

פונקציית e^x - חקירה עם טרנספורמציות וקעירות

1. נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{e^x}{2x^2 - 5x + 2}$

א. עבור גרף הפונקציה $f(x)$, מצא את:

1. תחום ההגדרה. 2. שיעורי נקודות הקיצון וסוגה.

3. שיעורי נקודת החיתוך עם הצירים. 4. תחומי העליה והירידה.

5. האסימפטוטות.

ב. שרטט סקיצה של הפונקציה $f(x)$.

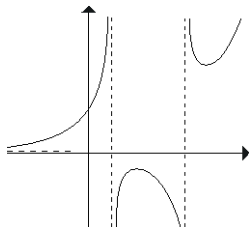
ג. נתונה הפונקציה: $g(x) = f(0.5x)$. עבור כל אחת מהטענות הבאות, קבע אם היא נכונה או שגויה:

i. הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ נחתכים על ציר ה- y .

ii. יתכן שהמרובע שקדקודיו הם נקודת הקיצון של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ הוא מקבילית.

iii. ההפרש $g(x) - f(x)$ הוא חיובי לכל $x < 0$.

פתרון מלא בחינם כולל הדרך בסרטון באדיבות 'מתמטיקורס' בקישור: <https://bit.ly/3oo9fdZ>



תשובות: 1) א. 1) $x \neq 0.5, 2$ 2) $(3.5, 3.68), \min(1, -e)$ 3) $(0, 0.5)$.

4) עולה: $x < 3.5$ או $0.5 < x < 1$; יורדת: $1 < x < 3.5, x \neq 2$.

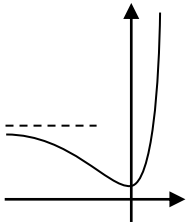
5) $x = 2, x = 0.5, y = 0$. ב. השרטוט משמאל.

ג. i. נכונה. ii. שגויה. iii. נכונה.

2. נתונה הפונקציה $f(x) = 2e^{3x} + 3e^{2x} - 12e^x + d$.

- א. היעזר בפרמטר d , במידת הצורך ומצא עבור הפונקציה $f(x)$ את:
1. תחום ההגדרה.
 2. שיעורי נקודת הקיצון וסוגה.
 3. תחומי העליה והירידה.
 4. האסימפטוטה.
- ב. מצא עבור אילו ערכי d תהיה הפונקציה $f(x)$ חיובית לכל x .
- ג. נתון: $d = 8$. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ד. בעזרת הפונקציה $f(x)$ הגדירו את הפונקציות: $g(x) = 5 \cdot f(x)$ ו- $h(x) = f(5x)$.
- המרחק בין נקודות הקיצון של הפונקציות $g(x)$ ו- $h(x)$ הוא d_1 .
- המרחק בין האסימפטוטות של הפונקציות $g(x)$ ו- $h(x)$ הוא d_2 .
- לפניך שלוש טענות. קבע איזו מהטענות היא הנכונה. נמק את תשובתך.
- i. $d_2 < d_1$ ii. $d_2 = d_1$ iii. $d_1 < d_2$

פתרון מלא בחינם כולל הדרך בסרטון באדיבות 'מתמטיקורס': <https://bit.ly/3oo9fdZ> (לגלול למטה)



- תשובות: 2. א. 1. כל x . 2. $\min(0, d - 7)$. 3. עולה: $0 < x$; יורדת: $x < 0$. 4. $y = d$.
- ב. $d < 7$. ג. השרטוט משמאל. ד. iii.

3. נתונה הפונקציה: $f(x) = (x-2) \cdot (2e^x - x)$.

א. קבע האם לפונקציה $f(x)$ יש אסימפטוטה אופקית. נמק.

ב. נתון שגרף הפונקציה $h(x) = 2e^x$ והישר $y = x$ אינם נחתכים.

מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

ג. הוכח: $f'(x) = 2(x-1) \cdot (e^x - 1)$.

ד. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ ואת סוגן.

ה. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ו. הגדירו את הפונקציה: $g(x) = x \cdot f(x)$.

1. מצא את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה $g(x)$.

2. נתון שלמשוואה $g'(x) = 0$ יש פתרון אחד. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

3. נתון שלמשוואה $g(x) = k$ יש פתרון אחד.

קבע כמה פתרונות יש למשוואה $g(x) = -3k$. נמק את תשובתך.

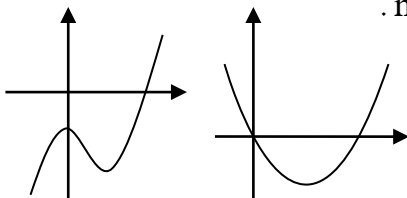
פתרון מלא בחינם כולל הדרך בסרטון באדיבות 'מתמטיקורס': <https://bit.ly/3oo9fdZ> (לגלול למטה)

תשובות: 3) א. אין. ב. $(0, -4)$, $(2, 0)$. ג. $\max(0, -4)$, $\min(1, -4.44)$.

ה. השרטוט השמאלי.

ו. 1) חיובית: $2 < x$ או $x < 0$; שלילית: $0 < x < 2$. 2) השרטוט הימני.

3) שניים.



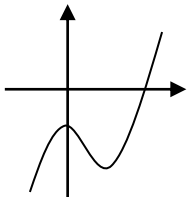
4. נתונה הפונקציה: $f(x) = (2x-2) \cdot e^x - ex^2$.

- א. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה ואת סוגן.
 ב. קבע האם לפונקציה $f(x)$ יש אסימפטוטה אופקית. נמק.
 ג. נתון שמתקיים: $f(1.72) = 0$. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ד. הגדירו את הפונקציה: $g(x) = \frac{x}{f(x)}$.

1. קבע האם לפונקציה $g(x)$ יש אסימפטוטות. אם קיימות, מצא אותן. נמק את תשובתך.
 2. מצא את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה $g(x)$.
 3. לפניך שתי טענות. מבלי לגזור את הפונקציה $g(x)$ קבע איזו מהן היא הנכונה. נמק.
 i. יתכן שלפונקציה $g(x)$ אין נקודות קיצון.
 ii. לפונקציה $g(x)$ יש לפחות נקודת קיצון אחת.

פתרון מלא בחינם כולל הדרך בסרטון באדיבות 'מתמטיקורס': <https://bit.ly/3oo9fdZ> (לגלול למטה)



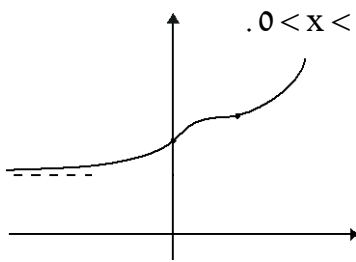
- תשובות: 4) א. $\max(0, -e)$, $\min(1, -e)$. ב. אין. ג. השרטוט משמאל.
 ד. 1) $x=1.72$, $y=0$ 2) חיובית: $1.72 < x$ או $x < 0$, שלילית: $0 < x < 1.72$ 3) ii.

5. נתונה הפונקציה: $f(x) = 4e^{3x} - 9(e+1) \cdot e^{2x} + 36 \cdot e^{1+x} + 4$.

א. עבור גרף הפונקציה $f(x)$ מצא את:

1. שיעורי ה- x של נקודות הפיתול.
 2. תחומי הקעירות \cup והקעירות \cap .
 3. האסימפטוטה.
 4. שיעורי נקודת החיתוך עם ציר ה- y .
- ב. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ וסמן בנקודות עבות את נקודות הפיתול. לאור המספרים הגבוהים, אין צורך לשמור על פרופורציה מבחינת ציר ה- y .
- ג. נתונה הפונקציה: $g(x) = (x-2)^n \cdot f(x)$. n טבעי. מצא את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה $g(x)$. הבחן בין ערכי n שונים.

פתרון מלא בחינם כולל הדרך בסרטון באדיבות 'מתמטיקורס': <https://bit.ly/3oo9fdZ> (לגלול למטה)



תשובות: 5) א. 1) $x=0,1$ 2) קעירות \cup : $1 < x$ או $x < 0$; קעירות \cap : $0 < x < 1$.

3) $y=4$ 4) $(0, 72.39)$ ב. השרטוט משמאל.

ג. עבור n זוגי: חיובית: $x \neq 2$, שלילית: x .

עבור n אי זוגי: חיובית: $2 < x$, שלילית: $x < 2$.

תלמידים, מעוניינים להצטרף לרשימת התפוצה של ארכימדס לתלמידי תיכון (4 ו-5 יח"ל)?
כנסו לקישור: <https://bit.ly/2GkDX6s> ומלאו את הפרטים!

תלמידים המעוניינים לצפות בסרטוני הפתרונות האיכותיים של 'מתמטיקורס' לפרקים אחרים בספר ארכימדס בשאלון 582 יוכלו להיכנס לקישור: <https://matematiccourse.com> ויוכלו לרכוש באותו קישור, מנוי שנתי מוזל לצפייה בפתרונות של כל השאלות של ארכימדס בספר ההכנה בשאלון 582.

קישור לאתר הספר של ארכימדס בשאלון 582: <https://bit.ly/31szyWk>