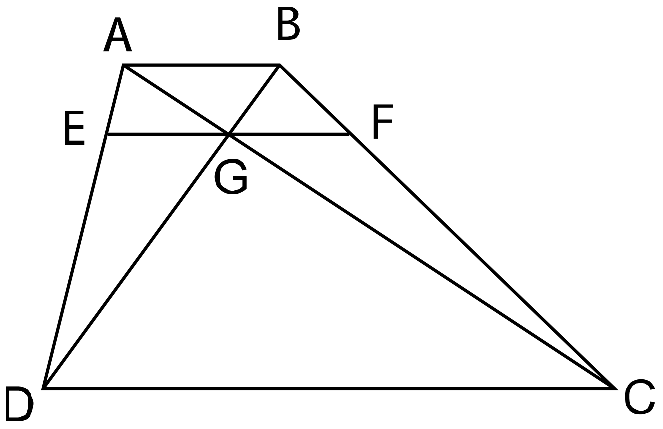
תרגיל מסכם 1 לסיום כיתה י'- גיאומטריה

שטחים, משפט תאלס, משפט חוצה זוית ודמיון משולשים

מורים ותלמידים!
תרגיל זה משלב תרגול במשפטי תאלס וחוצה זוית (הישרים וההפוכים) וחלק ממשפטי הדמיון בתרגיל אחד אינטגרטיבי. בהתאם, התרגיל מרובה סעיפים וארוך מהרגיל, ואינו מיועד להיכלל בבחינה כלשהי, כי אם בעבודה בכיתה או במסגרת שיעורי הבית (ללא שימוש בטריגונומטריה).

במרובע ABCD הנקודות E ו-F נמצאות על הצלעות AD ו-BC בהתאמה. אלכסוני המרובע נחתכים בנקודה G על הישר EF. הישר EF מקביל לצלע AB. נסמן: AB = 5p, BF= 4p, AG = m, CG = 4m.

א. הוכח: הישר BD חוצה את הזוית $\measuredangle ABC$.
ב. נתון: שטח המשולש ΔABG קטן פי ארבעה משטח המשולש ΔADG. הוכח: ABCD טרפז.
ג. נתון: שטח הטרפז CDGF גדול ב-46 סמ"ר משטח המשולש ΔBGF.
חשב את שטח המשולש ΔCBD.
ד. חשב את שטח המשולש ΔCFG.
ה. הוכח: GF=EG.
ו. חשב את שטח הטרפז ABCD.
ז. (*) נתון: גובה הטרפז קצר ב-3 ס"מ מ-EF.
מצא את ערכו של הפרמטר p.



תשובות ונימוקים מקוצרים:

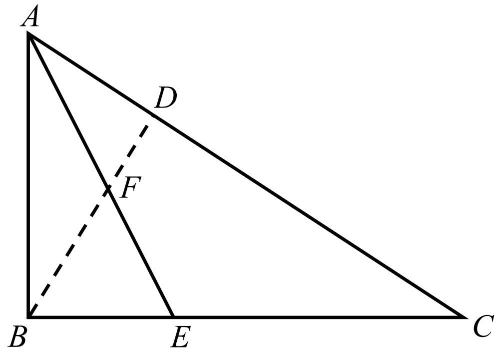
א. נימוק: באמצעות הרחבה א' של משפט תאלס במשולש ΔABC ניתן למצוא ש: BC =20p.
באמצעות משפט חוצה זוית הפוך במשולש ΔABC מתקבל ש-BG חוצה את הזוית $\measuredangle ABC$.
ב. נימוק: מהנתון נובע שהיחס בין אורכי הקטעים BG ו-DG הוא 1:4. ממשפט תאלס במשולש ΔBCD נובע שהצלע CD מקבילה ל-GF. נתון ש: EF מקביל ל-AB ולסיכום מדובר בטרפז.
ג. השטח: 50 סמ"ר. נימוק: באמצעות יחס השטחים בין המשולשים הדומים: ΔBGF ו: ΔBDC.
ד. השטח: 8 סמ"ר. נימוק: היחס 1:4 בין בסיסי המשולשים: ΔBGF ו: ΔCGF.
ה. נימוק: בעזרת הרחבה א' של משפט תאלס במשולשים: ΔACD ו: ΔCBD.
ו. השטח: 62.5 סמ"ר. נימוק: באמצעות יחסי הבסיסים בין המשולשים המרכיבים את הטרפז.
ז. p=1. נימוק: בעזרת סעיף ו', ניתן לבטא את גובה הטרפז באמצעות p ולהשתמש בנתון.

תרגיל מסכם 2 לסיום כיתה י׳- גיאומטריה

שטחים, משפט תאלס, משפט חוצה זוית ודמיון בדגש על משפטים הפוכים

מורים ותלמידים!
תרגיל זה משלב את משפטי תאלס וחוצה זוית (הישרים וההפוכים) וחלק ממשפטי הדמיון בתרגיל אחד אינטגרטיבי. בהתאם, תרגיל זה מרובה סעיפים - חלקם סעיפי חשיבה וחלקם סעיפים שמטרתם להזכיר לתלמידים משפטים שבשגרה פחות נתקלים בהם לרבות משפטים הפוכים. לכן, התרגיל ארוך מהרגיל ואינו מיועד להיכלל בבחינה כלשהי, כי אם בעבודת כיתה או עבודת בית (ללא שימוש בטריגונומטריה).

הנקודה E נמצאת על הצלע BC במשולש ΔABC. נסמן: AC = 10k, BE = 3k, CE = 5k, AB = 6k.



א. הוכח: $AB \perp BC$.

ב. נתון: מבין כל הנקודות הנמצאות על היתר AC, הנקודה D היא הנקודה הקרובה ביותר לקודקוד B. הישרים BD ו-AE נחתכים בנקודה F. הוכח: $\Delta ADF \sim \Delta ABE$.

ג. הבע באמצעות k את אורכי הקטעים:
1. BD (חשב את שטח המשולש ΔABC בשתי דרכים).
2. AD.

ד. נתון: שטח המשולש ΔABE גדול ב-576 סמ״ר משטח המשולש ΔADF. מצא את ערכו של הפרמטר k.

ה. מבלי לחשב אורכים נוספים, חשב את היחס: $\frac{AF}{EF}$.

ו. (*) האם נקודת מפגש התיכונים במשולש ΔABC עשויה להיות על אחד הישרים AE או BD. נמק.

ז. (*) האם ניתן לקבוע איזו מהזויות $\measuredangle EAC$ או $\measuredangle ECA$ גדולה יותר? נמק ובמידה וניתן לקבוע - קבע.

תשובות ונימוקים מקוצרים:

א. נימוק: משפט פיתגורס הפוך.

ב. נימוק: מהנתונים במשולש ΔABC עולה כי לפי משפט חוצה זוית הפוך, הישר AE הוא חוצה זוית ולכן: $\measuredangle BAE = \measuredangle CAE$. מהנתון נובע ש-BD גובה ל-AC ובהתאם מתקבל הדמיון לפי משפט ז.ז.

ג. 1. מחישוב השטח באמצעות מחצית **מכפלת הניצבים** ובאמצעות מחצית **מכפלת הגובה BD בניצב**, מתקבלת התשובה: BD = 4.8k.
2. בעזרת משפט פיתגורס במשולש ΔABD מתקבלת התשובה: AE = 3.6k.

ד. באמצעות יחס השטחים בין המשולשים הדומים הנתונים בסעיף מתקבל ששטח המשולש ΔABE הוא 900 סמ״ר ובהתאם התשובה: k = 10.

ה. מיחס הדמיון שהוכחנו בסעיף ב׳ מתקבל שיחס היתרים: הוא $\frac{AF}{AE} = \frac{3}{5}$ ולכן: $\frac{AF}{EF} = \frac{3}{2}$.

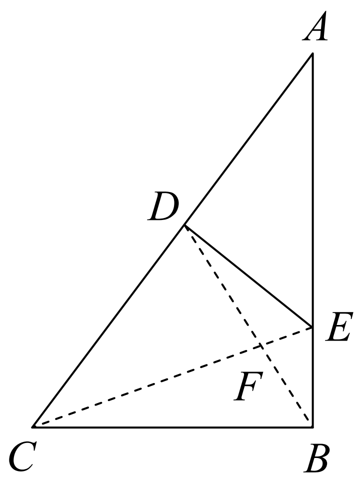
ו. **לא.** מהחישובים ומהנתונים לגבי מיקומי הנקודות E ו-D על הצלעות, ניכר כי התיכונים מהקודקודים A ו-B בהכרח יעברו מימין לישרים הנתונים בסעיף.

ז. **כן.** באמצעות משפט פיתגורס במשולש ΔABE ניתן לחשב את אורך היתר: 67.08 ס״מ = AE. כלומר, במשולש ΔACE הצלע AE ארוכה מהצלע CE ולכן הזוית $\measuredangle ECA$ שמול AE גדולה יותר.

תרגיל מסכם 3 לסיום כיתה י' - גיאומטריה (כולל מעגל)

מורים ותלמידים יקרים!

מטרת תרגיל זה היא חזרה על משפטים חשובים בגיאומטריה ופיתוח החשיבה הגיאומטרית.



היקף המשולש ΔABC ישר הזווית הוא 96 ס"מ.

נתון: $AC =$ 40 ס"מ , $BC < AB$.

א. חשב את אורכי הניצבים AB ו-BC.

ב. נתון: $BE =$ 7 ס"מ , $AD =$ 20 ס"מ. הוכח:

1. $\Delta ADE \sim \Delta ABC$.
2. הנקודות BCDE נמצאות על אותו מעגל.
3. $\sphericalangle DCE = \sphericalangle DBE$.
4. $\Delta DEF \sim \Delta CBF$.

ג. קבע האם ניתן לחסום מעגל במרובע BCDE.

ד. חשב את המרחק בין הנקודה D לבין הקטע CE.

ה. סמן ב-P את אמצע הקטע CE. חשב את המרחק בין הנקודה P לבין:

1. הנקודה B. 2. הניצב BC.

ו. נסמן את שטח המשולש ΔDEF כ- $25k$. הבע באמצעות k את שטח המשולש ΔBCF .

ז. קבע האם יתכן שהקטע CE הוא חוצה הזווית $\sphericalangle ACB$ במשולש ΔABC .

ח. (*) הקטע BG הוא חוצה הזווית $\sphericalangle ABC$ במשולש ΔABC . קבע האם הנקודה G נמצאת על הקטע AD או על הקטע CD.

ט. (*) חשב את סכום השטחים הכלואים בין המרובע BCDE לבין המעגל החוסם אותו.

תשובות:

א. $AB =$ 32 ס"מ , $BC =$ 24 ס"מ. **ג.** לא. **ד.** 12 ס"מ. **ה. 1)** 12.5 ס"מ. **2)** 3.5 ס"מ.

ו. $64k$. **ז.** לא. **ח.** על הקטע CD. **ט.** 256.87 סמ"ר.

תרגיל מסכם 4 לסיום כיתה י'- חקירת פולינום - סעיפי חשיבה מיוחדים

שימו לב!
מטרתו של עמוד זה היא תרגול יסודי בסוגים שונים של סעיפי חשיבה המתלווים לחקירת הפונקציה. לאחר חקירת הפונקציה בסעיפים א'-ה' הסטנדרטיים, תופיע סדרה ארוכה של סעיפי חשיבה המתייחסים לחקירה שבוצעה. **מרבית הסעיפים נפתרים תוך שימוש והבנה של גרף הפונקציה $f(x)$ שכבר שרטטנו, ואינם דורשים חישובים מורכבים ויוצאי דופן כפי שנראה במבט ראשון.**

סעיפי החקירה הבסיסית:

א) חקור את הפונקציה: $f(x)=x^4-8x^2-9$ לפי הסעיפים הבאים:
1. תחום הגדרה.
2. נקודות החיתוך עם הצירים.
3. נקודות הקיצון וסוגן.

ב) שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

סעיפי חקירה מתקדמים המתייחסים לחקירה שכבר בוצעה:

ג) מצא עבור אילו ערכי x:
1. מתקיים עבור גרף הפונקציה: $f(x)>0$.
2. מתקיים עבור הנגזרת: $f'(x)<0$.

ד) מבלי לפתור ישירות את המשוואה, מצא כמה פתרונות יש למשוואה $f(x)=100$.

ה) מצא עבור אילו ערכי m, לישר $y=m$ יהיו ארבע נקודות חיתוך עם גרף הפונקציה $f(x)$.

ו) מצא עבור אילו ערכי k, למשוואה $f(x)=k$ יהיו שלושה פתרונות.

ז) מצא עבור אילו ערכי p, הישר $y=p$ משיק לגרף הפונקציה $f(x)$.

ח) מצא עבור אילו ערכי n, הישר $x=n$ חותך את גרף הפונקציה בנקודה הנמצאת על אחד הצירים.

סעיפי חקירה מתקדמים המתייחסים להגדרת פונקציה חדשה:

ט) מגדירים פונקציה חדשה: $g(x)=-f(x)$.
1. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.
2. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של גרף הפונקציה $g(x)$.
3. מצא עבור אילו ערכי k, הישר $y=k$ אינו חותך את גרף הפונקציה $g(x)$.

י) מגדירים פונקציה חדשה: $h(x)=2\cdot f(x)$.
1. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $h(x)$.
2. מצא את משוואת הישר המשיק לגרף הפונקציה $h(x)$ בשתי נקודות שונות.
3. חשב את שטח המשולש שקודקודיו הם נקודות הקיצון של גרף הפונקציה $h(x)$.

יא) מגדירים פונקציה חדשה: $p(x)=f(x)+9$.
1. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $p(x)$.
2. מצא כמה פתרונות יש למשוואה $p(x)=0$.

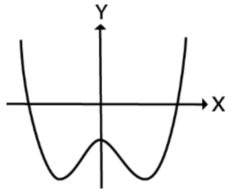
יב) מגדירים פונקציה חדשה: $n(x)=\left|f(x)\right|$.
1. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $n(x)$.
2. מצא כמה נקודות קיצון יש לגרף הפונקציה $n(x)$.

חקירת פונקציית פולינום - סעיפי חשיבה מיוחדים (פתרונות)

פתרונות:

א. 1) כל x. 2) $(0,-9)$, $(3,0)$, $(-3,0)$. 3) $\min(2,-25)$, $\max(0,-9)$, $\min(-2,-25)$.

ב. השרטוט:



ג. 1) $3<x$ או $x<-3$. 2) $0<x<2$ או $x<-2$.

ד. שניים.

ה. $-25<m<-9$.

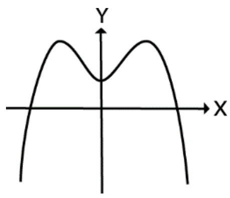
ו. $k=-9$.

ז. $p=-9,-25$.

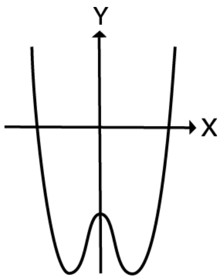
ח. $n=-3,0,3$.

סעיפי חקירה מתקדמים המתייחסים להגדרת פונקציה חדשה:

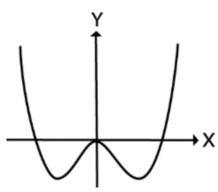
ט. 1) השרטוט: 2) $\max(2,25)$, $\min(0,9)$, $\max(-2,25)$
3) $k>25$.



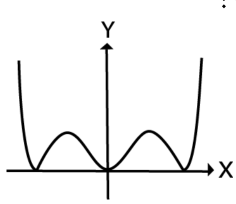
י. 1) השרטוט: 2) $y=-50$. 3) 64 יח״ר.



יא. 1) השרטוט: 2) שלושה.



יב. 1) השרטוט: 2) חמש.



תרגיל מסכם 5 לסיום כיתה י' - חקירת פונקציה מורכבת - סעיפי חשיבה מיוחדים

שימו לב!
מטרתו של עמוד זה היא תרגול יסודי בסוגים שונים של סעיפי חשיבה המתלווים לחקירת הפונקציה. לאחר חקירת הפונקציה בסעיפים א'-ה' הסטנדרטיים, תופיע סדרה ארוכה של סעיפי חשיבה המתייחסים לחקירה שבוצעה. **מרבית הסעיפים נפתרים תוך שימוש והבנה של גרף הפונקציה $f(x)$ שכבר שרטטנו, ואינם דורשים חישובים מורכבים ויוצאי דופן כפי שנראה במבט ראשון**.

סעיפי החקירה הבסיסית:

א) חקור את הפונקציה: $f(x)=\left(x^3-6x^2+9x\right)^3$ לפי הסעיפים הבאים:
1. תחום הגדרה.
2. נקודות החיתוך עם הצירים.
3. נקודות הקיצון וסוגן.

ב) שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

סעיפי חקירה מתקדמים המתייחסים לחקירה שכבר בוצעה:

ג) מצא עבור אילו ערכי x:
1. מתקיים עבור גרף הפונקציה: $f(x)>0$.
2. מתקיים עבור הנגזרת: $f'(x)<0$.

ד) מבלי לפתור ישירות את המשוואה, מצא כמה פתרונות יש למשוואה $f(x)=60$.

ה) מצא עבור אילו ערכי m יהיו לישר $y=m$ שתי נקודות חיתוך עם גרף הפונקציה $f(x)$.

ו) מצא עבור אילו ערכי k יהיו למשוואה $f(x)=k$ יהיו שלושה פתרונות.

ז) מצא עבור אילו ערכי p ישיק הישר $y=p$ לגרף הפונקציה $f(x)$.

ח) מצא עבור אילו ערכי n חותך הישר $x=n$ את גרף הפונקציה בנקודה הנמצאת על אחד הצירים.

סעיפי חקירה מתקדמים המתייחסים להגדרת פונקציה חדשה:

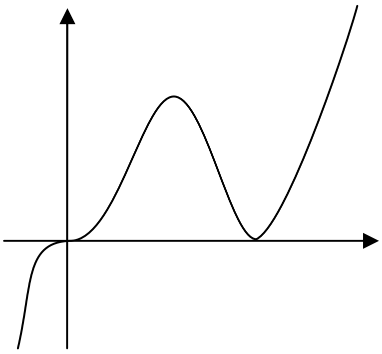
ט) מגדירים פונקציה חדשה: $g(x)=-f(x)$.
1. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.
2. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של גרף הפונקציה $g(x)$.
3. מצא עבור אילו ערכי k, הישר $y=k$ אינו חותך את גרף הפונקציה $g(x)$.

י) מגדירים פונקציה חדשה: $h(x)=\frac{1}{4}\cdot f(x)$.
1. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $h(x)$.
2. מצא את משוואת הישר העובר דרך נקודות הקיצון של גרף הפונקציה $h(x)$.

יא) מגדירים פונקציה חדשה: $p(x)=f(x)-30$.
1. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $p(x)$.
2. מצא כמה פתרונות יש למשוואה: $p(x)=0$.

יב) מגדירים פונקציה חדשה: $n(x)=\left|f(x)\right|$.
1. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $n(x)$.
2. מצא כמה נקודות קיצון יש לגרף הפונקציה $n(x)$.

<u>חקירת פונקציה מורכבת - סעיפי חשיבה מיוחדים (פתרונות)</u>



א. 1) כל x. 2) $(0,0)$, $(3,0)$. 3) $Max(1,64)$, $Min\ (3,0)$.

ב. השרטוט משמאל.

ג. 1) $3<x$ או $0<x<3$. 2) $1<x<3$.

ד. שלושה.

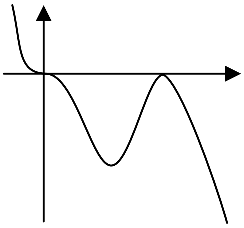
ה. $m=0,64$.

ו. $0<k<64$.

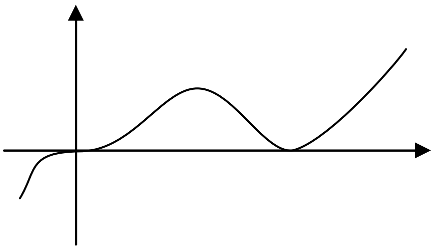
ז. $p=0,64$.

ח. $n=0,3$.

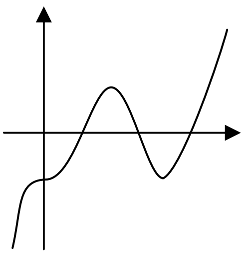
סעיפי חקירה מתקדמים המתייחסים להגדרת פונקציה חדשה:



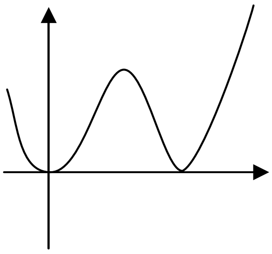
ט. 1) השרטוט משמאל.
2) $Min\ (1,-64)$, $Max(3,0)$.
3) אף k.



י. 1) השרטוט משמאל.
2) $y=-8x+24$.



יא. 1) השרטוט משמאל.
2) שלושה.



יב. 1) השרטוט משמאל:
2) שלוש.

תרגיל מסכם 6 לסיום כיתה י'- חקירת פונקציה רציונאלית - סעיפי חשיבה מיוחדים

מורים ותלמידים יקרים!
מטרת תרגיל זה היא תרגול יסודי של סעיפי חשיבה מסוגים שונים המתלווים לחקירת פונקציה. התרגיל אינו מדמה תרגיל מבחן, אך הוא הזדמנות להעמיק, לחשוב ולהרחיב את יכולת הניתוח הגרפי של התלמיד. לאחר ביצוע חקירה סטנדרטית בסעיפים א'-ב', מופיעה סדרת סעיפי חשיבה המתייחסים לחקירה שבוצעה. **מרבית הסעיפים נפתרים תוך שימוש והבנת גרף הפונקציה $f(x)$ שכבר שורטט ואינם דורשים חישובים מורכבים ויוצאי דופן.**
מומלץ להקצות לפתרון של תרגיל זה שני שיעורים רצופים!

1. שתיים מהאסימפטוטות של הפונקציה: $f(x)=a+\dfrac{2x^2-x-62}{b-x^2}$ נחתכות בנקודה $(6,0)$.

א. מצא את ערכם של הפרמטרים a ו-b.

ב. עבור גרף הפונקציה $f(x)$ מצא את:
(הדרכה: סדר את הפונקציה באמצעות מכנה משותף לפני הסעיפים הבאים).
1. תחום ההגדרה של הפונקציה.
2. נקודות החיתוך עם הצירים.
3. נקודות הקיצון של הפונקציה ואת סוגן.
4. תחומי העליה והירידה.
5. האסימפטוטות המקבילות לצירים.

ג. שרטט את גרף הפונקציה $f(x)$.

ד. שרטט את גרף הנגזרת $f'(x)$.

ה. מצא באילו תחומים מתקיים: $f(x)\cdot f'(x)<0$.

ו. מצא עבור אילו ערכי k, הישר $y=k$ חותך את גרף הפונקציה $f(x)$ בשתי נקודות.

ז. מבלי לפתור ישירות את המשוואה, מצא כמה פתרונות יש:
1. למשוואה: $f(x)=-2$. 2. למשוואה: $f^2(x)=1$.

ח. מצא עבור אילו ערכי p, למשוואה: $f(x)=p$ יש פתרון אחד.

ט. מגדירים פונקציה חדשה: $j(x)=8\cdot f(x)$. מצא את משוואת הישר העובר דרך נקודת המינימום של גרף הפונקציה $j(x)$ ודרך נקודת החיתוך של הגרף עם ציר ה-x.

י. מגדירים פונקציה חדשה: $g(x)=|f(x)|$.
1. מבלי לבצע חקירה, שרטט את גרף הפונקציה $g(x)$.
2. מצא את נקודות הקיצון של גרף הפונקציה ואת סוגן.
3. מצא בכמה נקודות הנגזרת $g'(x)$ מתאפסת.

יא. מגדירים פונקציה: $p(x)=f(x)+n$. מצא עבור אילו ערכי n, גרף $p(x)$ משיק לציר ה-x.

יב. מגדירים פונקציה חדשה: $h(x)=-f(x)$.
1. מבלי לבצע חקירה נוספת, שרטט את גרף הפונקציה $h(x)$.
2. חשב את שטח המלבן הכלוא בין הישר המשיק לגרף הפונקציה $h(x)$ בנקודת המקסימום שלה, לבין שלוש האסימפטוטות של גרף הפונקציה.

יג. מצא עבור אילו ערכי m, הישר $x=m$ אינו חותך את גרף הפונקציה המקורית $f(x)$.

הפתרונות לכל הסעיפים בעמוד הבא

פתרונות:

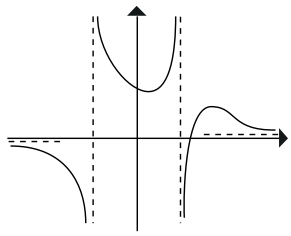
א) $a=2$, $b=36$.

ב) **1.** $x \neq \pm 6$. **2.** $(10,0)$, $(0,0.27)$. **3.** $\max(18, 0.027)$, $\min(2, 0.25)$.

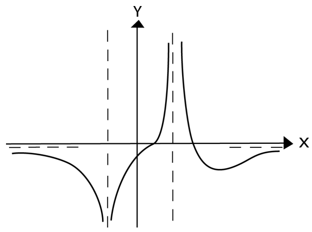
4. עולה : $6<x<18$ או $2<x<6$; יורדת: $18<x$ או $-6<x<2$ או $x<-6$.

5. $y=0$, $x=6$, $x=-6$.

ג)



ד)



ה) $18<x$ או $6<x<10$ או $-6<x<2$.

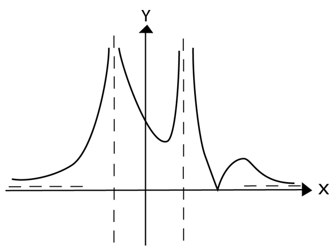
ו) $0.25<k$ או $0<k<0.027$ או $k<0$.

ז) **1.** שניים. **2.** ארבעה.

ח) $p=0, 0.027, 0.25$.

ט) $y=-0.25x+2.5$.

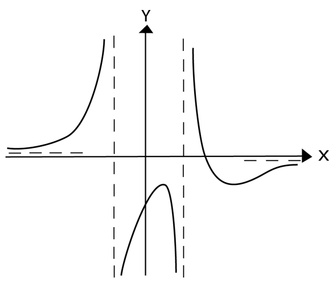
י) **1.**



2. $Max(18,0.02)$, $Min(10,0)$, $Min(2,0.25)$. **3.** שתיים.

יא) $n=-0.027, -0.25$.

יב) **1.**



2. 3 יח״ר.

יג) $m=-6, 6$.

תרגיל מסכם 7 לסיום כיתה י'- תרגילים הפוכים בפונקציית מנה

מטרתם של תרגילים הפוכים היא להעמיק את יכולת החשיבה בנושאים מסוימים, כאשר הם "מחליפים מקומות" עם הכותב ונדרשים לעבודה של "מאחורי הקלעים".
כמובן שתרגילים מסוג זה **אינם מדמים תרגילי מבחן** אלא נדבך נוסף בתרגול לקראת הבחינות.
התשובות המוצעות הם תשובות אפשריות מתוך אינספור תשובות שניתן להציע.

הרכיבו פונקציית מנה שיש לה:

אסימפטוטות אנכיות:

1. אסימפטוטה אחת בלבד והיא אנכית.
2. אסימפטוטה אחת בלבד והיא $x=7$.
3. שתי אסימפטוטות בלבד ושתיהן אנכיות.
4. שתי אסימפטוטות בלבד ושתיהן אנכיות הנמצאות מצדדים שונים של ציר ה-y.

אסימפטוטות אופקיות:

5. אסימפטוטה אחת בלבד והיא אופקית.
6. אסימפטוטה אחת בלבד והיא $y=3$.
7. אסימפטוטה אחת בלבד והיא אופקית החותכת את ציר ה-y מעל ראשית הצירים.
8. אסימפטוטה אחת בלבד והיא $y=m$.

אסימפטוטות אופקיות ואנכיות:

9. אסימפטוטה אופקית ואסימפטוטה אנכית.
10. אסימפטוטה אופקית ואסימפטוטה אנכית, כאשר האסימפטוטות הן שני הצירים.
11. אסימפטוטה אופקית ואסימפטוטה אנכית הנחתכות זו עם זו בנקודה $(4,-6)$.
12. אסימפטוטה אופקית ואסימפטוטה אנכית הנחתכות זו עם זו ברביע הראשון.
13. אסימפטוטה אופקית ואסימפטוטה אנכית הנחתכות זו עם זו ברביע השלישי.

נקודות חיתוך עם הצירים:

14. נקודת חיתוך אחת עם ציר ה-x ונקודת חיתוך אחת עם ציר ה-y.
15. נקודת חיתוך אחת עם ציר ה-x אך אין נקודת חיתוך עם ציר ה-y.
16. נקודת חיתוך אחת עם ציר ה-y אך אין נקודת חיתוך עם ציר ה-x.
17. נקודת חיתוך אחת עם שני הצירים בראשית.
18. שתי נקודות חיתוך עם ציר ה-x שהמרחק ביניהן הוא 9 יח' אורך.

(תשובות אפשריות בעמוד הבא)

תשובות אפשריות:

אסימפטוטות אנכיות:

1. $f(x)=\frac{x^2}{x-3}$.
2. $f(x)=\frac{x^5}{x-7}$
3. $f(x)=\frac{x^3+2}{(x-1)(x-2)}$
4. $f(x)=\frac{x^4}{(x+4)(x-2)}$

אסימפטוטות אופקיות:

5. $f(x)=\frac{x^2}{x^2+3}$.
6. $f(x)=\frac{3x^4}{x^4+3}$.
7. $f(x)=\frac{8x^2}{x^2+11}$.
8. $f(x)=\frac{mx^8}{x^8+100}$.

אסימפטוטות אופקיות ואנכיות:

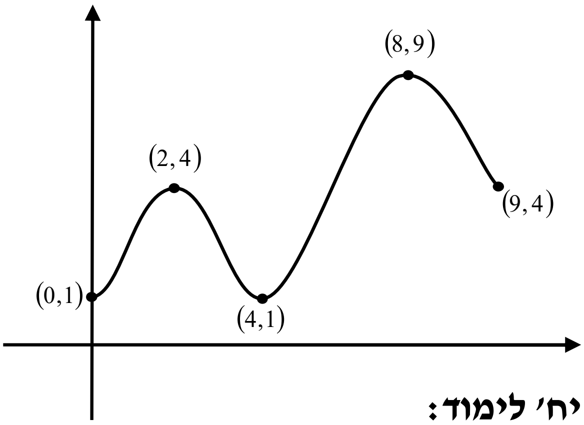
9. $f(x)=\frac{4x}{x+3}$.
10. $f(x)=\frac{2}{x}$.
11. $f(x)=\frac{-6x+5}{x-4}$.
12. $f(x)=\frac{x}{x-2}$.
13. $f(x)=\frac{-2x+4}{x+5}$.

נקודות חיתוך עם הצירים:

14. $f(x)=\frac{x-4}{x-1}$.
15. $f(x)=\frac{x+6}{x}$.
16. $f(x)=\frac{x^2+1}{x+1}$.
17. $f(x)=\frac{x}{x+1}$.
18. $f(x)=\frac{(x-1)(x-10)}{x^2}$.

תרגיל מסכם 8 לסיום כיתה י'- חקירת גרף פונקציה ללא פונקציה נתונה (1)

מורים ותלמידים!
מטרת תרגיל זה היא תרגול מעמיק של סעיפי חשיבה שונים המתלווים לחקירת פונקציה. התרגיל אינו מדמה תרגיל מבחן, אך הוא הזדמנות "לצלול" למעמקי סעיפי החשיבה ולהרחיב את יכולת הניתוח הגרפי של התלמיד.
התרגיל אינו כולל את החקירה הסטנדרטית עצמה, כי אם מספק לתלמיד גרף מוכן, שעליו יבוצעו שינויים וטרנספורמציות שונות. זאת, כדי לשפר את יכולתם של התלמידים להתמודד עם מורכבות גרפית לקראת הבחינות.
כל הסעיפים נפתרים תוך שימוש והבנה של גרף הפונקציה $f(x)$ הנתון, ואינם דורשים חישובים מורכבים.
מומלץ להקצות לפתרון של תרגיל זה שני שיעורים רצופים!



נתון גרף הפונקציה $f(x)$ בתחום $0 \le x \le 9$.
בסעיפים הבאים יש לשרטט את הסקיצות המבוקשות רק בתחום $0 \le x \le 9$, אלא אם מצוין אחרת.
ככל שניתן, ציינו ליד נקודות קיצון ונקודות החיתוך עם הצירים, את השיעורים של אותן נקודות (בדומה לאופן שבו שיעורי הנקודות מופיעים בגרף הנתון).

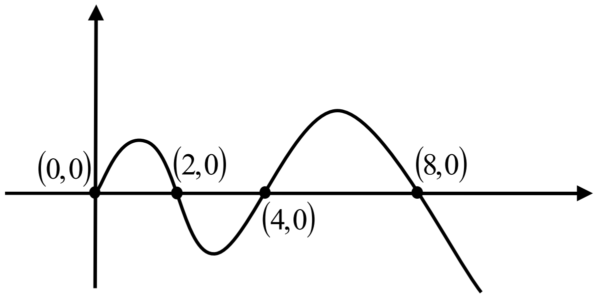
השאלות הבאות מיועדות לתלמידים בהקבצות 4 ו-5 יח' לימוד:

1. מצא עבור אילו ערכי n, הישר $y = n$ אינו חותך את גרף הפונקציה $f(x)$.
2. מצא כמה פתרונות יש למשוואה: $f(x) = 6$.
3. שרטט סקיצה של גרף הנגזרת $f'(x)$ בהינתן שהוא עובר בראשית הצירים. הקפד על רישום שיעורי הנקודות.
4. מגדירים פונקציה חדשה: $h(x) = f(x) + 6$.
   א. שרטט את גרף הפונקציה $h(x)$. הקפד על רישום שיעורי הנקודות.
   ב. מצא עבור אילו ערכי k, הישר $y = k$ חותך את גרף הפונקציה $h(x)$ בשלוש נקודות בלבד.
5. מגדירים פונקציה חדשה: $g(x) = f(x) - 1$.
   א. שרטט את גרף הפונקציה $g(x)$. הקפד על רישום שיעורי הנקודות.
   ב. מצא עבור אילו ערכי p, למשוואה $g(x) = p$ יש רק שני פתרונות.
6. מגדירים פונקציה חדשה: $k(x) = 2 \cdot f(x)$. שרטט את גרף הפונקציה $k(x)$.
7. מגדירים פונקציה חדשה: $d(x) = -f(x)$.
   א. שרטט את גרף הפונקציה $d(x)$. הקפד על רישום שיעורי הנקודות.
   ב. מצא באילו תחומים בגרף זה, הנגזרת $d'(x)$ והפונקציה $d(x)$ שתיהן שליליות.
   ג. דרך נקודות המינימום והמקסימום המוחלטים של גרף $d(x)$ מעבירים ישרים המאונכים לציר ה-y. מצא את המרחק בין הישרים האלו.
8. מגדירים פונקציה חדשה: $z(x) = \sqrt{f(x)}$.
   א. שרטט את גרף הפונקציה $z(x)$. הקפד על רישום שיעורי הנקודות.
   ב. חשב את שטח המשולש, שקודקודיו הם שלוש נקודות הקיצון המוחלט של גרף הפונקציה $z(x)$.
9. נתון שהפונקציה $f(x)$ היא זוגית. שרטט את גרף $f(x)$ בתחום $-9 \le x \le 9$.

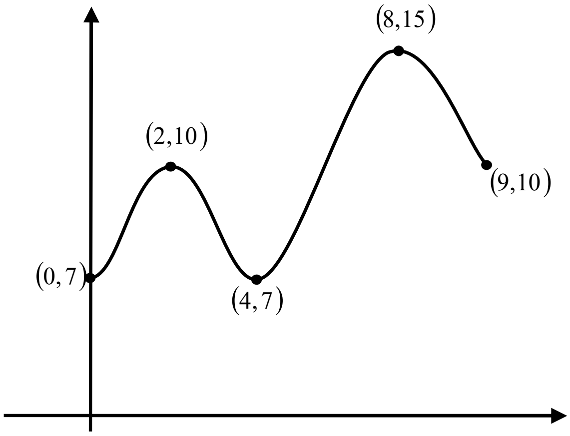
פתרונות:

1. $9<n$ או $n<1$.
2. שני פתרונות.

3. גרף הנגזרת $f'(x)$:

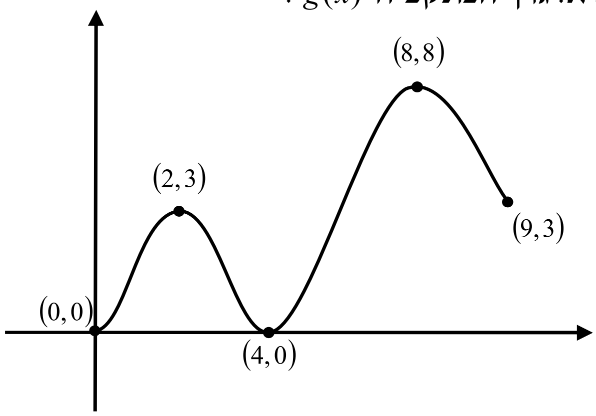


4. א. גרף הפונקציה $h(x)$:



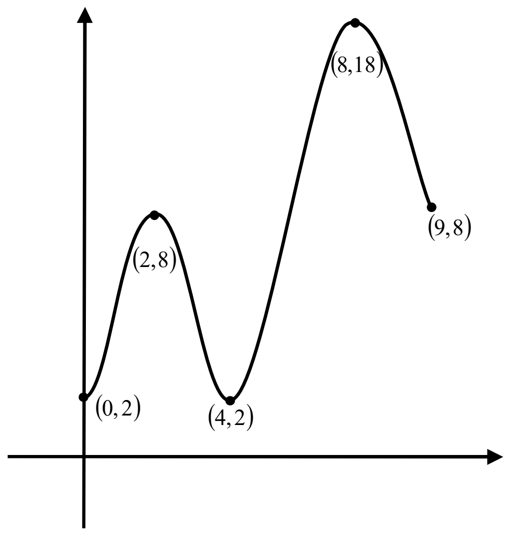
ב. $7<k\le 10$.

5. א. גרף הפונקציה $g(x)$:

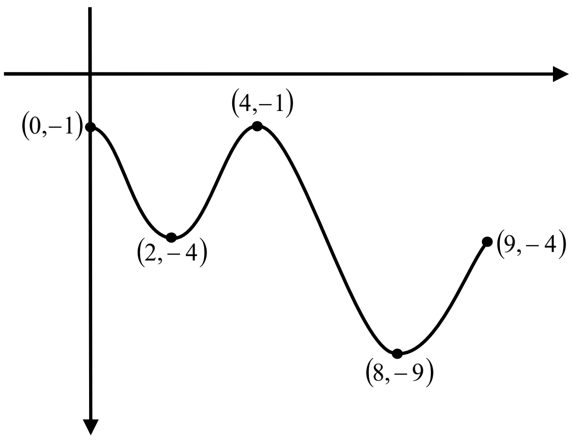


ב. $3<p<8$ או $p=0$.

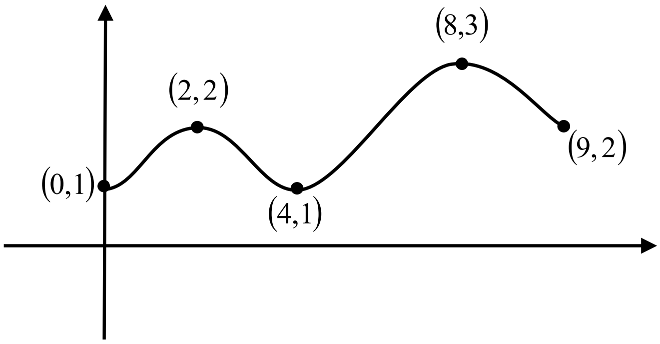
6. גרף הפונקציה $k(x)$:



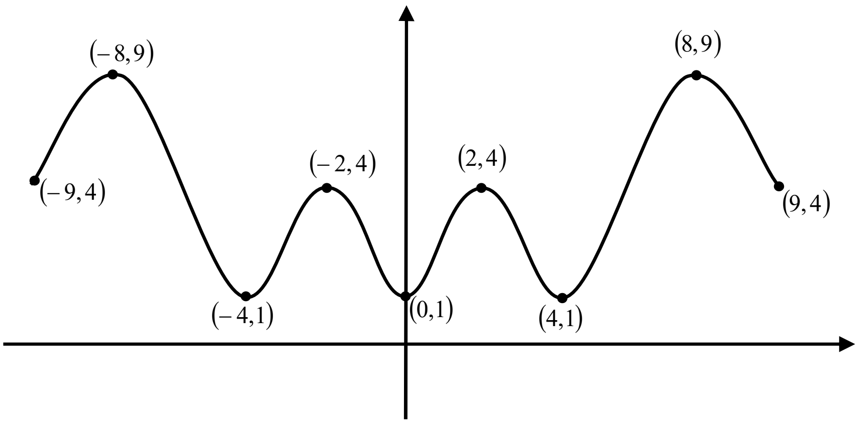
7. א. גרף הפונקציה $d(x)$ למטה.
ב. $0<x<2$ או $4<x<8$.
ג. 8 יח' אורך.



8. א. גרף הפונקציה $z(x)$ משמאל.
ב. 4 יח"ר.



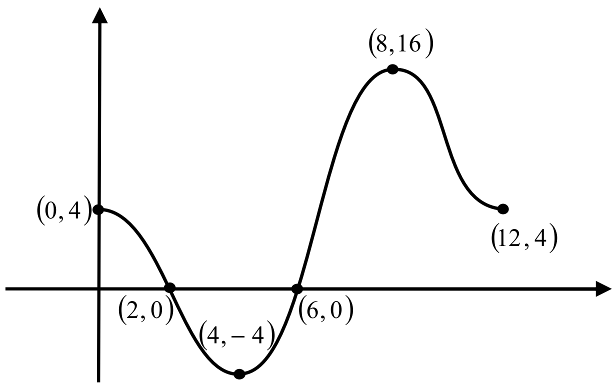
9. א. גרף הפונקציה $f(x)$:



תרגיל מסכם 9 לסיום כיתה י'- חקירת גרף פונקציה ללא פונקציה נתונה (2)

מורים ותלמידים!
מטרת תרגיל זה היא תרגול מעמיק של סעיפי חשיבה שונים המתלווים לחקירת פונקציה. התרגיל אינו מדמה תרגיל מבחן, אך הוא הזדמנות "לצלול" למעמקי סעיפי החשיבה ולהרחיב את יכולת הניתוח הגרפי של התלמיד.
התרגיל אינו כולל את החקירה הסטנדרטית עצמה, כי אם מספק לתלמיד גרף מוכן, שעליו יבוצעו שינויים וטרנספורמציות שונות. זאת, כדי לשפר את יכולתם של התלמידים להתמודד עם מורכבות גרפית לקראת הבחינות.
כל הסעיפים נפתרים תוך שימוש והבנה של גרף הפונקציה $f(x)$ הנתון ואינם דורשים חישובים מורכבים.
מומלץ להקצות לפתרון של תרגיל זה שני שיעורים רצופים!

נתון גרף הפונקציה $f(x)$ בתחום $0 \le x \le 12$.
בסעיפים הבאים יש לשרטט את הסקיצות המבוקשות רק בתחום $0 \le x \le 12$, אלא אם מצוין אחרת.
ככל שניתן, ציינו ליד נקודות קיצון ונקודות החיתוך עם הצירים, את השיעורים של אותן נקודות (בדומה לאופן שבו שיעורי הנקודות מופיעים בגרף הנתון).



1. מצא עבור אילו ערכי n, הישר $y = n$ חותך את גרף הפונקציה $f(x)$ בשתי נקודות בלבד.
2. שרטט סקיצה של גרף הנגזרת $f'(x)$. הנח כי הנגזרת מתאפסת בקצות התחום.

3. מגדירים פונקציה חדשה: $h(x) = f(x) + 4$.
   א. שרטט את גרף הפונקציה $h(x)$. הקפד על רישום שיעורי הנקודות.
   ב. מצא עבור אילו ערכי k, למשוואה $h(x) = k$ יש שלושה פתרונות.

4. מגדירים פונקציה חדשה: $g(x) = f(x) - 4$.
   א. שרטט את גרף הפונקציה $g(x)$. הקפד על רישום שיעורי הנקודות.
   ב. מצא עבור אילו ערכי x מתקיים: $g(x) < 0$ וגם $g'(x) < 0$.

5. מגדירים פונקציה חדשה: $k(x) = \frac{1}{4} \cdot f(x)$.
   א. שרטט את גרף הפונקציה $k(x)$. הקפד על רישום שיעורי הנקודות.
   ב. דרך כל אחת משתי נקודות הקיצון המוחלטות של גרף הפונקציה $k(x)$ העבירו ישרים המקבילים לצירים. חשב את שטח המלבן שכלוא בין ארבעת הישרים.

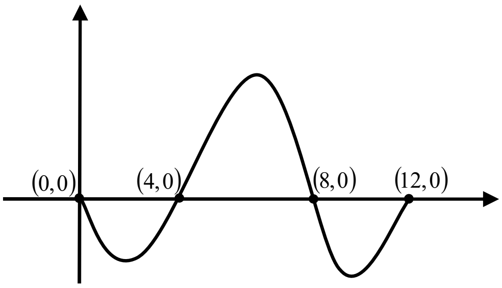
6. מגדירים פונקציה חדשה: $d(x) = -f(x)$.
   א. שרטט את גרף הפונקציה $d(x)$. הקפד על רישום שיעורי הנקודות.
   ב. מצא באילו תחומים בגרף זה, הנגזרת $d'(x)$ והפונקציה $d(x)$ הן בעלות סימן שונה.

(בעמוד הבא מופיעים סעיפים המיועדים לתלמידים בהקבצת 5 יח' לימוד בלבד)

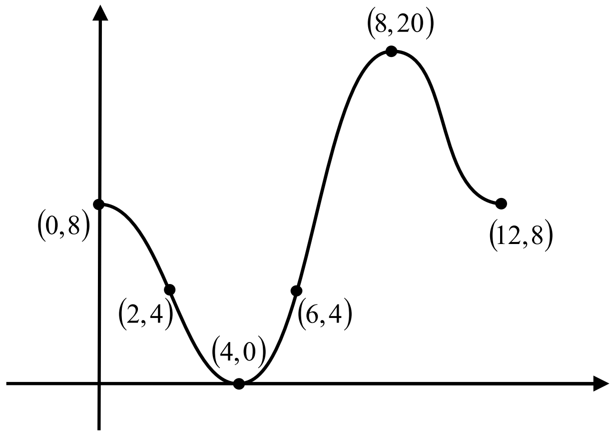
פתרונות:

1. $4 < n < 16$ או $-4 < n < 4$.

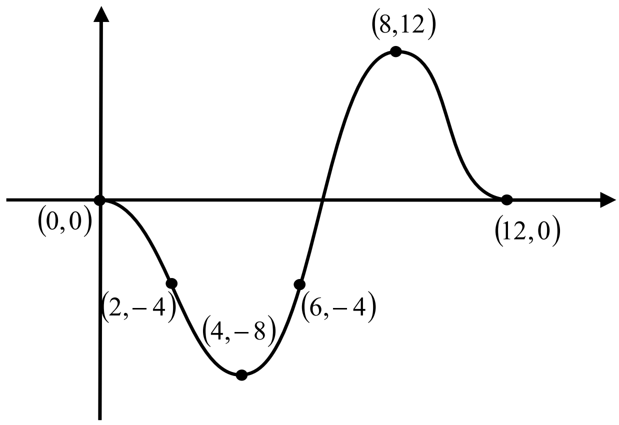
2. גרף הנגזרת $f'(x)$:



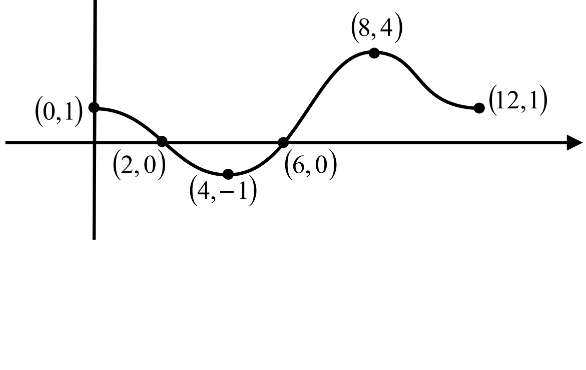
3. א. גרף הפונקציה $h(x)$: ב. $k = 8$.



4. א. גרף הפונקציה $g(x)$: ב. $0 < x < 4$.



5. א. גרף הפונקציה $k(x)$: ב. 20 יח״ר.



6. א. גרף הפונקציה $d(x)$ למטה.
ב. $0 < x < 2$ או $4 < x < 6$ או $8 < x < 12$.
ג. 8 יח' אורך.