

תרגיל חקירת \ln הכולל הרבה סעיפי חשיבה - שאלון 807

התרגיל מעניק הזדמנות לתרגול מעמיק של סעיפי חשיבה המתלווים לחקירת פונקציה ומטרתם לשפר את יכולות ההסקה והניתוח הגרפי. לאחר ביצוע חקירה מלאה מופיעים סעיפי חשיבה שמרביתם נפתרים תוך שימוש בגרף הפונקציה $f(x)$ ואינם דורשים חישובים מורכבים. מומלץ להקצות לו שני שיעורים רצופים.

$$f(x) = \ln x + \frac{1}{\ln x} \quad \text{נתונה הפונקציה:}$$

א. עבור גרף הפונקציה $f(x)$ מצא את:

1. תחום ההגדרה.
2. נקודות הקיצון ואת סוגן (במידה וקיימות כאלה).
3. נקודות החיתוך עם הצירים (במידה וקיימות כאלה).
4. תחומי העליה והירידה.
5. האסימפטוטות המקבילות לצירים.

ב. שרטט את גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. שרטט את גרף הנגזרת $f'(x)$.

ד. מצא באילו תחומים מתקיים: $f(x) \cdot f'(x) > 0$.

ה. מבלי לפתור ישירות את המשוואה, מצא כמה פתרונות יש:

$$1. \text{ למשוואה: } f(x) = 6 \quad 2. \text{ למשוואה: } f(x) + \frac{4}{f(x)} = 4$$

ו. מגדירים פונקציה חדשה: $z(x) = f(-x)$. מבלי לבצע חקירה, שרטט את גרף הפונקציה $z(x)$.

ז. מגדירים פונקציה חדשה: $j(x) = 5 \cdot f(x)$. חשב את המרחק בין שתי נקודות הקיצון של גרף $j(x)$.

ח. מגדירים פונקציה חדשה: $g(x) = |f(x)|$.

1. מבלי לבצע חקירה, שרטט את גרף הפונקציה $g(x)$.

2. מצא את משוואת הישר העובר דרך נקודות הקיצון של גרף הפונקציה $g(x)$.

3. מצא כמה פתרונות יש למשוואה: $g(x) = 3$.

4. מצא עבור אילו ערכי k , הישר $x = k$ אינו חותך את גרף הפונקציה כלל.

ט. מגדירים פונקציה חדשה: $p(x) = f(x) + m$.

מצא עבור אילו ערכי m , גרף הפונקציה $p(x)$ ישיק לציר ה- x .

י. נתונה הפונקציה: $h(x) = \frac{1}{f(x)}$. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של $h(x)$ ואת סוג הקיצון.

יא. נתונה הפונקציה: $k(x) = \sqrt{f(x)}$. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של $k(x)$ ואת סוגה.

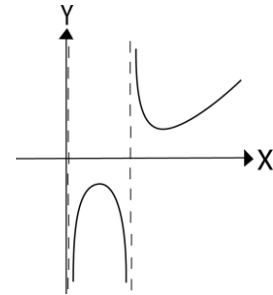
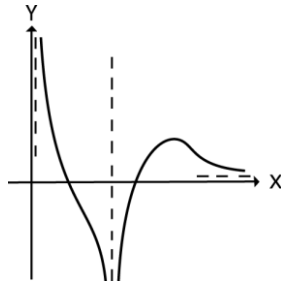
יב. מגדירים פונקציה חדשה $n(x) = f^2(x)$. מצא עבור אילו ערכי k , למשוואה $n(x) = k^2$ יש ארבעה פתרונות.

תשובות:

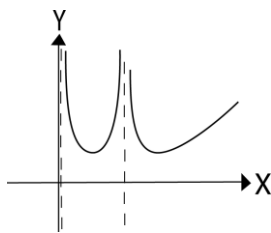
א) 1. $0 < x \neq 1$. 2. $\min(e, 2), \max\left(\frac{1}{e}, -2\right)$. 3. אין.

4. עולה: $e < x$ או $0 < x < \frac{1}{e}$. יורדת: $1 < x < e$ או $\frac{1}{e} < x < 1$. 5. $x = 0, x = 1$.

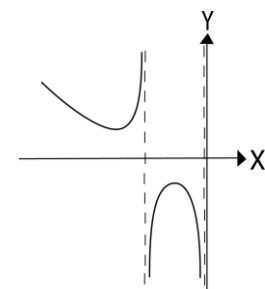
ב) ג) יש לשים לב לביטוי האלגברי של הנגזרת ולאסימפטוטה האופקית



ד) $e < x$ או $\frac{1}{e} < x < 1$.
ה) 1. שניים. 2. אחד.



ז) 20.138 יח' אורך. ח) 1.



ח) 2. $y = 2$. 3. ארבעה. 4. $k = 1$ או $k \leq 0$.
ט) $m = \pm 2$

י) $\min\left(\frac{1}{e}, -0.5\right), \max(e, 0.5)$

יא) $\min(e, \sqrt{2})$

יב) $2 < k$ או $k < -2$