

תרגיל חקירת \ln הכולל הרבה סעיפי חשיבה - שאלון 807

מורים ותלמידים יקרים!

מטרתו של תרגיל זה היא תרגול יסודי של סעיפי חשיבה מסוגים המתלווים לחקירת הפונקציה. התרגיל כמובן אינו מדמה תרגיל בגרות כי אם הזדמנות "לצלול" למעמקי סעיפי החשיבה כדי להרחיב את יכולת הניתוח הגרפית של התלמידים.

לאחר ביצוע חקירה סטנדרטית בסעיפים א'-ב', מופיעה סדרה ארוכה של סעיפי חשיבה המתייחסים לחקירה שבוצעה. **מרבית הסעיפים נפתרים תוך שימוש והבנה של גרף הפונקציה $f(x)$ שכבר שרטטנו, ואינם דורשים חישובים מורכבים ויוצאי דופן כפי שנראה במבט ראשון.** מומלץ להקצות לפתרון של תרגיל זה שני שיעורים רצופים!

1. נתונה הפונקציה: $f(x) = \ln x + \frac{1}{\ln x}$.

א. עבור גרף הפונקציה $f(x)$ מצא את:

1. תחום ההגדרה.
2. נקודות הקיצון ואת סוגן (במידה וקיימות כאלה).
3. נקודות החיתוך עם הצירים (במידה וקיימות כאלה).
4. תחומי העליה והירידה.
5. האסימפטוטות המקבילות לצירים.

ב. שרטט את גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. שרטט את גרף הנגזרת $f'(x)$.

ד. מצא באילו תחומים מתקיים: $f(x) \cdot f'(x) > 0$

ה. מבלי לפתור ישירות את המשוואה, מצא כמה פתרונות יש:

1. למשוואה: $f(x) = 6$.
 2. למשוואה: $f(x) + \frac{4}{f(x)} = 4$.

ו. מגדירים פונקציה חדשה: $z(x) = f(-x)$. מבלי לבצע חקירה, שרטט את גרף הפונקציה $z(x)$.

ז. מגדירים פונקציה חדשה: $j(x) = 5 \cdot f(x)$. חשב את המרחק בין שתי נקודות הקיצון של גרף $j(x)$.

ח. מגדירים פונקציה חדשה: $g(x) = |f(x)|$.

1. מבלי לבצע חקירה, שרטט את גרף הפונקציה $g(x)$.

2. מצא את משוואת הישר העובר דרך נקודות הקיצון של גרף הפונקציה $g(x)$.

3. מצא כמה פתרונות יש למשוואה: $g(x) = 3$.

4. מצא עבור אילו ערכי k , הישר $x = k$ אינו חותך את גרף הפונקציה כלל.

ט. מגדירים פונקציה חדשה: $p(x) = f(x) + m$.

מצא עבור אילו ערכי m , גרף הפונקציה $p(x)$ ישיק לציר ה- x .

י. מגדירים פונקציה חדשה: $h(x) = \frac{1}{f(x)}$.

מצא את נקודות הקיצון של גרף $h(x)$, ואת סוג הקיצון.

יא. מגדירים פונקציה חדשה $k(x) = \sqrt{f(x)}$.

מצא את נקודות הקיצון של גרף הפונקציה $k(x)$, במידה וקיימות כאלו.

יב. מגדירים פונקציה חדשה $n(x) = f^2(x)$.

מצא עבור אילו ערכי k , למשוואה $n(x) = k^2$ יש ארבעה פתרונות.

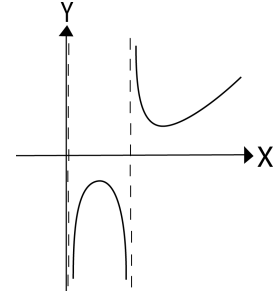
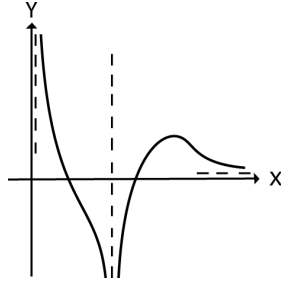
הפתרונות לכל הסעיפים בעמוד הבא

פתרונות:

א) 1. $0 < x \neq 1$. 2. $\min(e, 2), \max\left(\frac{1}{e}, -2\right)$. 3. אין.

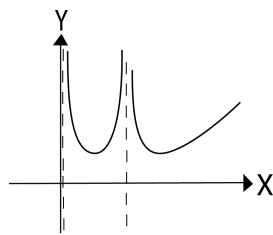
4. עולה: $e < x$ או $0 < x < \frac{1}{e}$. יורדת: $1 < x < e$ או $\frac{1}{e} < x < 1$. 5. $x = 0, x = 1$.

ג) יש לשים לב לביטוי האלגברי של הנגזרת ולאסימפטוטה האופקית



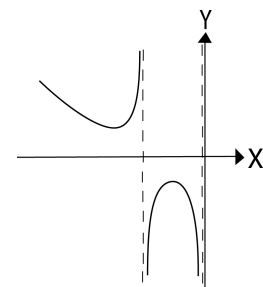
ב)

ד) $e < x$ או $\frac{1}{e} < x < 1$.
ה) 1. שניים . 2. אחד.



ה) 1.

ז) 20.138 יח' אורך.



ו)

ח) 2. $y = 2$. 3. ארבעה . 4. $k = 1$ או $k \leq 0$.
ט) $m = \pm 2$.

י) $\min\left(\frac{1}{e}, -0.5\right), \max(e, 0.5)$.

יא) $\min(e, \sqrt{2})$.

יב) $2 < k$ או $k < -2$.