

מורים יקרים

לפניכם בחינת מתכונת ארכימדס למועד קיץ 2022 שאלון 581 לשימוש כבחינה בלבד על ידי מורים. אנא הקפידו שלא להעביר את הבחינה בתפוצה שכוללת תלמידים ולא לפתור אותה איתם.

בדומה לספרי ההכנה של ארכימדס לבגרות, המתכונת מכוונת ל"יותר חשיבה ופחות חישובים" ומנסה להתחקות ככל הניתן אחרי סגנון בחינות הבגרות האחרונות. ספרי ההכנה של ארכימדס כוללים עשרות בחינות מתכונת - חלקן עם פתרון מלא כולל הדרך - ומהווים כלי מצויין להכנה לבחינת הבגרות.

לקראת מועדי הבגרות, ניתן להפנות את התלמידים:

- לרכישת עותק דיגיטלי מוזל של ספרי ההכנה לבגרות של ארכימדס באתר Classoos בקישור: <https://my.classoos.com/il/search/store> (הזמנה מתאפשרת רק ממחשב, לא מסלולארי)
- הזמנה מרוכזת לבית הספר (או לבית המורה) ניתן לבצע בטלפון: 052-2285566 או לפנות במייל: archimedes100@gmail.com.
- ניתן להזמין ספר הביתה עם שליח באתר ארכימדס בקישור: <https://bit.ly/378S8s6>.
- לקטלוג ארכימדס, לרשימת השמות והמהדורות המדויקות של ספרינו: <https://bit.ly/3j1mtJO>.

בהצלחה!



שאלון 581 - מתכונת למועד קיץ 2022

לפניך שאלון הכולל 8 שאלות.

עליך לענות על 5 שאלות מתוכן, ללא הגבלה בין הפרקים. ערך כל שאלה 20 נק'.

פרק ראשון - אלגברה והסתברות

1. נמר וזברה יצאו בו זמנית מעץ התפוח באותו כיוון והקיפו אגם מעגלי. הנמר סיים הקפה שלמה והמשיך להקפה נוספת. לאחר שהתרחק 20 מטרים מנקודת המוצא, בשעה 12:00, פגש לראשונה בזברה, שטרם סיימה את ההקפה הראשונה. באותו רגע הזברה הסתובבה וחזרה באותה מהירות לעץ התפוח. הזברה פגשה בנמר שנית במרחק 4 מטרים מנקודת המוצא, לאחר שהוא סיים שתי הקפות והמשיך להקפה שלישית. רק לאחר פגישה זו, הזברה הגיעה לעץ התפוח.

א. חשבו את היחס בין המהירויות של הנמר והזברה.

ב. חשבו את היקף האגם.

ג. כאשר הנמר פגש בזברה לראשונה בשעה 12:00, חרק יצא מעץ התפוח והתעופף במסלול המעגלי עד שהגיע לאפה של הזברה. באותו רגע, הסתובב והתעופף בכיוון ההפוך במסלול המעגלי עד שהגיע לאפו של הנמר. באותו רגע הסתובב לכיוון הזברה וכך הלאה. מהירות המעוף של החרק גדולה פי 2 ממהירות הנמר. חשבו את המרחק הכולל שעבר החרק עד פגישתם השניה של הנמר והזברה.

2. נתונות שתי סדרות הנדסיות אינסופיות שאיבריהן חיוביים:

הסדרה a_n שמנתה q_A והסדרה b_n שמנתה q_B . בעזרתן יוצרים שתי סדרות חדשות:

הסדרה I שאיבריה: $a_1 \cdot b_1, a_2 \cdot b_2, \dots, a_n \cdot b_n, \dots$

והסדרה II שאיבריה: $\frac{a_1}{b_1}, \frac{a_2}{b_2}, \dots, \frac{a_n}{b_n}, \dots$

א. הראו שהסדרות I ו-II הן הנדסיות והביעו באמצעות q_A ו- q_B את המנה של כל סדרה.

ב. עבור כל טענה קבעו האם היא נכונה או שגויה. הסבירו את תשובתכם:

1. אם הסדרה a_n היא עולה והסדרה b_n היא יורדת אז הסדרה II בהכרח עולה.

2. אם שתי הסדרות a_n ו- b_n הן יורדות, אז יתכן שהסדרה II עולה.

ג. נתון שהסדרה a_n היא עולה. נתון שהאיבר הראשון בסדרה II, האיבר הראשון בסדרה a_n והאיבר

השני בסדרה I הם בהתאמה שלושת האיברים הראשונים בסדרה ההנדסית האינסופית c_n .

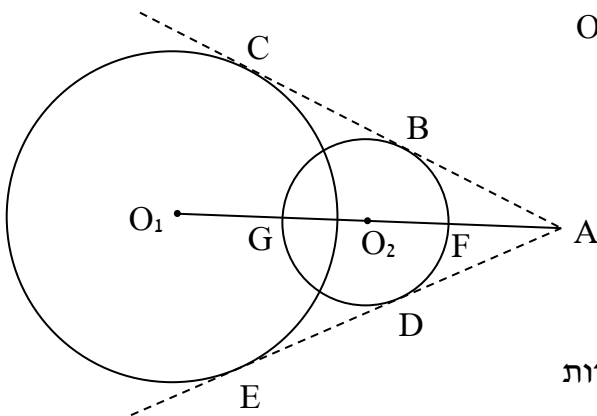
1. קבעו האם הסדרה b_n היא עולה או יורדת. הסבירו את תשובתכם.

2. נתון: $b_1 < q_B$. סכום האיברים הנמצאים במקומות האי-זוגיים בסדרה c_n גדול פי $\frac{5}{3}$

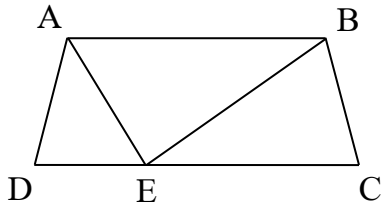
מהאיבר השני בסדרה I. מצאו את b_1 (שתי תשובות).

3. חברת תיירות מארגנת בשנה טיולים משפחתיים רבים - לאמריקה, לאסיה ולאירופה.
- ב-60% מהטיולים, ההגעה ליעד היא באמצעות שיט. באחרים, ההגעה ליעד היא בטיסה. היעד של 60% מהטיולים הוא אסיה או אמריקה. רק ב-10% מהטיולים מגיעים בטיסה לאירופה.
- א. קבעו האם האירועים "לטייל באירופה" ו-"להגיע ליעד בטיסה" תלויים זה בזה. נמקו תשובתכם.
- ב. מספר הטיולים בשנה גדול מאוד. בוחרים באקראי ארבעה טיולים. ההסתברות שבארבעתם הגיעו בשיט לאמריקה גדולה פי 16 מההסתברות שבארבעתם הגיעו בשיט לאסיה. רבע מהטיולים שבהם מגיעים ליעד בטיסה, הם לאסיה. חשבו את ההסתברות לבחור מכלל הטיולים טיול לאמריקה.
- ג. רק המשפחות שהשתתפו בטיולים לאסיה ולאירופה בלבד, משתתפות בהגרלה של מתנה.
1. חשבו את ההסתברות שתזכה בהגרלה משפחה שהגיעה ליעד שלה בטיסה.
2. בוחרים באקראי 5 משפחות מבין אלו שהשתתפו בהגרלה. ידוע שלפחות אחת מהמשפחות הגיעה ליעדה בשיט. חשבו את ההסתברות שכולן הגיעו ליעדן בשיט.

פרק שני - גיאומטריה וטריגונומטריה במישור



4. לפניכם צורה המורכבת משני מעגלים שמרכזיהם O_1 ו- O_2 . ויש להם שטח משותף (ללא קשר למשיקים המקווקווים). השטח הכולל של הצורה הוא 76π סמ"ר. השטח המשותף הוא 4π סמ"ר. רדיוס המעגל שמרכזו O_1 ארוך פי 2 מרדיוס המעגל שמרכזו O_2 .
- א. חשבו את אורך הרדיוס של כל מעגל.
- ב. מהנקודה A יוצאים ישרים המשיקים למעגלים בנקודות B, C, D, E בהתאם לשרטוט. הוכיחו: $AB = BC$.
- ג. הוכיחו שהמרובע ACO_1E הוא בר חסימה במעגל והסבירו היכן נמצא מרכז המעגל החוסם אותו.
- ד. המעגל שמרכזו O_2 חותך את הקטע AO_1 בנקודות F ו-G כמתואר בשרטוט. נסמן: $GO_1 = m$. הביעו באמצעות m את שטח המשולש ΔABO_2 .



5. בטרפז שווה השוקיים ABCD הנקודה E נמצאת על הבסיס CD.

נתון: $CD = 2AD$. נסמן: $AD = 3b$, $\angle BAD = \alpha$.

שטח המשולש $\triangle BCE$ גדול פי 2 משטח המשולש $\triangle ADE$.

א. הביעו באמצעות b ו- α את אורכי הקטעים AE ו-BE.

ב. נתון: $AE \perp BE$. נתון: $AB = 1.25CE$. מצאו את α .

ג. היקף המעגל החוסם את הטרפז ABCD הוא 25 ס"מ. מצאו את b .

פרק שלישי - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, פונקציות שורש, פונקציות רציונליות ופונקציות טריגונומטריות

6. נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{17-x}{4} - \frac{64}{x^2 + 2mx + 3m}$ ($0 < m$) שיש לה אסימפטוטה אנכית אחת.

א. מצאו את m ואת תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. נתון שגרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה- x בנקודות $A(1,0)$, $B(x_B,0)$ ו- $C(x_C,0)$ ($x_C < x_B$).

הראו שהנקודות B ו-C מקיימות: $16 < x_B < 17$ ו: $-7 < x_C < -6$.

ג. עבור הפונקציה $f(x)$ מצאו את:

1. שיעורי נקודת החיתוך D עם ציר ה- y .

2. שיעורי נקודות הקיצון, אם יש כאלה, ואת סוגן.

ד. שרטטו סקיזה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. נתונה הפונקציה: $g(x) = n + |f(x)|$. n טבעי. גרף הפונקציה $g(x)$ חותך את ציר ה- y בנקודה E.

הישר $x = 10$ חותך את הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ בנקודות F ו-G בהתאמה.

שרטטו את הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ בתחום $0 \leq x \leq 10$ על אותה מערכת צירים.

ו. אורך הגרף של הפונקציה $f(x)$ בין הנקודות D ו-F הוא l_1 .

אורך הגרף של הפונקציה $g(x)$ בין הנקודות E ו-G הוא l_2 . קבעו מהי הטענה הנכונה ונמקו:

i. $l_1 < l_2$ ii. $l_1 = l_2$ iii. $l_1 > l_2$

ז. הביעו באמצעות n את ערך האינטגרל: $\int_0^{10} g(x) dx$.

7. נתונה הפונקציה: $f(x) = \sqrt{\frac{2m+x}{4m^2-x^2}}$, $(0 < m)$.

א. היעזרו ב- m , במידת הצורך, עבור הפונקציה $f(x)$ מצאו את:

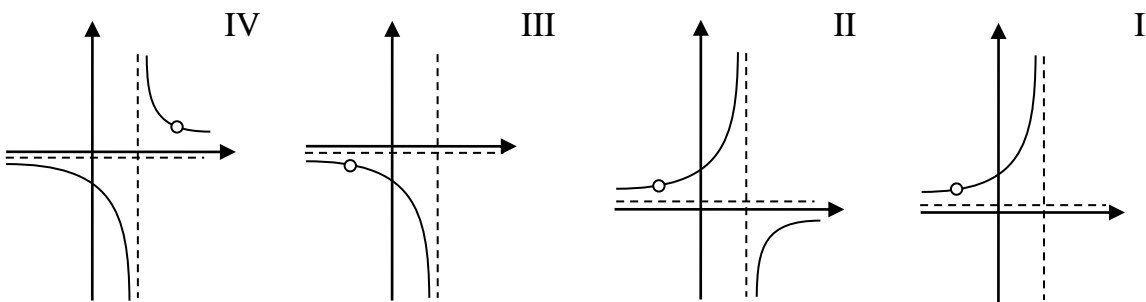
1. תחום ההגדרה.

2. האסימפטוטות המקבילות לצירים.

3. תחומי העליה והירידה, אם יש כאלה.

ב. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. נתונה הפונקציה: $g(x) = [f(x)]^4$. קבעו איזה מהגרפים I-IV הוא גרף הפונקציה $g(x)$:



ד. הביעו באמצעות m , במידת הצורך, את:

1. השטח הכלוא בין גרף הפונקציה $g(x)$ לבין הישר $x = m$ והצירים.

2. משוואת ישר בעל שיפוע שלילי, העובר בראשית הצירים ואינו חותך את גרף הפונקציה $g(x)$.

8. לפניכם גרפים חלקיים של הפונקציות $f(x) = (x+4)^3$ ו- $g(x) = (12-2x)^3$.

א. קבעו איזה מהגרפים I או II - הוא גרף הפונקציה $f(x)$.

הסבירו את תשובתכם.

ב. הנקודות A ו-B נמצאות בהתאמה על הגרפים I ו-II.

הקטע AB מקביל לציר ה-x וחותך את החלק החיובי של ציר ה-y.

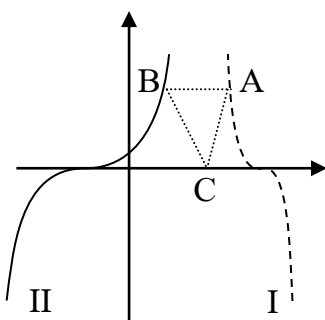
נסמן באמצעות $2t$ את שיעור ה-x של הנקודה B.

הראו שאורך הקטע AB הוא: $4 - 3t$.

ג. נתונה הנקודה $C(1,0)$. מצאו את t שבעבורו שטח המשולש ΔABC הוא מקסימלי.

ד. קבעו כיצד, אם בכלל, היתה תשובתכם לסעיף ג' משתנה אילו שיעורי הנקודה C היו $C(6,0)$.

הסבירו את תשובתכם.



בהצלחה!

תשובות:

1) א. מהירות הנמר גדולה פי 9 ממהירות הזברה. ב. 160 מ'. ג. 288 מ'.

2) א. מנת הסדרה I היא $q_A \cdot q_B$ ומנת הסדרה II היא $\frac{q_A}{q_B}$. ב. 1) נכונה. 2) נכונה.

ג. 1) הסדרה b_n יורדת. 2) $b_1 = \frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}$

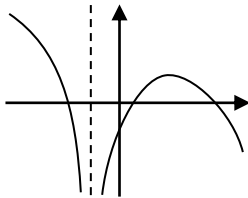
3) א. האירועים תלויים. ב. 0.4. ג. $\frac{1}{3}$. 2) $\frac{16}{121} = 0.132$

4) א. אורך רדיוס המעגל שמרכזו O_1 הוא 8 ס"מ. אורך רדיוס המעגל שמרכזו O_2 הוא 4 ס"מ.

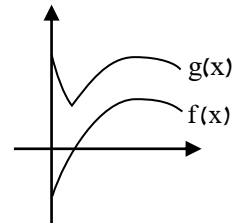
ג. בנקודה O_2 . ד. $2\sqrt{m^2 + 8m}$

5) א. $AE = b \cdot \sqrt{13 + 12 \cos \alpha}$, $BE = b \cdot \sqrt{25 + 24 \cos \alpha}$. ב. $\alpha = 111.17^\circ$. ג. $b = 1.11$

6) א. $m = 3$; תחום ההגדרה: $x \neq 3$. ג. 1) $D(0, -2.86)$. 2) $\max(5, 2)$. ד.

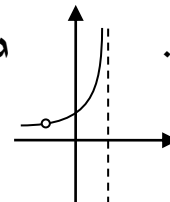


ה. ii) 1. $16.006 + 10n$



7) א. 1) $-2m < x < 2m$ או $x < -2m$. 2) $x = 2m, y = 0$. 3) עולה: $-2m < x < 2m$ או $x < -2m$

ג. I. ד. 1) $\frac{1}{2m}$. 2) $y = -\frac{x}{32m^3}$



ב. יורדת: אף x .

8) א. גרף II. ג. $t = 0.5$

ד. התשובה לא היתה משתנה כי גובה המשולש היורד מהקדקוד C לצלע AB או להמשכה אינו משתנה.

לקראת מועדי הבגרות, ניתן להפנות את התלמידים:

- לרכישת עותק דיגיטלי מוזל של ספרי ההכנה לבגרות של ארכימדס באתר Classoos בקישור:

<https://my.classoos.com/il/search/store> / ארכימדס (הזמנה מתאפשרת רק ממחשב, לא

מסלולארי)

- הזמנה מרוכזת לבית הספר (או לבית המורה) ניתן לבצע בטלפון: 052-2285566 או לפנות במייל:

archimedes100@gmail.com

- ניתן להזמין ספר הביתה עם שליח באתר ארכימדס בקישור: <https://bit.ly/378S8s6>

- לקטלוג ארכימדס, לרשימת השמות והמהדורות המדויקות של ספרינו: <https://bit.ly/3j1mtJO>