניהם ארבע זוויות ישרות.
מחיבור של כל שתי זוויות ישרות נקבל זווית שטוחה, כלומר זווית שקרניה יוצרות קו ישר וגודלה 180°.
מחיבור של כל הארבע, נקבל זווית שגודלה 360°.





כעת נוכל לפתור את תרגיל 22 בעמוד 228.

דוגמה:



בשרטוט שלפניכם נתון: $AB \perp AC$.

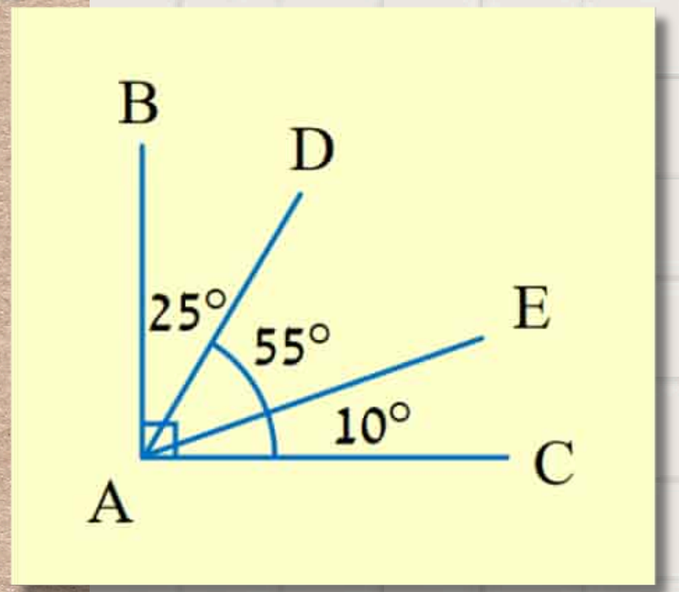
א. היעזרו בנתונים שבשרטוט, וחשבו את גודל הזווית $\sphericalangle BAD$.

ב. הציעו **שתי דרכים** לחשב את גודל הזווית $\sphericalangle BAE$, וחשבו אותו.



תשובה:

א. ניעזר בחיסור זוויות, ונמצא ש- ∢BAD = ∢BAC - ∢DAE - ∢EAC.
הקטעים AB ו-AC מאונכים, ולכן הזווית ∢BAC ישרה.
נציב את הנתונים, ונקבל:
∢BAD = 90° - 55° - 10° = 25°.

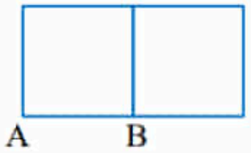


ב. **דרך א':** ניעזר בחיסור זוויות: ∢BAE = ∢BAC - ∢EAC.
דרך ב': ניעזר בחיבור זוויות: ∢BAE = ∢BAD + ∢DAE.
בשתי הדרכים נקבל שגודל הזווית ∢BAE הוא 80°.



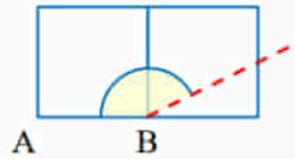
כעת נוכל לפתור את תרגילים 23-26 בעמודים 229-230.

27. לפניכם שני ריבועים בעלי צלע משותפת, שאחד מהקודקודים המשותפים שלהם הוא B. נתון גם הקודקוד A. התלמידות התבקשו לשרטט זווית בת 135° שהקודקוד שלה הוא B, ואחת מהשוקיים שלה היא AB.

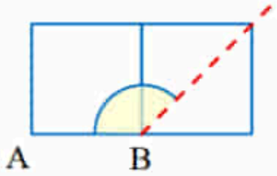


לפניכם השרטוטים של 3 תלמידות:

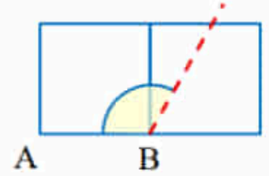
I. השרטוט של אביגיל



II. השרטוט של שרונה



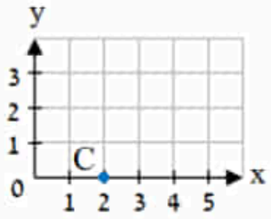
III. השרטוט של ניצן



א. מי מהתלמידות שרטטה את הזווית המתאימה? הסבירו.

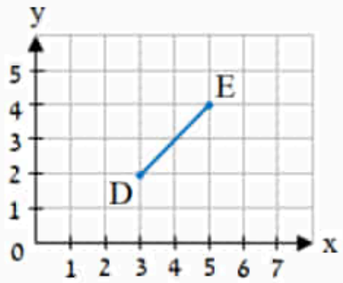
ב. במערכת הצירים שלפניכם מופיעה הנקודה C.

היעזרו בסעיף א', ושרטטו זווית בת 135° שקודקודה C.



ג. במערכת הצירים שלפניכם מופיעות הנקודות D ו־E.

שרטטו זווית בת 135° ששוק אחת שלה היא הקטע DE.





בשאלה הקודמת עסקנו בשרטוט זווית שגודלה 135° במערכת הצירים כאשר קודקוד הזווית אינו בראשית הצירים.



כעת נוכל לפתור את תרגילים 28-29 בעמודים 231-232.



היכנסו לתחרות הכיתתית המופיעה משמאל :

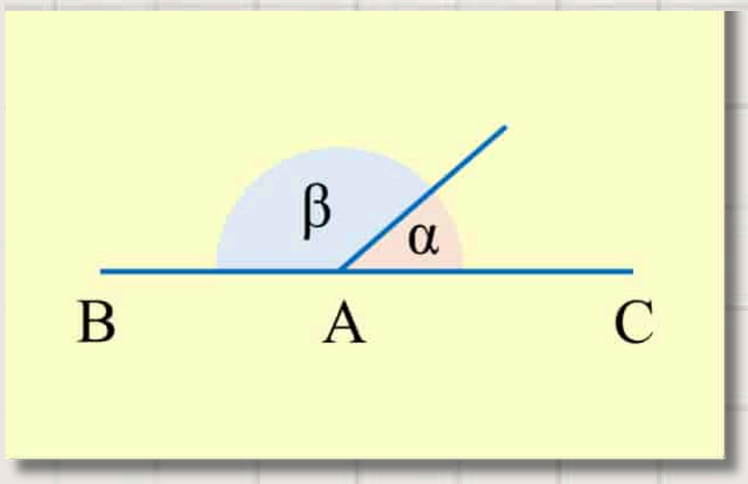
אאוריקה



כעת נוכל לפתור את תרגיל 30 בעמוד 232.



מהן זוויות צמודות?



מהן זוויות צמודות?

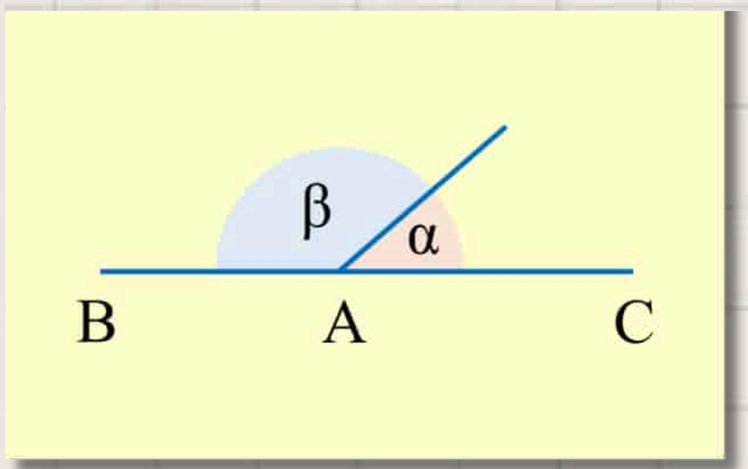
זוויות צמודות הן **שתי** זוויות בעלות קודקוד ושוק משותפים, המשלימות זו את זו לזווית שטוחה, ולכן הסכום של שתי זוויות צמודות הוא 180°.

בשרטוט משמאל מופיעה הזווית השטוחה ∢BAC.

בשרטוט גודלי שתי הזוויות הצמודות מסומנים ב-α וב-β וסכומם 180°.



מהן זוויות צמודות?



מהן זוויות צמודות?

זוויות צמודות הן **שתי** זוויות בעלות קודקוד ושוק משותפים, המשלימות זו את זו לזווית שטוחה, ולכן הסכום של שתי זוויות צמודות הוא 180°.

בשרטוט משמאל מופיעה הזווית השטוחה ∢BAC.

בשרטוט גודלי שתי הזוויות הצמודות מסומנים ב-α וב-β וסכומם 180°.



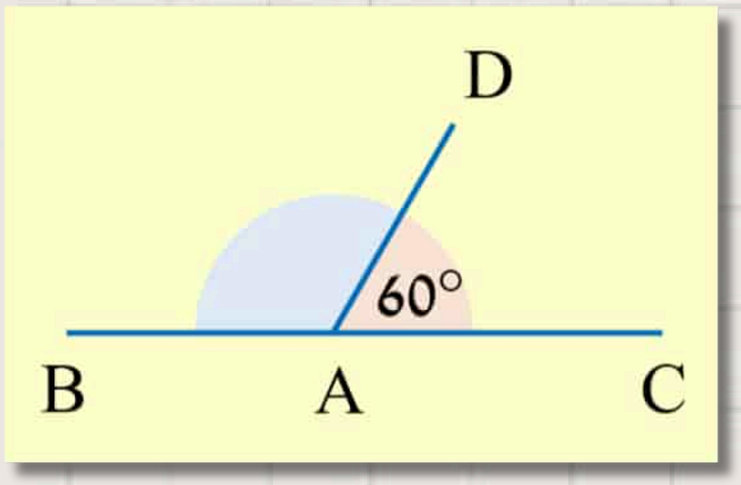
היכנסו לפעילות הדיגיטלית משמאל. הזווית ∢BAC היא שטוחה. הזיזו את הנקודות A ו-D, ובדקו מהו סכום הזוויות הצמודות ∢BAD ו-∢CAD.

מהן זוויות צמודות?

דוגמה:

בשרטוט מופיעות הזוויות הצמודות ∢CAD ו-∢BAD.

נתון: ∢CAD = 60°. חשבו את גודל הזווית ∢BAD.

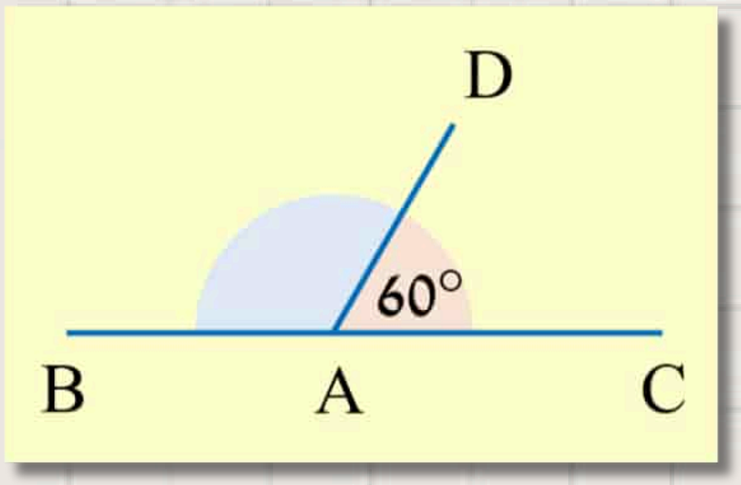


מהן זוויות צמודות?

דוגמה:

בשרטוט מופיעות הזוויות הצמודות ∢CAD ו-∢BAD.

נתון: ∢CAD = 60°. חשבו את גודל הזווית ∢BAD.



פתרון:

הסכום של שתי זוויות צמודות הוא 180°,

ולכן מתקיים: ∢BAD = 180° - 60° = 120°



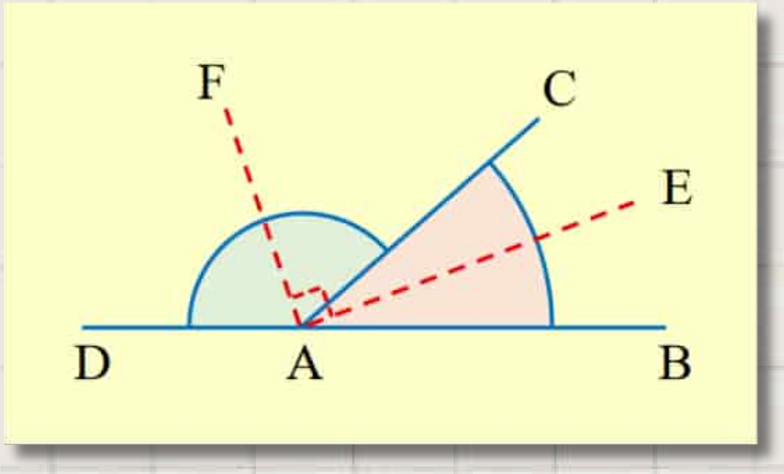
כעת נוכל לפתור את תרגילים 1-5 בעמודים 235-236.



בשלב מוקדם יותר עסקנו בחוצה זווית.

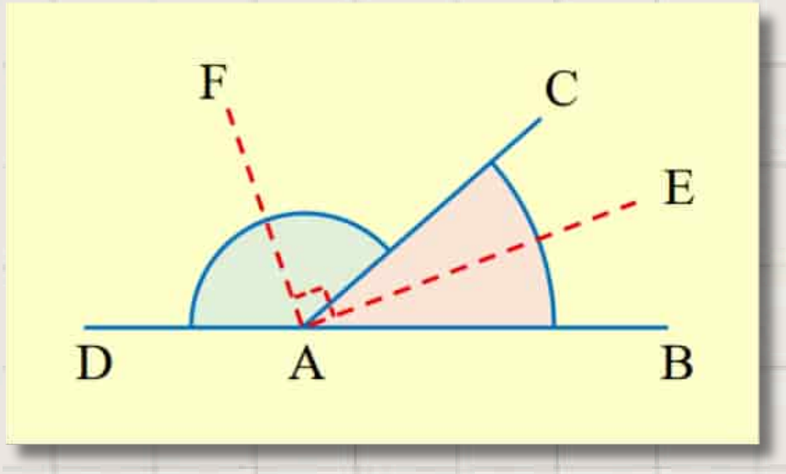
כעת נציג תכונה שמקיימים חוצי זווית של שתי זוויות צמודות:

חוצי הזווית של שתי זוויות צמודות מאונכים זה לזה.



בשלב מוקדם יותר עסקנו חוצה זווית.
כעת נציג תכונה שמקיימים חוצי זווית של שתי זוויות צמודות:

חוצי הזווית של שתי זוויות צמודות מאונכים זה לזה.



התבוננו בשרטוט משמאל.
הזוויות ∢BAC ו-∢CAD הן צמודות.
הקטע AE חוצה את הזווית ∢BAC, והקטע AF חוצה את הזווית ∢CAD.
לפי התכונה שתוארה, חוצי הזוויות AE ו-AF מאונכים זה לזה. נציג שתי דרכים להראות שהתכונה מתקיימת.

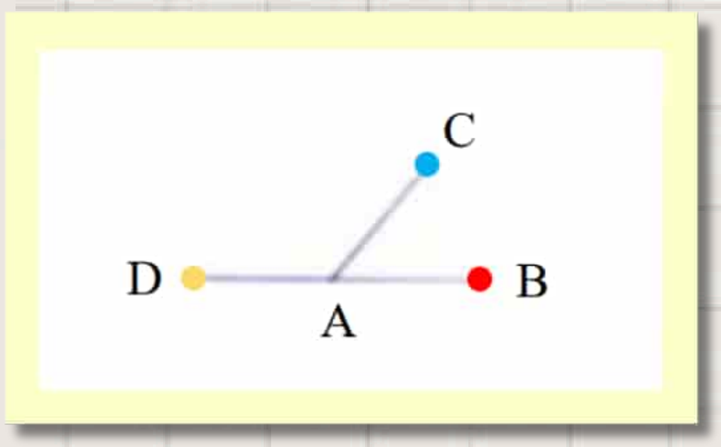


דרך א': המחשה דיגיטלית

היכנסו לפעילות הדיגיטלית. הזיזו את הנקודה C.
כעת מקמו את הנקודה E כך שהקטע AE יחצה את הזווית ‹BAC.
לאחר מכן מקמו את הנקודה F כך שהקטע AF יחוצה את
הזווית ‹CAD. כעת בדקו את גודל הזווית ‹EAF. מהו גודלה?



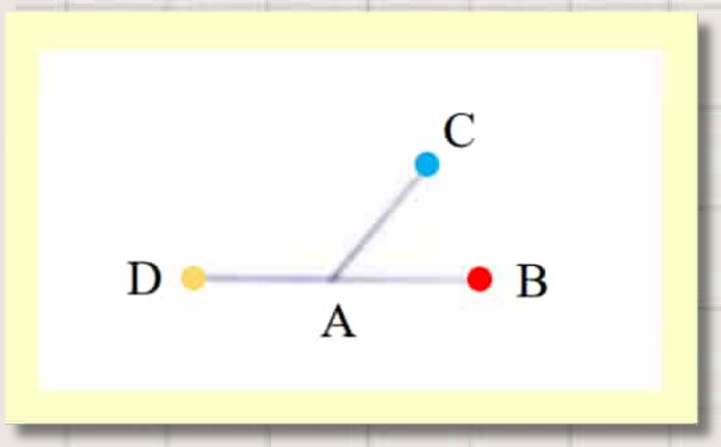
דרך ב': המחשה מעשית



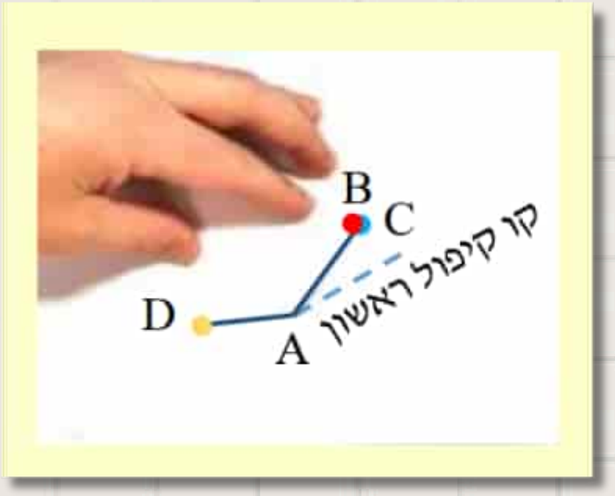
1. תחילה נשרטט על נייר אפייה באמצעות סרגל:
את הקטע BD שממנו יוצא הקטע AC,
אשר יוצר שתי זוויות צמודות.



דרך ב': המחשה מעשית

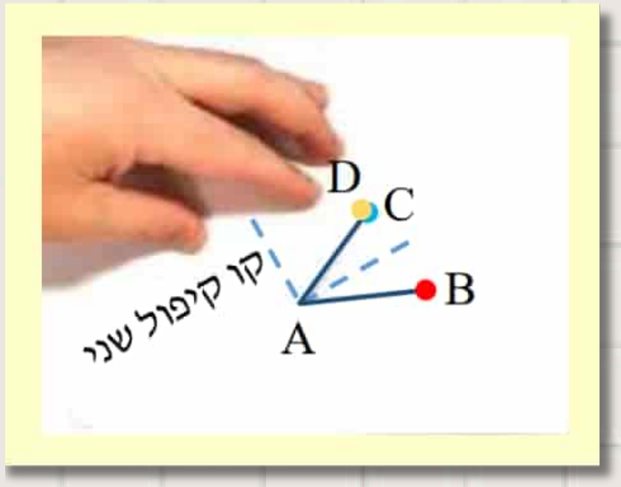


1. תחילה נשרטט על נייר אפייה באמצעות סרגל:
את הקטע BD שממנו יוצא הקטע AC,
אשר יוצר שתי זוויות צמודות.



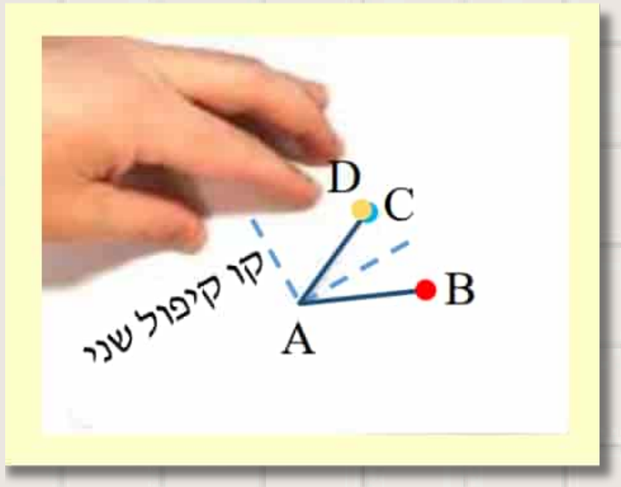
2. נקפל את הקטע AB על הקטע AC כך
שנוצר קו קיפול שחוצה את הזווית BAC<.



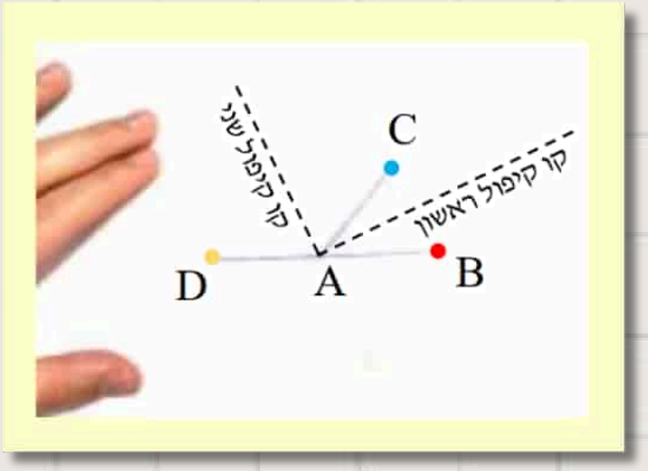


3. נקפל את הקטע AD על הקטע AC כך שנוצר קו קיפול שחוצה את הזווית ∢DAC.





3. נקפל את הקטע AD על הקטע AC כך שנוצר קו קיפול שחוצה את הזווית ∢DAC.



4. שני קווי הקיפול הם חוצי הזווית של שתי הזוויות הצמודות. היעזרו בסרגל משולש או במד זווית, והראו שהזווית בין חוצי הזוויות היא ישרה.



בשלב זה הסקנו לגבי תכונה זו בשתי הדרכים בעזרת חוצי זווית של זוגות שונים של זוויות צמודות, אך עדיין נדרשת הוכחה כללית לכל זוג זוויות צמודות. נוכיח זאת בהמשך לימודי המתמטיקה.

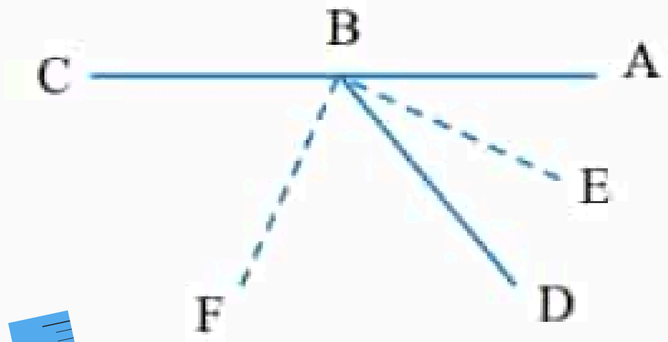




6. הנקודה B נמצאת על הקטע AC.

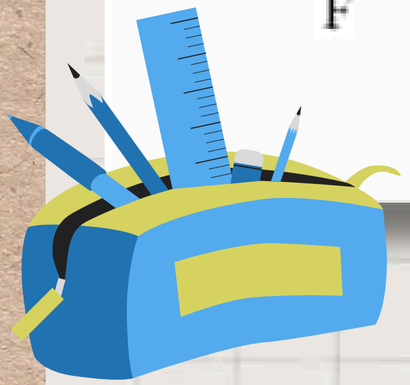
הקטע BE הוא חוצה הזווית $\sphericalangle ABD$.

הקטע BF הוא חוצה הזווית $\sphericalangle CBD$.

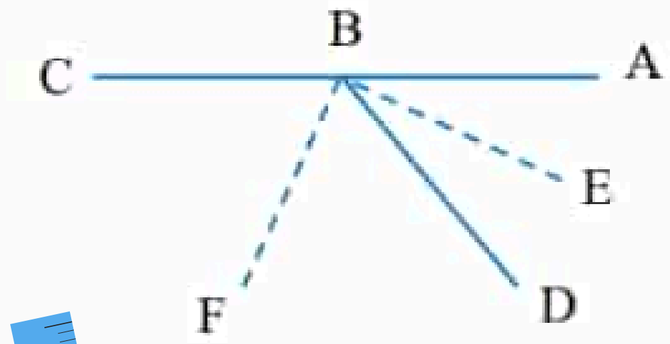


א. איזו מהזוויות בשרטוט היא זווית ישרה? הסבירו.

ב. נתון: $\sphericalangle DBE = 25°$. חשבו את גודל הזווית: 1. $\sphericalangle DBF$ 2. $\sphericalangle CBF$







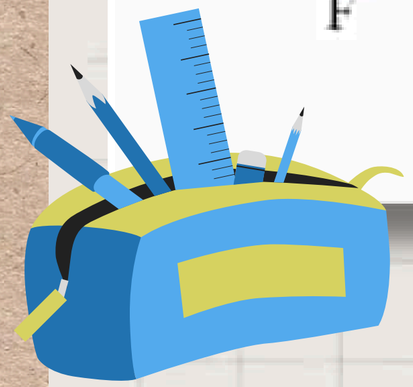
6. הנקודה B נמצאת על הקטע AC.

הקטע BE הוא חוצה הזווית $\sphericalangle ABD$.

הקטע BF הוא חוצה הזווית $\sphericalangle CBD$.

א. איזו מהזוויות בשרטוט היא זווית ישרה? הסבירו.

ב. נתון: $\sphericalangle DBE = 25°$. חשבו את גודל הזווית: 1. $\sphericalangle DBF$ 2. $\sphericalangle CBF$



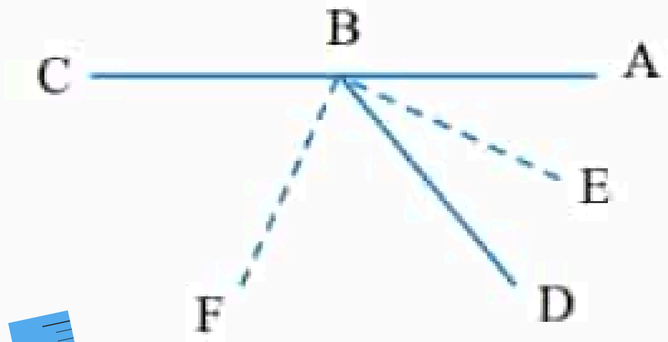
6) א. $\sphericalangle EBF$.



6. הנקודה B נמצאת על הקטע AC.

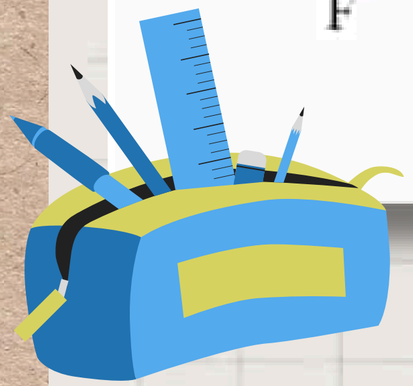
הקטע BE הוא חוצה הזווית $\sphericalangle ABD$.

הקטע BF הוא חוצה הזווית $\sphericalangle CBD$.



א. איזו מהזוויות בשרטוט היא זווית ישרה? הסבירו.

ב. נתון: $\sphericalangle DBE = 25°$. חשבו את גודל הזווית: 1. $\sphericalangle DBF$ 2. $\sphericalangle CBF$



6) א. $\sphericalangle EBF$. **ב. 1.** $65°$ **2.** $65°$.



כעת נוכל לפתור את תרגיל 7 בעמוד 238.



לאחר שעסקנו בזוגות של זוויות צמודות שיוצרות יחד זווית שטוחה, נעסוק בזווית שטוחה אשר מחולקת ליותר משתי זוויות, ובתוך כך נתרגל ונעמיק בנושאים שונים שלמדנו עד עתה בנושאי זוויות.

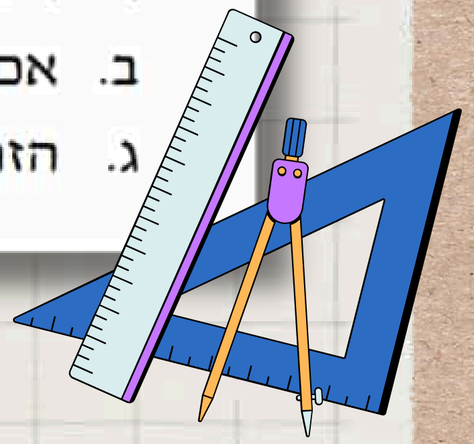


8. נתונה זווית שטוחה.

א. אם הזווית תחולק לשלוש זויות שוות, מה יהיה הגודל של כל זווית?

ב. אם הזווית תחולק לארבע זויות שוות, מה יהיה הגודל של כל זווית?

ג. הזווית חולקה למספר זויות שוות, כך שכולן בנות 10°. לכמה זויות היא חולקה?



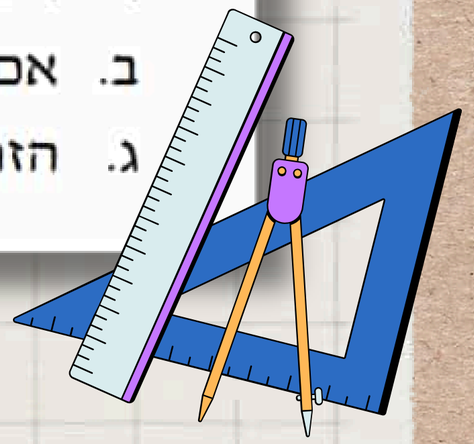


8. נתונה זווית שטוחה.

א. אם הזווית תחולק לשלוש זויות שוות, מה יהיה הגודל של כל זווית?

ב. אם הזווית תחולק לארבע זויות שוות, מה יהיה הגודל של כל זווית?

ג. הזווית חולקה למספר זויות שוות, כך שכולן בנות 10°. לכמה זויות היא חולקה?



8) א. 60°.

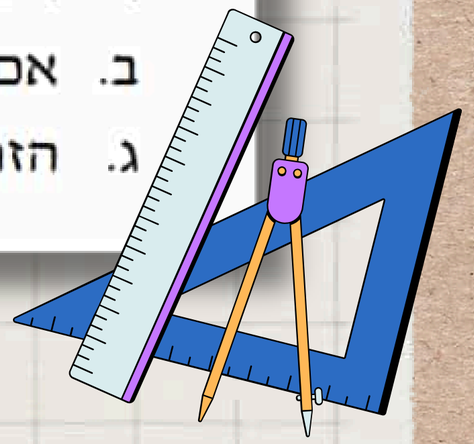


8. נתונה זווית שטוחה.

א. אם הזווית תחולק לשלוש זויות שוות, מה יהיה הגודל של כל זווית?

ב. אם הזווית תחולק לארבע זויות שוות, מה יהיה הגודל של כל זווית?

ג. הזווית חולקה למספר זויות שוות, כך שכולן בנות 10°. לכמה זויות היא חולקה?



8) **א.** 60°. **ב.** 45°.

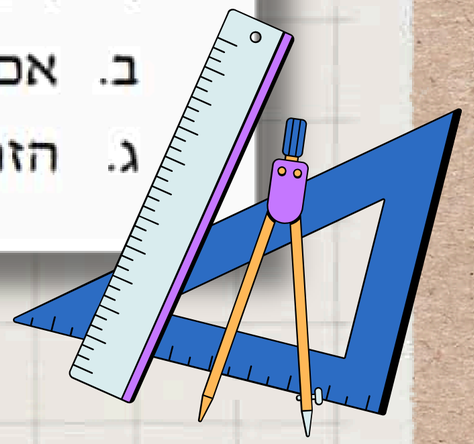


8. נתונה זווית שטוחה.

א. אם הזווית תחולק לשלוש זויות שוות, מה יהיה הגודל של כל זוית?

ב. אם הזווית תחולק לארבע זויות שוות, מה יהיה הגודל של כל זוית?

ג. הזווית חולקה למספר זויות שוות, כך שכולן בנות 10°. לכמה זויות היא חולקה?



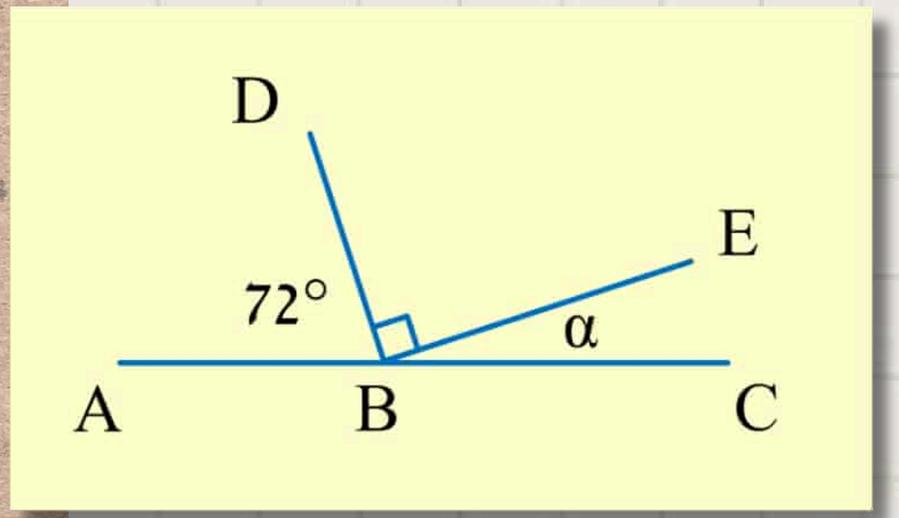
8) **א.** 60°. **ב.** 45°. **ג.** 18.



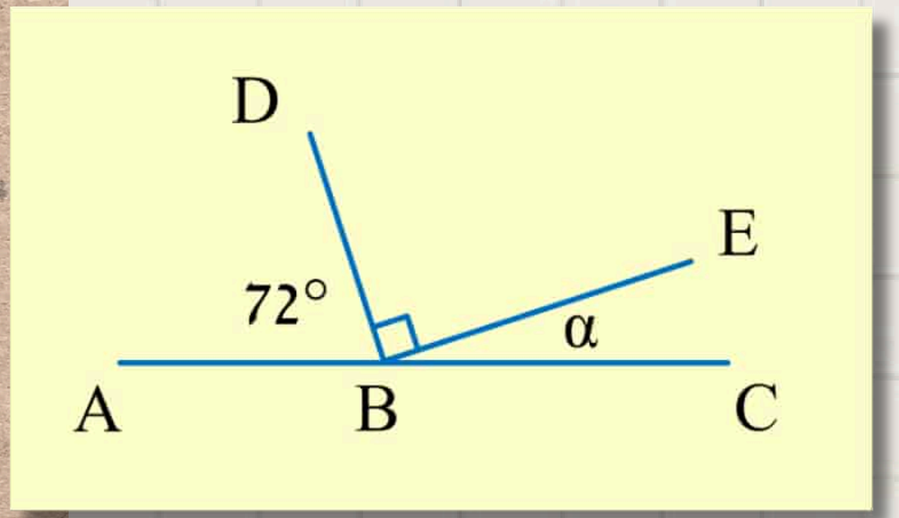
כעת נוכל לפתור את תרגיל 9 בעמוד 238.



דוגמה: בשרטוט שלפניכם הזווית ABC שטוחה.
היעזרו בנתונים שבשרטוט, ומצאו את α.







דוגמה: בשרטוט שלפניכם הזווית ABC שטוחה.
היעזרו בנתונים שבשרטוט, ומצאו את α.

פתרון: הגודל של זווית שטוחה הוא 180°,
ולכן מתקיים:

$\sphericalangle ABC = 180° \Leftarrow \sphericalangle CBE = 180° - \sphericalangle ABD - \sphericalangle DBE$

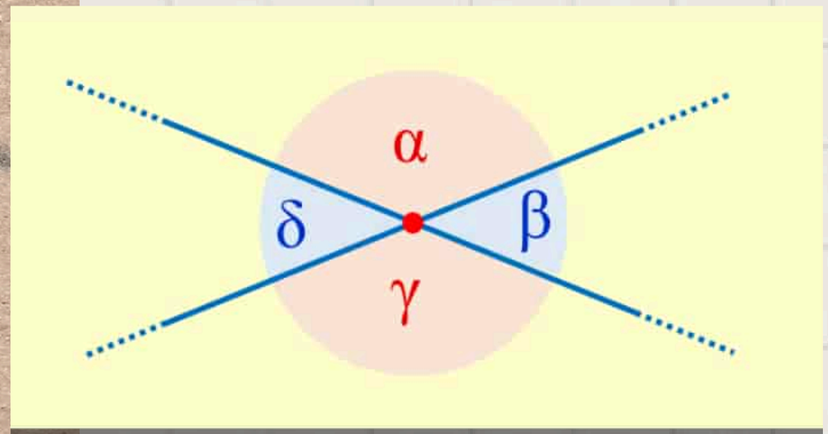
$\sphericalangle \alpha = 18° \Leftarrow \sphericalangle CBE = 18° \Leftarrow \sphericalangle CBE = 180° - 72° - 90°$



כעת נוכל לפתור את תרגילים 10-16 בעמודים 239-241.



זוויות קודקודיות



לפניכם שני ישרים אשר נחתכים בנקודה האדומה.
מתקבלות ארבע הזוויות שגודליהן מסומנים
ב-**α**, ב-**β**, ב-**γ** ו-**δ**,
וכל אחת מהן **קטנה** מזווית שטוחה. מבין הארבע,
כל שתי זוויות שיש להן קודקוד משותף, אך אין
להן שוק משותפת, נקראות **זוויות קודקודיות**. בשרטוט הנתון:
הזוויות שגודליהן **α** ו-**γ** הן זוויות קודקודיות, והזוויות שגודליהן **β** ו-**δ** הן
זוויות קודקודיות.

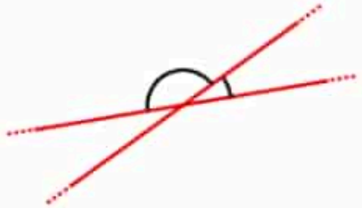


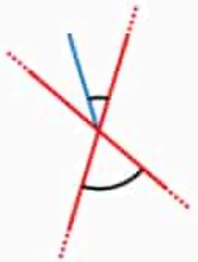
1. לפניכם ישרים אדומים וקטעים כחולים. באילו סעיפים הזוויות המסומנות בשחור הן קודקודיות?

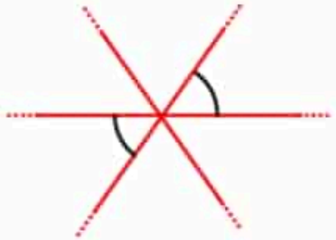
i. 

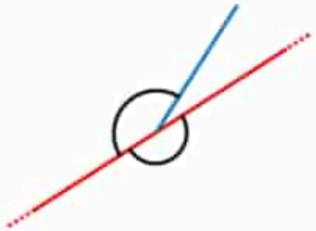
ii. 

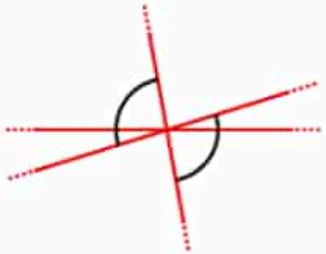
iii. 

iv. 

v. 

vi. 

vii. 

viii. 



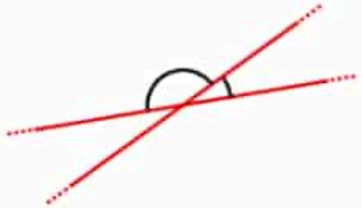


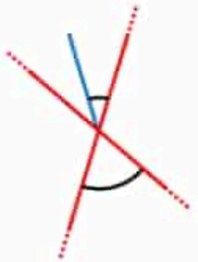
1. לפניכם ישרים אדומים וקטעים כחולים. באילו סעיפים הזוויות המסומנות בשחור הן קודקודיות?

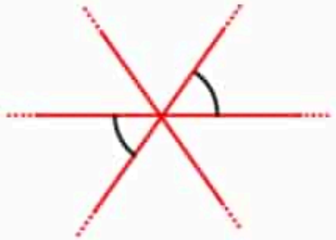
i. 

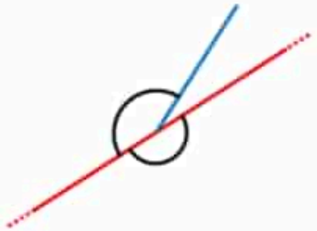
ii. 

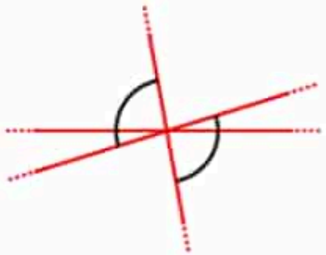
iii. 

iv. 

v. 

vi. 

vii. 

viii. 

1) i, iii, vi, viii.





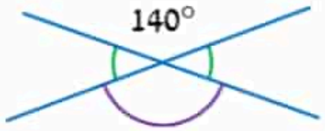
כעת נוכל לפתור את תרגילים 2-3 בעמודים 243-244.





4. בשרטוטים שלפניכם מופיעים שני קטעים נחתכים, ונתון גודל של אחת מהזוויות ביניהם:

שרטוט I:



שרטוט II:





א. 1. האם בכל שרטוט הזוויות הירוקות הן קודקודיות?

2. היעזרו בחישובים, ובכל שרטוט קבעו אם הזוויות הירוקות שוות בגודלן.

ב. 1. האם בשני השרטוטים הזווית הנתונה והזווית הסגולה הן קודקודיות?

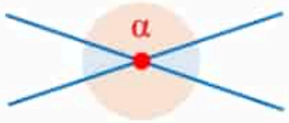
2. היעזרו בחישובים, ובכל שרטוט קבעו אם הזווית הנתונה והזווית הסגולה שוות בגודלן.

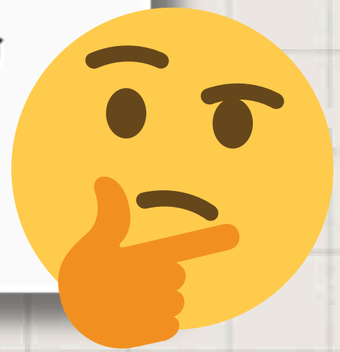
ג. היעזרו בסעיפים הקודמים, והעלו השערה לגבי גודלי זוויות קודקודיות.

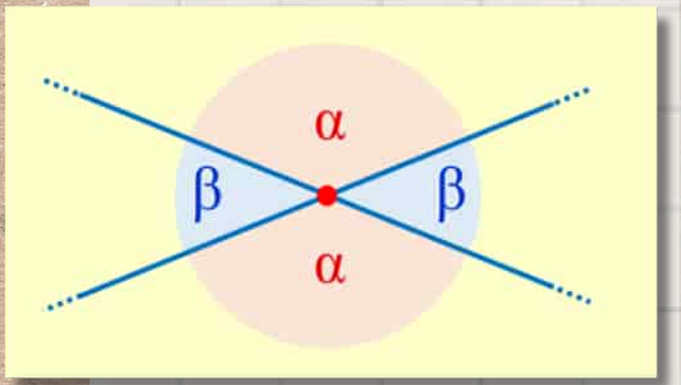
ד. אביאל העלה השערה: "זוויות קודקודיות הן שוות זו לזו."

הוא שרטט את השרטוט המופיע משמאל, שבו שני קטעים נחתכים בנקודה האדומה, וסימן את גודל אחת מהזוויות האדומות ב־α.

היעזרו בזוויות צמודות, והסבירו מדוע אביאל צודק.

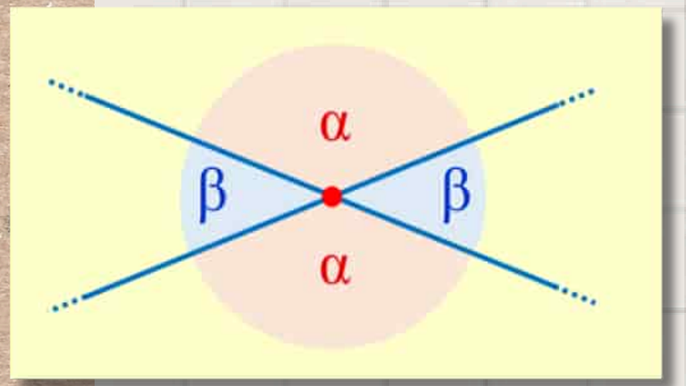






בשאלה הקודמת מצאנו ש**זוויות קודקודיות שוות זו לזו**.
בשרטוט משמאל שני קטעים נחתכים בנקודה האדומה
כך שמתקבלות 4 זוויות, שתיים כחולות ושתיים אדומות.

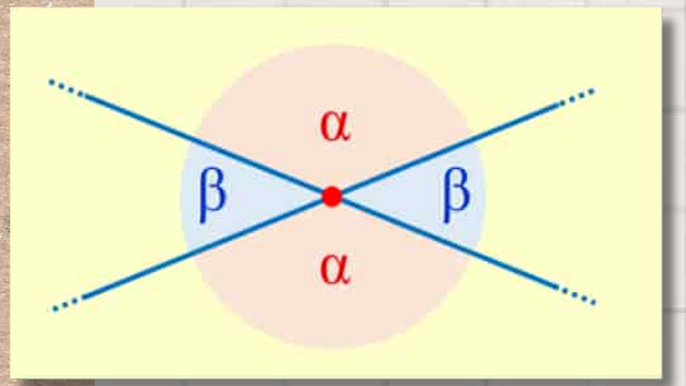




בשאלה הקודמת מצאנו ש**זוויות קודקודיות שוות זו לזו**.
בשרטוט משמאל שני קטעים נחתכים בנקודה האדומה
כך שמתקבלות 4 זוויות, שתיים כחולות ושתיים אדומות.

שתי הזוויות **האדומות** הן זוויות קודקודיות, והן שוות. גודלן מסומן ב-**α**.
שתי הזוויות **הכחולות** הן זוויות קודקודיות, והן שוות. גודלן מסומן ב-**β**.





בשאלה הקודמת מצאנו ש**זוויות קודקודיות שוות זו לזו**.
בשרטוט משמאל שני קטעים נחתכים בנקודה האדומה
כך שמתקבלות 4 זוויות, שתיים כחולות ושתיים אדומות.

שתי הזוויות **האדומות** הן זוויות קודקודיות, והן שוות. גודלן מסומן ב-**α**.
שתי הזוויות **הכחולות** הן זוויות קודקודיות, והן שוות. גודלן מסומן ב-**β**.

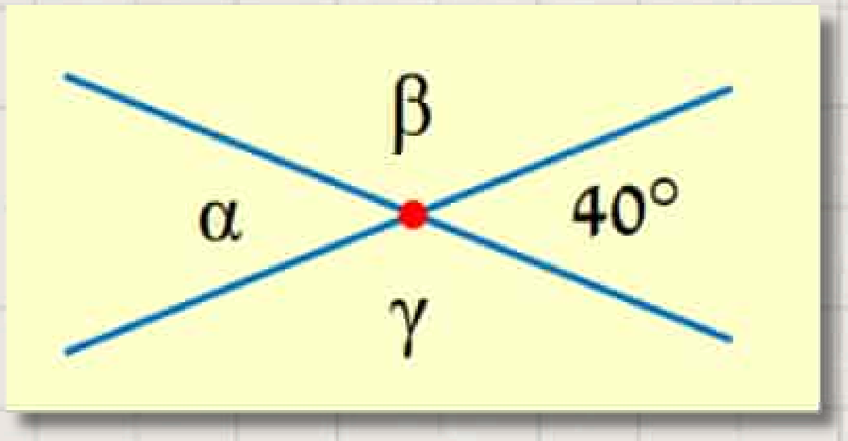


היכנסו להמחשה הדיגיטלית משמאל. הזיזו את הקודקודים
A, B, C ו-D, ולאחר כל הזזה בדקו את הגדלים של הזוויות
הקודקודיות שבשרטוט.

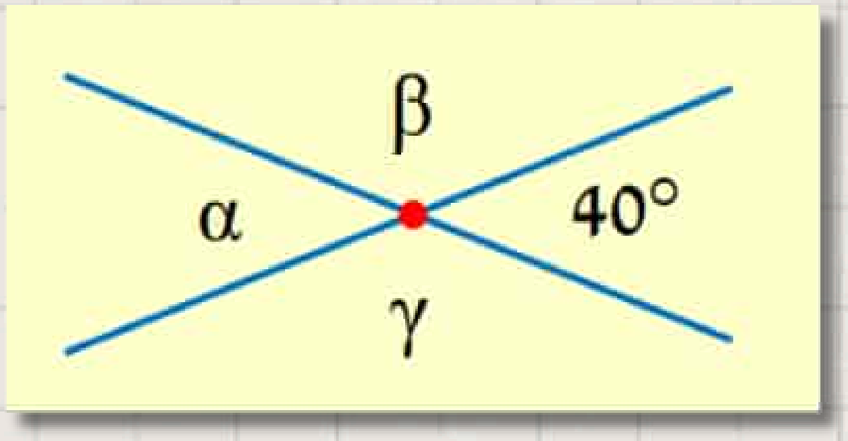
דוגמה:

שני קטעים נחתכים כך שמתקבלות ארבע הזוויות המופיעות בשרטוט.

מצאו את: א. α ב. β ג. γ



דוגמה:



שני קטעים נחתכים כך שמתקבלות ארבע הזוויות המופיעות בשרטוט.
מצאו את: א. α ב. β ג. γ

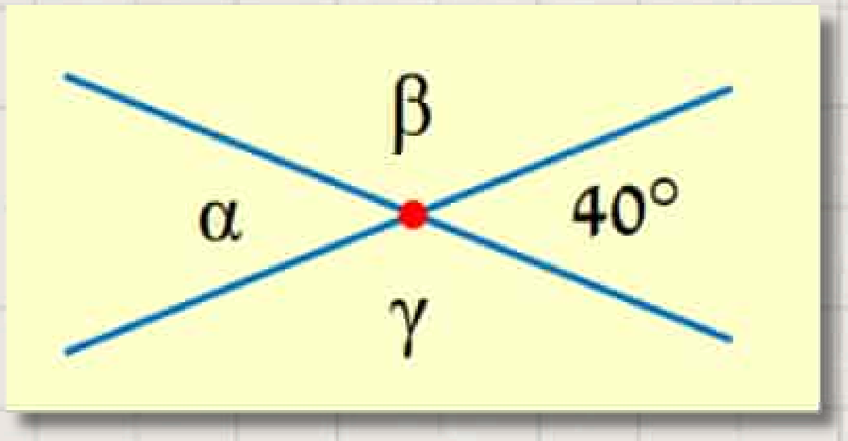
פתרון:

א. הזוויות שגודלן α ו-40° הן קודקודיות, ולכן שוות זו לזו. כלומר מתקיים:
$\alpha = 40°$.

דוגמה:

שני קטעים נחתכים כך שמתקבלות ארבע הזוויות המופיעות בשרטוט.

מצאו את: א. α ב. β ג. γ



פתרון:

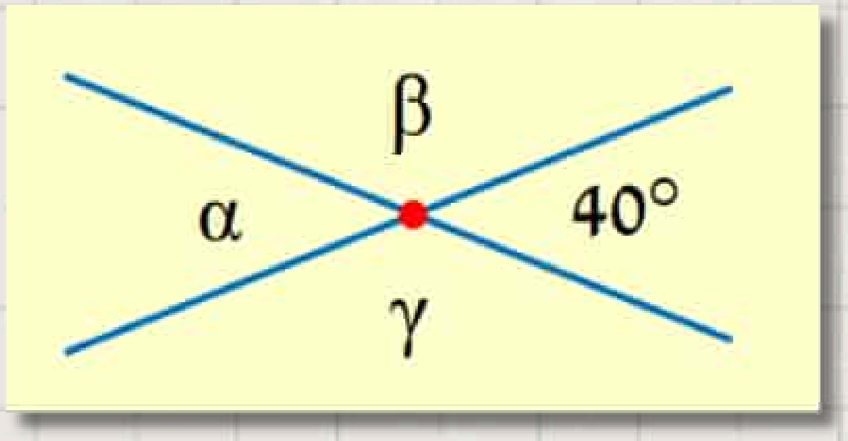
א. הזוויות שגודלן α ו-40° הן קודקודיות, ולכן שוות זו לזו. כלומר מתקיים:

$\alpha = 40°$.

ב. הזוויות שגודלן β ו-40° הן צמודות, ולכן משלימות ל-180°:

$\beta = 180° - 40°$ ⇦ $\beta = 140°$.

דוגמה:



שני קטעים נחתכים כך שמתקבלות ארבע הזוויות המופיעות בשרטוט.
מצאו את: א. α ב. β ג. γ

פתרון:

א. הזוויות שגודלן α ו-40° הן קודקודיות, ולכן שוות זו לזו. כלומר מתקיים:
$\alpha = 40°$.

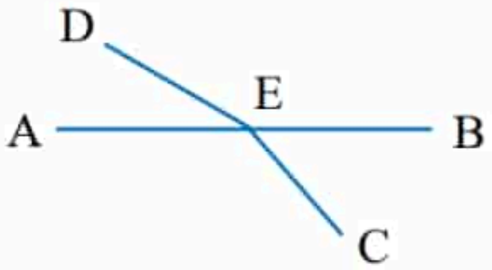
ב. הזוויות שגודלן β ו-40° הן צמודות, ולכן משלימות ל-180°:
$\beta = 180° - 40°$ ⇦ $\beta = 140°$.

ג. הזוויות שגודלן β ו-γ הן קודקודיות, ולכן שוות זו לזו. כלומר מתקיים:
$\gamma = \beta$ ⇦ $\gamma = 140°$.



כעת נוכל לפתור את תרגילים 5-8 בעמוד 245.

9. בשרטוט שלפניכם הקטעים AE, CE, BE ו־DE יוצאים מהנקודה E.

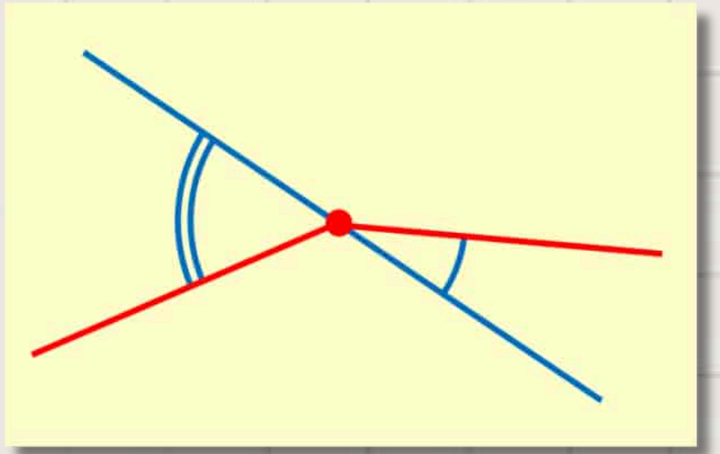


לירוי טען: "לזוויות ∢AED ו־∢BEC יש קודקוד משותף, ומכך ניתן להסיק שהן **בהכרח** זוויות קודקודיות."

א. האם הוא צודק? הסבירו.

ב. מדדו את הזווית ∢CED בעזרת מד זווית, וקבעו אם:

1. הקטעים DE ו־CE נמצאים על אותו הישר.
2. הזוויות ∢AED ו־∢BEC קודקודיות.



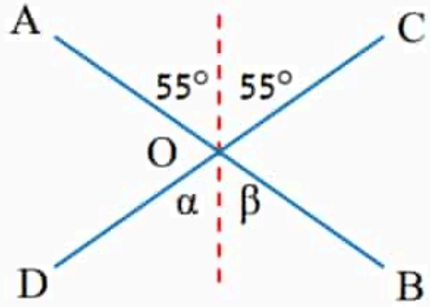
כפי שמצאנו בשאלה הקודמת, גם כאשר לשתי זוויות יש קודקוד משותף, ייתכן שאינן קודקודיות.
זוויות קודקודיות נוצרות בחיתוך בין **שני קטעים או בין שני ישרים**.
בחיתוך בין ישר לבין קו שבור, כמו במקרה שהופיע בשאלה הקודמת ובשרטוט משמאל, הזוויות אינן קודקודיות על אף שיש להן קודקוד משותף.



כעת נוכל לפתור את תרגיל 10 בעמוד 246.



11. בשרטוט משמאל הקטעים AB ו־CD נחתכים בנקודה O.

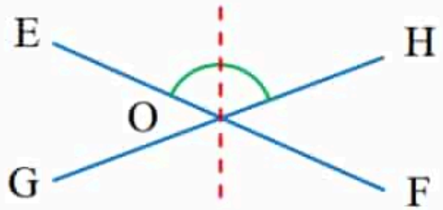


א. האם הזוויות $\sphericalangle AOC$ ו־$\sphericalangle BOD$ הן קודקודיות?

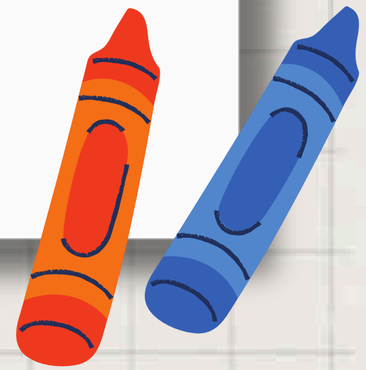
ב. הקטע האדום המקווקו חוצה את הזווית $\sphericalangle AOC$.

1. היעזרו בנתונים, ומצאו את α ואת β.
2. האם הקטע האדום חוצה גם את הזווית $\sphericalangle BOD$?

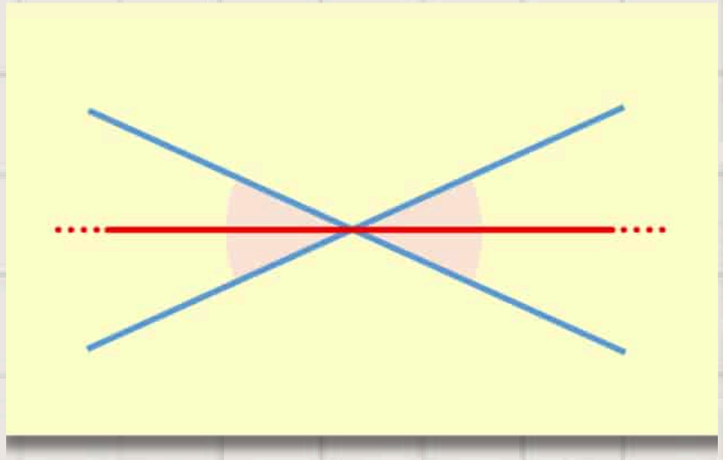
ג. בשרטוט משמאל הקטעים EF ו־GH נחתכים בנקודה O.



1. האם הזוויות $\sphericalangle EOH$ ו־$\sphericalangle GOF$ הן קודקודיות?
2. הקטע האדום המקווקו חוצה את הזווית $\sphericalangle EOH$ לשתי זוויות המסומנות בירוק. הציעו גודל משלכם עבור כל אחת מהזוויות, וקבעו על ידי חישוב, אם הקטע האדום חוצה גם את הזווית $\sphericalangle GOF$.



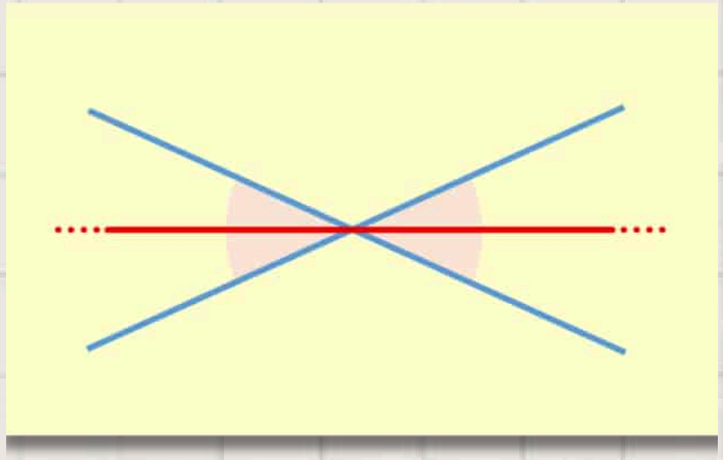




בשאלה הקודמת עסקנו בתכונה הבאה:

ישר אשר חוצה אחת משתי זוויות קודקודיות, חוצה גם את הזווית השנייה.





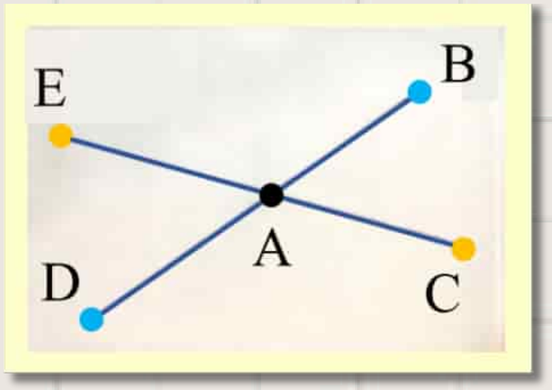
בשאלה הקודמת עסקנו בתכונה הבאה:

ישר אשר חוצה אחת משתי זוויות קודקודיות, חוצה גם את הזווית השנייה.

בשרטוט מופיעים שני קטעים נחתכים אשר יוצרים שני זוגות של זוויות קודקודיות הצבועות באדום. לפי התכונה שתיארנו, אם הישר האדום חוצה אחת משתי זוויות קודקודיות, אז הוא חוצה גם את הזווית הקודקודיות השנייה. נציג שתי דרכים להראות שהתכונה מתקיימת.



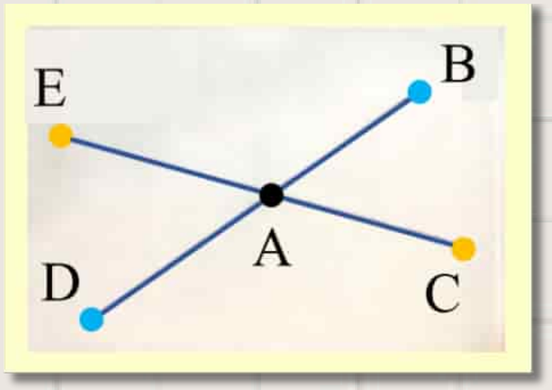
דרך א' : בעזרת קיפול נייר



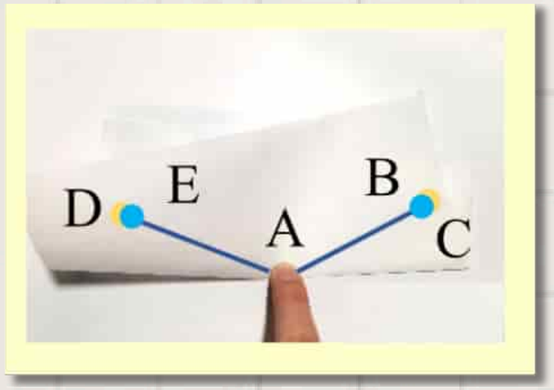
1. שרטטו על נייר אפייה שני קטעים הנחתכים כך שייווצרו שתי זוויות קודקודיות.



דרך א' : בעזרת קיפול נייר

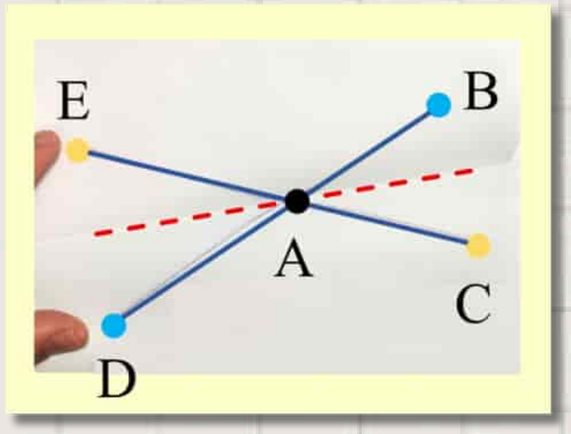


1. שרטטו על נייר אפייה שני קטעים הנחתכים כך שייווצרו שתי זוויות קודקודיות.



2. נקפל את הנייר כך שהקטע AC יונח על הקטע AB. קו הקיפול שהתקבל **חוצה** את הזווית ∢BAC. נמשיך את הקיפול לאורך כל הדף. נשים לב שהקטעים AD ו-AE מונחים זה על זה.

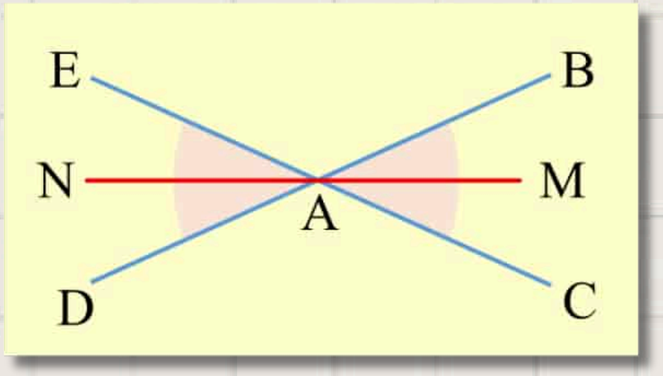




3. כאשר נפתח את הקיפול, נשים לב שקו הקיפול **חוצה** גם את הזווית ∢DAE מכיוון שגם הקטעים AD ו-AE היו מונחים זה על זה.
כלומר, **הוא חוצה את שתי הזוויות** הקודקודיות ∢BAC ו-∢DAE.



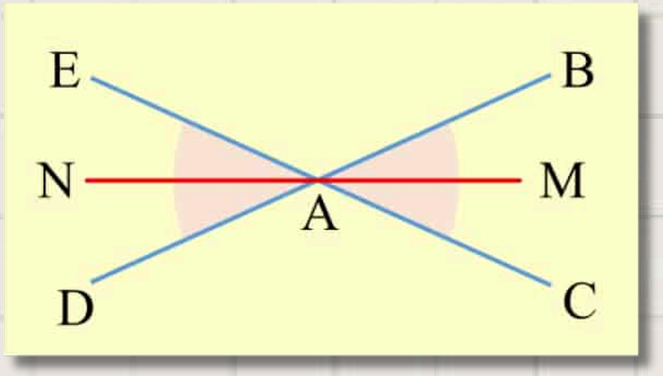
דרך ב': בעזרת סימוני זוויות



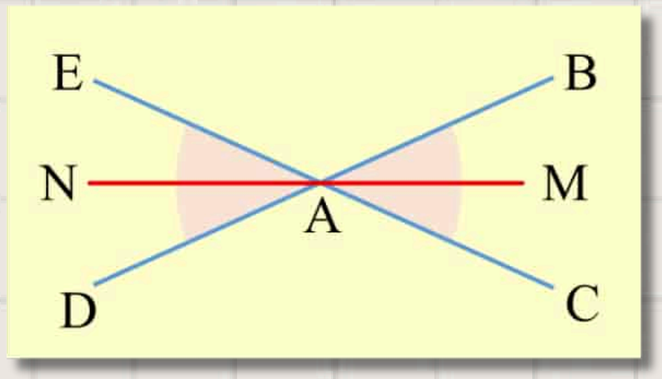
לפניכם שתי הזוויות הקודקודיות **∢DAE** ו-**∢BAC**
המסומנות באדום:

דרך ב': בעזרת סימוני זוויות

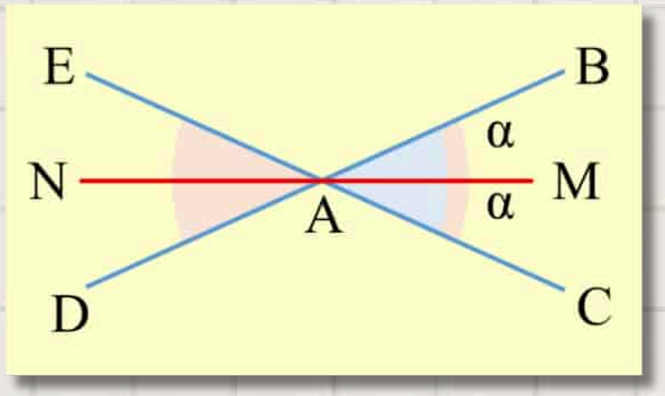
לפניכם שתי הזוויות הקודקודיות ∢**DAE** ו-∢**BAC**
המסומנות באדום:



הקטע MN חוצה את הזווית ∢**BAC**.
נראה שהוא חוצה גם את הזווית ∢**DAE** הקודקודית לה.

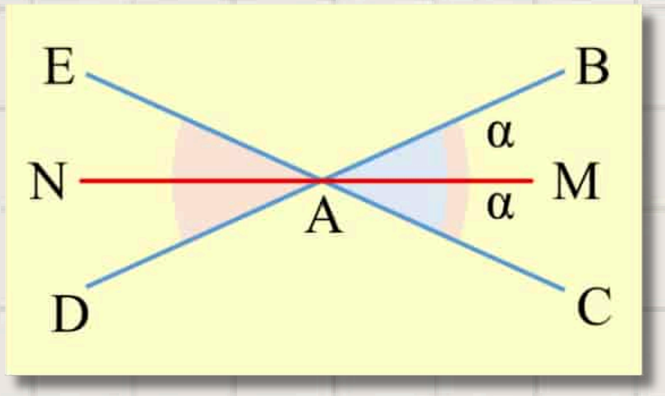




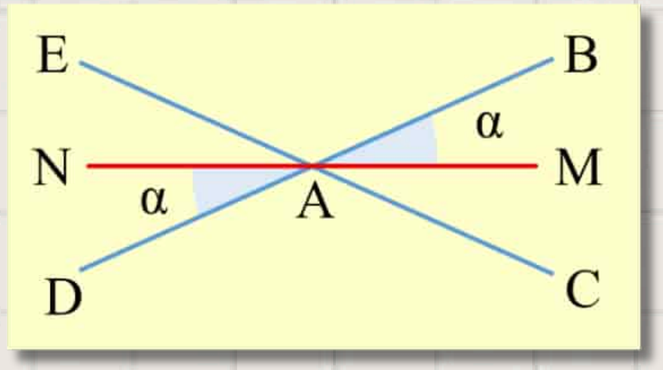


הזוויות $\sphericalangle BAM$ ו-$\sphericalangle CAM$ שוות זו לזו מכיוון שהקטע MN חוצה את הזווית $\sphericalangle BAC$.

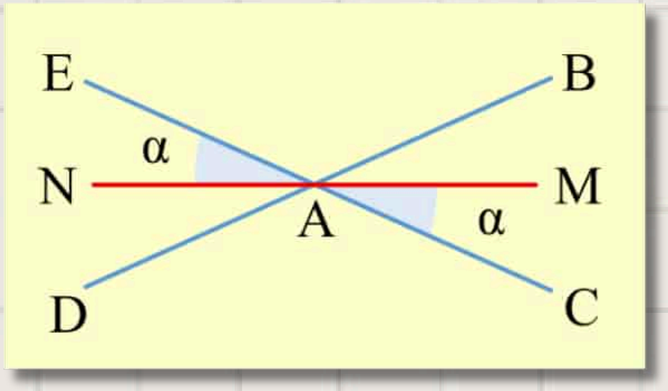
נסמן את גודל הזוויות $\sphericalangle BAM$ ו-$\sphericalangle CAM$ ב-α.



הזוויות ∢BAM ו-∢CAM שוות זו לזו מכיוון שהקטע MN חוצה את הזווית ∢BAC.
נסמן את גודל הזוויות ∢BAM ו-∢CAM ב-α.



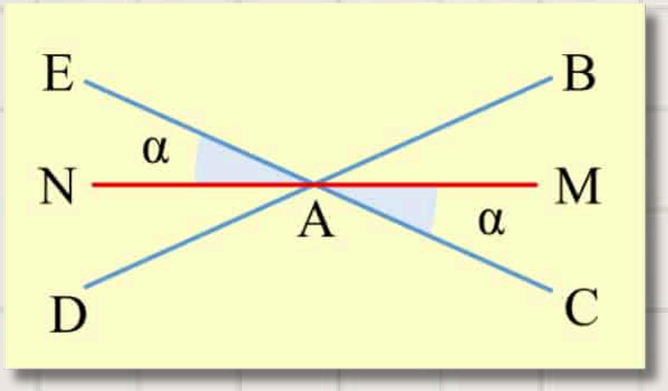
הזוויות ∢BAM ו-∢DAN קודקודיות, ולכן הן שוות.
לפיכך נקבל גם: α= ∢DAN.



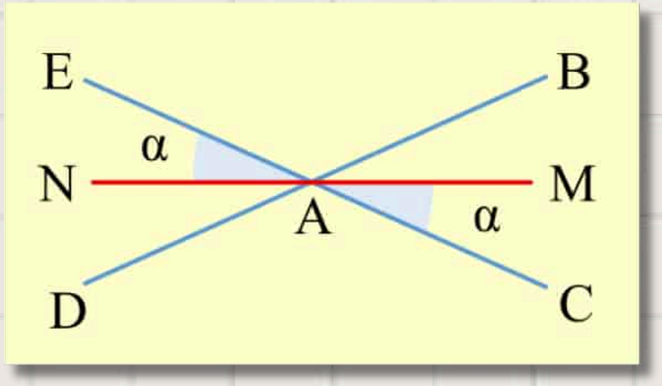
הזוויות **CAM**∢ ו-**EAN**∢ קודקודיות, ולכן הן שוות.

לפיכך נקבל גם: α = EAN∢.





הזוויות **CAM∢** ו-**EAN∢** קודקודיות, ולכן הן שוות.
לפיכך נקבל גם: α = EAN∢.



לסיכום, קיבלנו: α = **EAN∢** = **DAN∢**.
מכך נוכל להסיק ש**ישר אשר חוצה זווית כלשהי, חוצה גם את הזווית הקודקודית לה.**

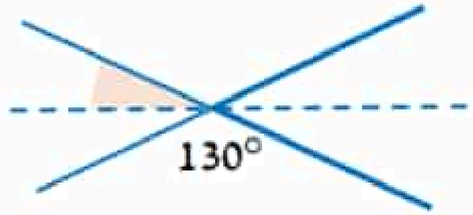


היכנסו לפעילות הדיגיטלית המופיעה משמאל. הזיזו את הנקודות A ,B ,C ו-D. לאחר מכן הזיזו את הנקודה E כך שהקטע EO יחצה את הזווית BOD∢. האם לאחר הזזה זו הקטע EF חוצה את הזווית AOC∢?

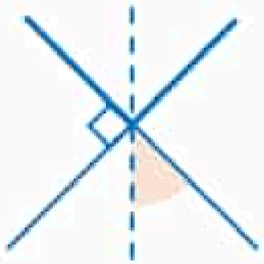


12. בכל שרטוט שלושה קטעים נחתכים בנקודה אחת. הקו המקווקו חוצה את הזווית ששוקיה מודגשות. חשבו את גודל הזווית האדומה:

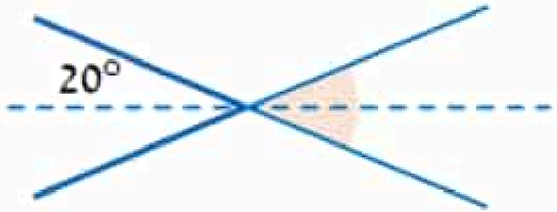
א.



ב.



ג.

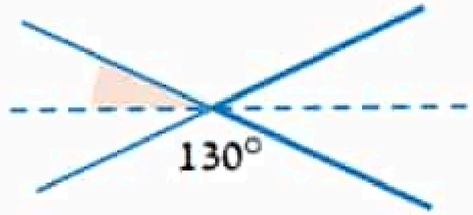




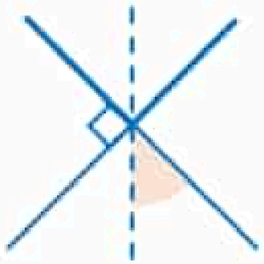


12. בכל שרטוט שלושה קטעים נחתכים בנקודה אחת. הקו המקווקו חוצה את הזווית ששוקיה מודגשות. חשבו את גודל הזווית האדומה:

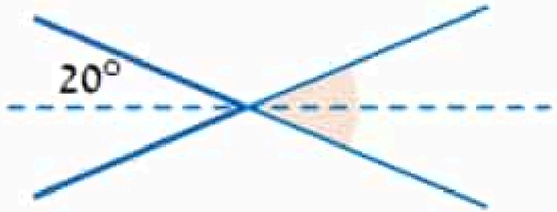
א.



ב.



ג.



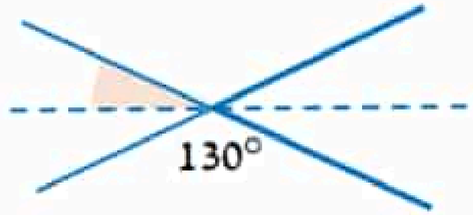


12) א. $25°$.

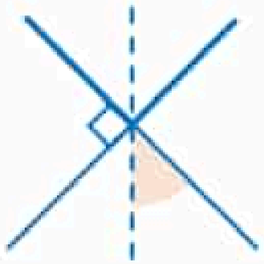


12. בכל שרטוט שלושה קטעים נחתכים בנקודה אחת. הקו המקווקו חוצה את הזווית ששוקיה מודגשות. חשבו את גודל הזווית האדומה:

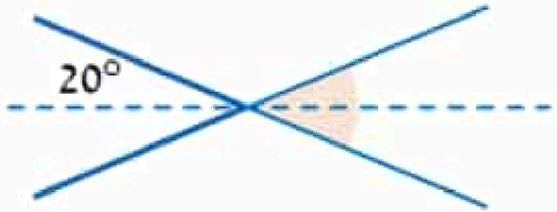
א.



ב.



ג.



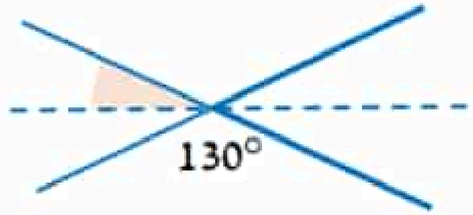


12) א. $25°$ **ב.** $45°$

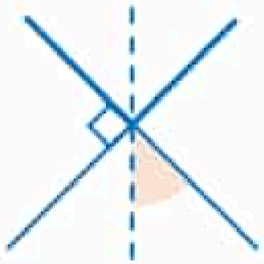


12. בכל שרטוט שלושה קטעים נחתכים בנקודה אחת. הקו המקווקו חוצה את הזווית ששוקיה מודגשות. חשבו את גודל הזווית האדומה:

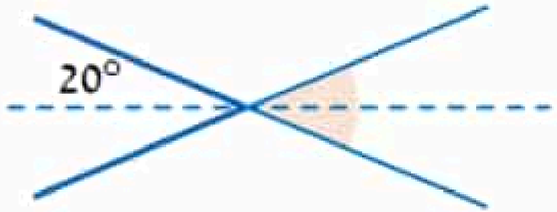
א.



ב.



ג.





12) א. 25°. **ב.** 45°. **ג.** 40°.



כעת נוכל לפתור את תרגיל 13 בעמוד 249.



היכנסו לתחרות הכיתתית המופיעה משמאל :

אאוריקה



כעת נוכל לפתור את תרגילים 14-16 בעמודים 249-251.



למרחב ההוראה

לחצו כאן

במרחב ההוראה מאות דפי תרגול, וביניהם חוברות עבודה ומטלות מסכמות בשלוש רמות לכל פרק. המרחב מיועד לצוותי הוראה במוסדות לימוד אשר רכשו את הספר.



למי לפנות?

לשאלות לארכימדס:

במספר 050-9074007 של הוצאת ארכימדס

להזמנות מרוכזות - פונים ל-"יש הפצות":

טלפון 03-5595354 או ווטסאפ 054-7154211