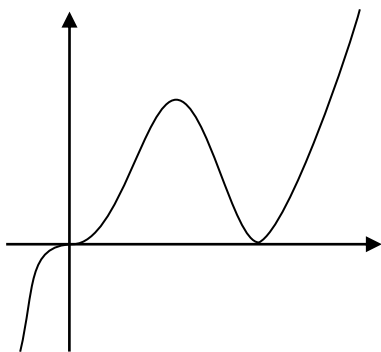


שאלות חשיבה אמריקאיות לסיכום פרק החשבון הדיפרנציאלי בשאלון 581

לפניך שאלות סיכום אמריקאיות בנושא חקירת פונקציה בשאלון 581 לקראת בחינות המתכונת והבגרות. השאלות מתבססות על הבנה של תכונות הפונקציות והגרפים כך שאין צורך לגזור את הפונקציות וכמעט שאין צורך בחישובים כלשהם. **שים לב!** בכל שאלה, מופיעות ארבע טענות המתייחסות לנתונים. **יתכן שיש יותר מטענה אחת נכונה.** בכל שאלה הקף את כל הטענות הנכונות.



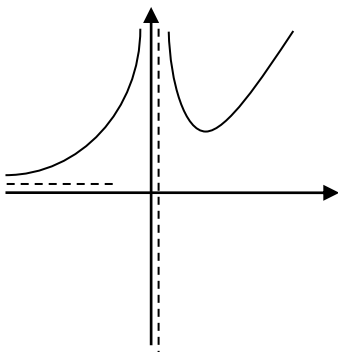
1. לגרף הנתון של הפונקציה $f(x)$ יש נקודת פיתול בראשית הצירים.

א. קיים רק ערך אחד של k שעבורו הישר $y = k$ חותך את גרף הפונקציה $f(x)$ בשתי נקודות.

ב. עבור כל $x < 0$ מתקיים: $f(x) < f'(x)$.

ג. יתכן שהפונקציה $f(x)$ היא זוגית.

ד. אם למשוואה $f(x) = t$ יש שלושה פתרונות אז למשוואה $f(x) = -t$ יש פתרון אחד.



2. נתון גרף הפונקציה $f(x)$ ששתי האסימפטוטות שלה נחתכות בראשית הצירים. נתונה הפונקציה $g(x) = -f(x)$.

א. הישר העובר דרך נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ ושל הפונקציה $g(x)$ מקביל לציר ה- y .

ב. קיים תחום שבו מתקיים: $0 < g'(x)$ וגם $0 < f'(x)$.

ג. לשתי הפונקציות יש את אותן אסימפטוטות.

ד. אם למשוואה $f(x) = 2k$ יש שני פתרונות אז למשוואה $f(x) = k$ אין פתרון.

3. נתונות הפונקציות: $f(x) = \frac{x \cdot (x-1) \cdot (x-2)^2}{(x-1)^2 \cdot (x-2)}$ ו: $g(x) = \frac{(x+3) \cdot (x+4)}{(x+4) \cdot (x+5)}$.

א. על גרף הפונקציה $f(x)$ יש שתי נקודות אי רציפות סליקות ("חורי").

ב. לגרף הפונקציה $f(x)$ יש שתי אסימפטוטות אנכיות.

ג. בכל אחד מהגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ יש נקודת אי רציפות סליקה אחת.

ד. לגרף הפונקציה $g(x)$ יש שתי אסימפטוטות אנכיות.

4. נתונות הפונקציות $f(x) = \frac{3x(x-1)}{(x-2)(x-3)}$ ו- $g(x) = \frac{(x-2)(x-3)}{x(x-1)}$. אין צורך לגזור את הפונקציות.

א. האסימפטוטות האנכיות של $g(x)$ עוברות דרך נקודות החיתוך של הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .

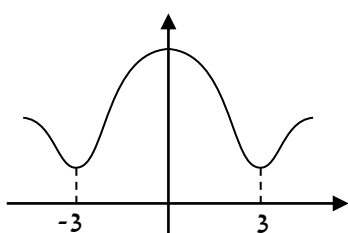
ב. לפונקציה $h(x) = f(x) \cdot g(x)$ יש ארבע אסימפטוטות אנכיות.

ג. האסימפטוטה האופקית של הפונקציה $f(x)$, האסימפטוטות האנכיות של הפונקציה $g(x)$ וציר ה- x יוצרים מלבן ששטחו 3 יח"ר.

ד. האסימפטוטה האופקית של הפונקציה $k(x) = f(x) - g(x)$ עוברת מעל ראשית הצירים.

5. נתון גרף הפונקציה $f(x)$.

הגדירו את הפונקציה: $g(x) = f(x) \cdot f'(x)$ ואת הפונקציה: $h(x) = f(-x)$.



א. הפונקציה $g(x)$ חיובית בתחום: $-3 < x$.

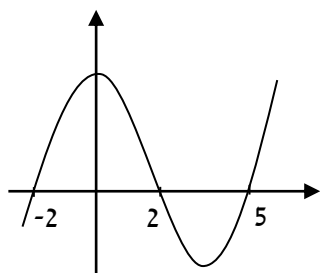
ב. הפונקציה $g(x)$ שלילית בתחום: $0 < x < 3$ או $x < -3$.

ג. הפונקציה $h(x)$ שלילית לכל x .

ד. למשוואה $|g(x)| = 0$ יש שני פתרונות בלבד.

6. נתון גרף הפונקציה $f(x)$.

הגדירו את הפונקציה $g(x) = \frac{1}{f(x)}$ שנקודות הקיצון שלה הן A ו-B.



א. שיפוע הקטע AB הוא חיובי.

ב. הקטע AB מקביל לאחד הצירים.

ג. ציר ה- x הוא אסימפטוטה אופקית של הפונקציה $g(x)$.

ד. קיים רק ערך אחד של k שעבורו יש למשוואה $g(x) = k$ שני פתרונות.

7. נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{\sqrt{16x^2 + 5}}{2x + 6} + a$. האסימפטוטה האנכית של הפונקציה חותכת את האסימפטוטות

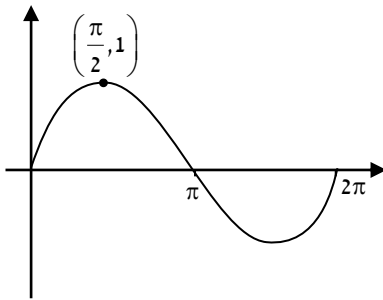
האופקיות שלה בנקודות M ו-N. ראשית הצירים בנקודה O.

א. ככל ש- a גדול יותר הקטע MN ארוך יותר.

ב. ככל ש- a קטן יותר הקטע MN ארוך יותר.

ג. שטח המשולש ΔMNO אינו תלוי ב- a .

ד. קיים רק ערך אחד של a שעבורו המשולש ΔMNO ישר זוויית.



8. נתון גרף הפונקציה $f(x) = \sin x$ בתחום: $0 \leq x \leq 2\pi$.

נתונות הפונקציות: $g(x) = \sin\left(\frac{x}{2}\right)$ ו: $h(x) = \frac{1}{f(x)}$ בתחום: $0 \leq x \leq 2\pi$.

א. נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$ נמצאות על האסימפטוטות של הפונקציה $h(x)$.

ב. בתחום: $\pi \leq x \leq 2\pi$ מתקיים: $f(x) < g(x)$.

ג. בתחום: $0 \leq x \leq \pi$ המכפלה $g'(x) \cdot h'(x)$ חיובית.

ד. בתחום: $\pi \leq x \leq 2\pi$ בהכרח מתקיים: $f(x) \cdot g(x) \leq 0$.

9. לפונקציה $f(x) = \frac{(x-2) \cdot (\sqrt{x}-3)}{\sqrt{x}-1}$ יש רק שתי נקודות קיצון. אין צורך לגזור את הפונקציה.

א. הפונקציה חיובית בתחום: $1 < x < 2$ ו: $x < 9$.

ב. לפונקציה יש שתי נקודות מקסימום.

ג. לפונקציה יש שתי נקודות מינימום.

ד. בתחום: $0 < x < 1$ מתקיים: $0 < f(x) \cdot f'(x)$.

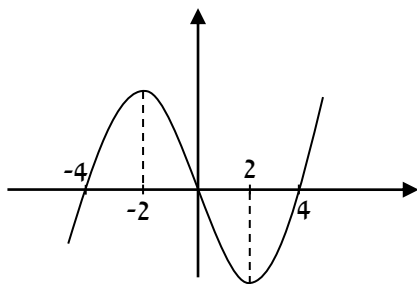
10. נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{\sqrt{-9x^2 + 81}}{x+2}$. לפונקציה $f(x)$ יש:

א. שתי אסימפטוטות אופקיות ואסימפטוטה אנכית אחת.

ב. שתי אסימפטוטות אופקיות בלבד.

ג. אסימפטוטה אופקית ואסימפטוטה אנכית.

ד. אסימפטוטה אנכית בלבד.



11. נתון גרף הפונקציה $f(x)$.

הגדירו את הפונקציה $g(x) = f(x) \cdot f'(x)$.

א. בתחום: $-2 < x < 0$ מתקיים $g(x) < 0$.

ב. למשוואה $g(x) = 0$ יש רק 4 פתרונות.

ג. קיימים ערכי k שעבורם למשוואה $g(x) = k$ יש 5 פתרונות.

ד. יתכן שבתחום הסגור $-2 \leq x \leq 2$ יהיו לפונקציה $g(x)$ ארבע נקודות קיצון.

12. גרף הפונקציה $f(x) = \frac{(x-2)^{n-5}}{(x-1)^{7-n}}$ (n טבעי) חותך את ציר ה- y בנקודה A .

א. עבור כל n , לפונקציה $f(x)$ תהיה אסימפטוטה אופקית.

ב. ככל ש- n גדול יותר, הנקודה A רחוקה יותר מראשית הצירים.

ג. עבור כל n זוגי גרף הפונקציה חותך את ציר ה- y מתחת לראשית הצירים.

ד. עבור כל $x < 0$ גרף הפונקציה עובר ברביע השני בלבד.

תשובות:

(1) ב', ד'. (2) א', ג'. (3) ג'. (4) א', ג', ו-ד'. (5) ב'. (6) ג'. (7) ג'. (8) א', ב', ו-ד'. (9) א' ו-ד'. (10) ד'. (11) א', ג' ו-ד'. (12) ב' ו-ד'.