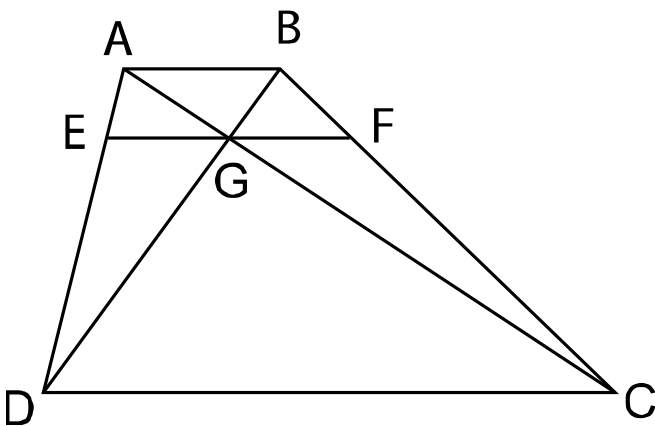


תרגיל מסכם בגיאומטריה לסיום כיתה י' לתלמידי 4-5 יח': שטחים, משפט תאלס, משפט חוצה זווית ודמיון משולשים

מורים ותלמידים!

מטרתנו של תרגיל זה היא לשלב את משפטי תאלס וחוצה זווית (הישרים וההפוכים) וחלק ממשפטי הדמיון בתרגיל אחד באופן אינטגרטיבי. בהתאם, תרגיל זה הוא מרובה סעיפים וארוך מהרגיל. על כן, אינו מיועד להיכלל בבחינה כלשהי, כי אם בעבודה בכיתה או במסגרת שיעורי הבית (ללא שימוש בטריגונומטריה).

במרובע ABCD הנקודות E ו-F נמצאות על הצלעות AD ו-BC בהתאמה. אלכסוני המרובע נחתכים בנקודה G על הישר EF. הישר EF מקביל לצלע AB. נסמן: $AB = 5p, BF = 4p, AG = m, CG = 4m$.



- א. הוכח: הישר BD חוצה את הזווית $\angle ABC$.
- ב. נתון: שטח המשולש $\triangle ABG$ קטן פי ארבעה משטח המשולש $\triangle ADG$. הוכח: ABCD טרפז.
- ג. נתון: שטח הטרפז CDGF גדול ב-46 סמ"ר משטח המשולש $\triangle BGF$.
חשב את שטח המשולש $\triangle CBD$.
- ד. חשב את שטח המשולש $\triangle CFG$.
- ה. הוכח: $GF = EG$.
- ו. חשב את שטח הטרפז ABCD.
- ז. נתון: גובה הטרפז קצר ב-3 ס"מ מ-EF. מצא את ערכו של הפרמטר p.
- ח. קבע, האם יתכן שנקודת מפגש התיכונים במשולש $\triangle CBD$ היא על CG? נמק.
- ט. קבע, האם יתכן שאלכסוני הטרפז ABCD מאונכים זה לזה? נמק.

תשובות ונימוקים מקוצרים:

- א. נימוק: באמצעות הרחבה א' של משפט תאלס במשולש $\triangle ABC$ ניתן למצוא ש: $BC = 20p$.
- ב. באמצעות משפט חוצה זווית הפוך במשולש $\triangle ABC$ מתקבל ש-BG חוצה את הזווית $\angle ABC$.
- ג. נימוק: מהנתון נובע שהיחס בין אורכי הקטעים BG ו-DG הוא 4:1. ממשפט תאלס במשולש $\triangle BCD$ נובע שהצלע CD מקבילה ל-GF. נתון ש: EF מקביל ל-AB ולסיכום מדובר בטרפז.
- ד. השטח: 50 סמ"ר. נימוק: באמצעות יחס השטחים בין המשולשים הדומים $\triangle BGF$ ו- $\triangle BDC$.
- ה. השטח: 8 סמ"ר. נימוק: היחס 1:4 בין בסיסי המשולשים $\triangle BGF$ ו- $\triangle CGF$.
- ו. נימוק: בעזרת הרחבה א' של משפט תאלס במשולשים $\triangle ACD$ ו- $\triangle CBD$.
- ז. השטח: 62.5 סמ"ר. נימוק: באמצעות יחסי הבסיסים בין המשולשים המרכיבים את הטרפז.
- ח. $p=1$. נימוק: בעזרת סעיף ו', ניתן לבטא את גובה הטרפז באמצעות p ולהשתמש בנתון.
- ט. לא. נימוק: CG מחלק את BD ביחס 1:4 ולכן בהכרח אינו תיכון ולא יתכן שמפגש התיכונים עליו.
- ט. לא. נימוק: אם היו מאונכים, אז BG היה גובה וגם חוצה זווית במשולש $\triangle ABC$. במקרה כזה המשולש $\triangle ABC$ חייב להיות שווה שוקיים וזה לא מתאים לאורכים: $AB = 5p, BC = 20p$.