

**שאלות חשיבה אמריקאיות לסיכום פרק החשבון הדיפרנציאלי בשאלון 582**

תלמידים המעוניינים להצטרף לרשימת התפוצה של ארכימדס ולקבל חינם חומרי לימוד ותרגול יוכלו להיכנס לקישור: <https://bit.ly/2GkDX6s> ולמלא שם את פרטיהם.

לפניך שאלות סיכום אמריקאיות בנושא חקירת פונקציה בשאלון 582. השאלות מתבססות על הבנה של תכונות הפונקציות והגרפים כך שאין צורך לגזור את הפונקציות וכמעט שאין צורך בחישובים כלשהם. בכל שאלה, מופיעות ארבע טענות המתייחסות לנתונים. יתכן שיש יותר מטענה אחת נכונה. בכל שאלה הקף את כל הטענות הנכונות.

$$1. \text{ נתונה הפונקציה: } f(x) = \frac{3 \ln^2 x + e^x}{\ln^2 x + e^{2x}}$$

- א. לפונקציה יש אסימפטוטה אופקית אחת והיא  $y=3$ .
- ב. לפונקציה יש אסימפטוטה אופקית אחת והיא  $y=0$ .
- ג. לפונקציה יש שתי אסימפטוטות אופקיות.
- ד. הפונקציה מוגדרת לכל  $x$  כי המכנה לא יכול להתאפס.

$$2. \text{ נתונה הפונקציה: } f(x) = \frac{e^x + e^2}{e^x - e^2} \text{ שאין לה נקודות קיצון ונקודות פיתול.}$$

- א. הפונקציה  $f(x)$  חותכת את ציר ה- $y$  מתחת לראשית הצירים.
- ב. הפונקציה  $f(x)$  חותכת את ציר ה- $x$  משמאל לראשית הצירים.
- ג. לפונקציה  $f(x)$  יש שתי אסימפטוטות.
- ד. המרובע הכלוא בין האסימפטוטות של הפונקציה לבין ציר ה- $y$  הוא ריבוע.
- ה. עבור כל  $n$  טבעי מתקיים:  $f(-n) < f(n+3)$ .

$$3. \text{ נתונה הפונקציה: } f(x) = \ln(x^2 + a) \text{ (} 0 < a \text{)} \text{ המוגדרת לכל } x.$$

- א. לפונקציה  $f(x)$  אין אסימפטוטות.
- ב. לא יתכן שהפונקציה חותכת את ציר ה- $x$ .
- ג. יתכן שהפונקציה חותכת את ציר ה- $x$  בשתי נקודות.
- ד. בהכרח מתקיים:  $f'(-a) \cdot f'(a) < 0$ .

4. נתונה הפונקציה  $f(x) = e^x + \frac{1}{e^x}$  שיש לה נקודת קיצון יחידה הנמצאת על ציר ה-y.

א. לפונקציה  $f(x)$  יש אסימפטוטה אחת.

ב. גרף הפונקציה  $f(x)$  חותך את ציר ה-x.

ג. עבור כל  $n$  טבעי מתקיים:  $f'(-n) \cdot f'(n) < 0$ .

ד. עבור כל  $n$  טבעי מתקיים:  $0 < f(n) + f(-n)$ .

5. נתונה הפונקציה  $f(x) = \ln(x^2 + 4x + a)$ ,  $(0 < a)$ .

א. הפונקציה  $f(x)$  בהכרח מוגדרת עבור  $0 < x$ .

ב. כיוון ש- $0 < a$  הפונקציה בהכרח מוגדרת לכל  $x$ .

ג. קיימים ערכי  $a$  שעבורם הפונקציה מוגדרת לכל  $x$ .

ד. קיימים ערכי  $a$  שעבורם לפונקציה יהיו שתי אסימפטוטות אנכיות.

6. נתונה הפונקציה  $f(x) = e^x \cdot \ln^2(2-x)$ . לפונקציה יש שתי נקודות קיצון שאחת מהן ברביע השני.

הישר  $y = k$  חותך את גרף הפונקציה  $f(x)$  בנקודה הנמצאת על ציר ה-y.

א. לפונקציה  $f(x)$  יש אסימפטוטה אחת.

ב. לפונקציה  $f(x)$  יש שתי אסימפטוטות.

ג. הפונקציה  $f(x)$  חיובית לכל  $x$  בתחום ההגדרה שלה.

ד. המכפלה של פתרונות המשוואה:  $e^{\frac{x}{2}} \cdot \ln^2\left(2 - \frac{x}{2}\right) = k$  זה בזה היא שלילית.

7. נתון גרף הפונקציה:  $f(x) = x^3 \cdot \ln^2 x$ . שנקודות הקיצון שלה הן A ו-B(1,0).

נתונה הפונקציה  $g(x) = 8x^3 \cdot \ln^2(2x)$  שנקודת המקסימום שלה היא C.

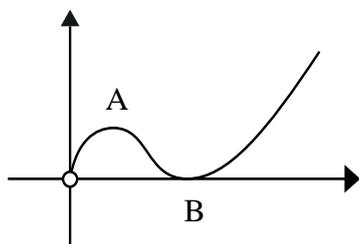
נתונה הפונקציה  $h(x) = (x+2)^3 \cdot \ln^2(x+2)$  שנקודת המקסימום שלה היא D.

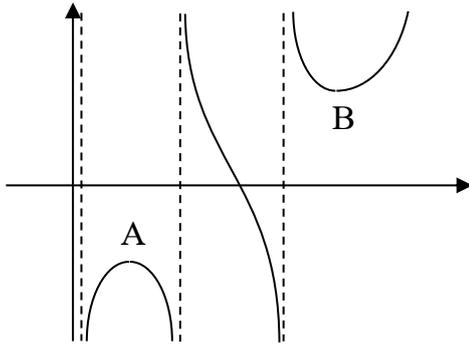
א. שיפוע הקטע AD חיובי.

ב. שיפוע הקטע BD קטן משיפוע הקטע CD.

ג. הנקודה C נמצאת מעל הקטע AD.

ד. הנקודה C נמצאת על הקטע AD.





8. נתון גרף הפונקציה  $f(x) = \frac{\ln^3 x}{\ln^2 x + a}$  שנקודות הקיצון שלה A ו-B.

נתונה הפונקציה:  $g(x) = \ln[f(x)]$ .

נתונה הפונקציה:  $h(x) = \frac{\ln^3(-x)}{\ln^2(-x) + a}$  שנקודות הקיצון שלה C ו-D.

א. יתכן שמתקיים:  $0 < a$ .

ב. לפונקציות  $f(x)$  ו- $g(x)$  יש את אותו תחום ההגדרה.

ג. המרובע שקדקודיו בנקודות A, B, C ו-D הוא טרפז שווה שוקיים.

ד. אם למשוואה  $f(x) = k$  יש שני פתרונות אז גם למשוואה  $h(x) = k$  יש שני פתרונות.

9. לפונקציה:  $f(x) = x^2 \cdot a^x$  ( $1 < a$ ) יש שתי נקודות קיצון. אחת מהן נמצאת משמאל לציר ה-y.

אין צורך לגזור את הפונקציה.

א. לפונקציה  $f(x)$  אין אסימפטוטה.

ב. קיימים ערכי k שעבורם הישר  $y = k$  חותך את גרף הפונקציה  $f(x)$  ב-3 נקודות.

ג. לפונקציה  $g(x) = \frac{1}{x^2 \cdot a^x}$  יש נקודת קיצון יחידה, והיא נקודת מינימום.

ד. לפונקציה  $g(x) = \frac{1}{x^2 \cdot a^x}$  יש נקודת קיצון יחידה, והיא נקודת מקסימום.

ה. למשוואה  $f(x) = \frac{1}{x^2 \cdot a^x}$  יש לפחות פתרון אחד.

10. לפונקציה  $f(x) = \frac{e^{2x} + e^x - 1}{e^{2x} + 1}$  יש נקודת קיצון אחת שהיא נקודת המקסימום  $A(1.44, y_A)$ .

אחד משני פתרונות המשוואה  $f''(x) = 0$  הוא:  $x = 2.15$ . אין צורך לגזור את הפונקציה  $f(x)$ .

א. לפונקציה  $f(x)$  יש שתי אסימפטוטות.

ב. לגרף הנגזרת  $f'(x)$  יש שתי נקודות קיצון.

ג. למשוואה  $f(x) = f'(x)$  יש פתרון אחד.

ד. ניתן לקבוע כי עבור כל  $x_1$  גדול מ-3, ככל ש- $x_1$  גדול יותר, הביטוי:  $f(x_1) - f'(x_1)$  הולך וקטן.

ה. ניתן לקבוע כי עבור כל  $x_1$  גדול מ-2, ככל ש- $x_1$  גדול יותר, הביטוי:  $f(x_1) - f'(x_1)$  הולך וקטן.

### תשובות:

1) ב', 2) א', ד' ו-ה', 3) א', ג', ד', 4) ג' ו-ד', 5) א', ג', ד', 6) ב', 7) ב', ד', 8) ג' ו-ד', 9) ב', ג' ו-ה'.

10) א', ב', ג', ד'.