



ארכימדים  
מרכז המידע והתמיכה

אסף רז

**בכיוון הנכון עם ארכימדים**  
לשאלון 472

כתה י"ב - 4 יחידות לימוד - חלק א'



הוצאת ארכימדים

שאלון 472

גדילה ודעיכה





**ארכימדס**  
פתרונות למידה

אסף לוי  $a^1 = a$

**בכיוון הנכון עם ארכימדס**  
לשאלון 472  
כיתה י"ב - 4 יחידות לימוד - חלק א'

שאלה גדיאה ודעיכה  
הפונקציה האנליטית  
הפונקציה האנליטית  
חוקי אוקלידס

$\log_a a = 1$   $\log_a(x) = \log_a y - \log_a \frac{y}{x}$

מהדורה 2025



משרד החינוך  
11/06/2025

**הוצאת ארכימדס**

**שאלון 472**

**גדילה ודעיכה**





## שאלות גדילה ודעיכה

במצגת זו נעסוק ב**שאלות מציאותיות** מתחומים שונים העוסקות בתהליכי גדילה מעריכית ודעיכה מעריכית. בחלק מהשאלות בפרק זה אשר עוסקות בטבע, בגיאוגרפיה ובתחומי מדע שונים, מופיעים **נתוני אמת** המייצגים תופעות ותהליכים בתחומים אלו.





**ארכימדס**  
אתגרי חשיבה  
אפי' חי' 6 ד"ר

**בכיוון הנכון עם ארכימדס**  
לשאלון 472

כיתה י"ב - 4 יחידות לימוד - חלק ב'

קטגוריות  
חשיבה  
מיון  
תלמיד



1. מחקר שבוצע באפריקה בתחילת שנת 1990 העלה שבאותה

עת היו באפריקה 2,500 קרנפים שחורים. המחקר מצא שאוכלוסיית הקרנפים השחורים גדלה ב-3% בכל שנה.



א. קבעו אילו מהביטויים הבאים מייצגים את מספר הקרנפים השחורים בתחילת שנת 1991:

i.  $2,500 \cdot \frac{3}{10}$     ii.  $2,500 \cdot (1 + \frac{3}{100})$     iii.  $2,500 + \frac{3}{100}$     iv.  $2,500 \cdot 1.03$

ב. קבעו איזה מהביטויים הבאים מייצג את מספר הקרנפים השחורים בתחילת שנת 1992:

i.  $2,500 \cdot \frac{3}{10} \cdot \frac{3}{10}$     ii.  $2 \cdot (2,500 + \frac{3}{100})$     iii.  $2,500 \cdot 1.03^2$

ג. כתבו ביטוי המייצג את מספר הקרנפים השחורים:

1. לאחר 5 שנים מביצוע המחקר.
2. לאחר 20 שנים מביצוע המחקר.

ד. אייל טען: "הפונקציה  $f(x) = 2,500 \cdot 1.03^x$  מייצגת את מספר הקרנפים השחורים באפריקה x

שנים לאחר ביצוע המחקר."

1. האם הוא צודק? הסבירו.
2. לאיזו סוג של פונקציות משתייכת הפונקציה  $f(x)$ ? הסבירו.
3. איזה סוג של גדילה מתארת הפונקציה?
4. חשבו בעזרת הפונקציה כמה קרנפים שחורים צפויים להיות באפריקה בתחילת שנת 2040.

# שאלות גדילה ודעיכה





## שאלות גרילה ודעיכה

בשאלה הקודמת עסקנו ב**סוגיה מציאותית של גרילה מעריכית**:

הריבוי הטבעי של אוכלוסיית הקרנפים השחורים באפריקה.

הצגנו את מספר הקרנפים השחורים ( $y$ ) עבור תקופות זמן שונות ( $x$ )

באמצעות **הפונקציה המעריכית**  $f(x) = 2500 \cdot 1.03^x$ .



## שאלות גרילה ודעיכה

תהליכים רבים בטבע ובמדע, שבהם כמויות גדלות או קטנות, ניתנים לתיאור בקירוב על ידי **פונקציה מעריכית**.

תהליכים אלו נקראים **תהליכים מעריכיים**.

בתהליכים מעריכיים הכמות משתנה בכל יחידת זמן קבועה פי מספר קבוע או באחוז קבוע. נבחין בין שני סוגי תהליכים מעריכיים:

**גדילה מעריכית**, כמו בשאלה שבה מספר הקרנפים גדל ב-3% בכל שנה.

**דעיכה מעריכית**, כמו במקרה שבו ערך המכונת יורד ב-7% בכל שנה.



## שאלות גרילה ודעיכה



יש להבחין בין תהליכים **מעריכיים** שתיארנו לבין תהליכים **ליניאריים** שבהם הכמות משתנה בהוספה או בהחסרה של **מספר קבוע**.

לדוגמה, אם אוכלוסיית הקרנפים השחורים הייתה **גדלה ב-200** קרנפים בכל שנה, או שערכה של מכונת היה **יורד ב-3,000 ש"ח** בכל שנה, הרי שאלו היו תהליכים **ליניאריים**. לא נעסוק במצגת זו בתהליכים ליניאריים.

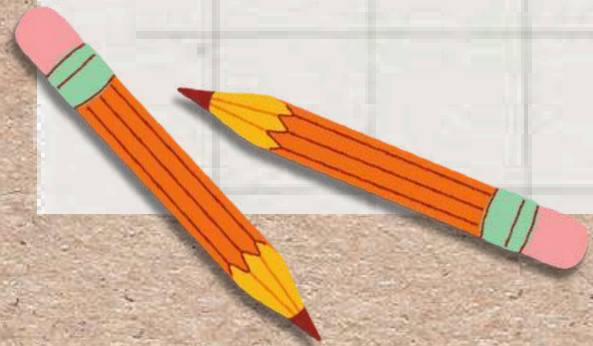


# שאלות גדילה ודעיכה



הפונקציה שאותה נציג כמתארת תהליכי גדילה ודעיכה מעריכיים היא הפונקציה:  $f(t) = f(0) \cdot q^t$ .

נסביר כעת את משמעות ארבעת הגורמים המופיעים בפונקציה זו בעזרת השאלה בנושא הקרנפים.





$$f(t) = f(0) \cdot q^t \quad \text{הפונקציה המעריכית}$$

**הביטוי  $f(t)$**  מופיע בפונקציה במקום הביטוי המוכר  $f(x)$ . בכל השאלות במצגת זו **ציר ה-x מייצג יחידות זמן** כלשהן, ולכן נשתמש באות  $t$ , מהמילה time, כדי לציין את הערך המתאים על ציר ה-x. משמעות הביטוי  $f(t)$  היא **ערך הפונקציה בזמן  $t$** .

לדוגמה, בנושא הקרנפים ערך הביטוי  $f(7)$  הוא מספר הקרנפים שהיו באפריקה 7 שנים לאחר תחילת התהליך  $(t=7)$ .



# הפונקציה המעריכית $f(t) = f(0) \cdot q^t$

**הביטוי  $f(0)$  מייצג את ערך הפונקציה כאשר  $t=0$**  והוא למעשה "הכמות ההתחלתית".

כלומר, זהו ערך הפונקציה בנקודת הזמן שבחרנו להתייחס אליה כנקודת הזמן ההתחלתית. בדוגמה שפתרנו,  $f(0)=2,500$  כי זה היה מספר הקרנפים בתחילת התהליך.



**הפונקציה המעריכית**  $f(t) = f(0) \cdot q^t$

**ה-q** היא בסיס הפונקציה המעריכית, ומייצגת את **קצב הגדילה או הדעיכה המעריכית**. כלומר, **פי כמה גדל או קטן ערך הפונקציה עבור שינוי ביחידה אחת של t** (בכל שבוע, בכל חודש, בכל חודשיים...).

כך לדוגמה, אוכלוסיית הקרנפים גדלה כל שנה ב-3%, ולכן מספר הקרנפים בכל שנה גדל **פי 1.03** ממספרם בשנה הקודמת לה.

לפיכך, בדוגמה זו  $q=1.03$ .

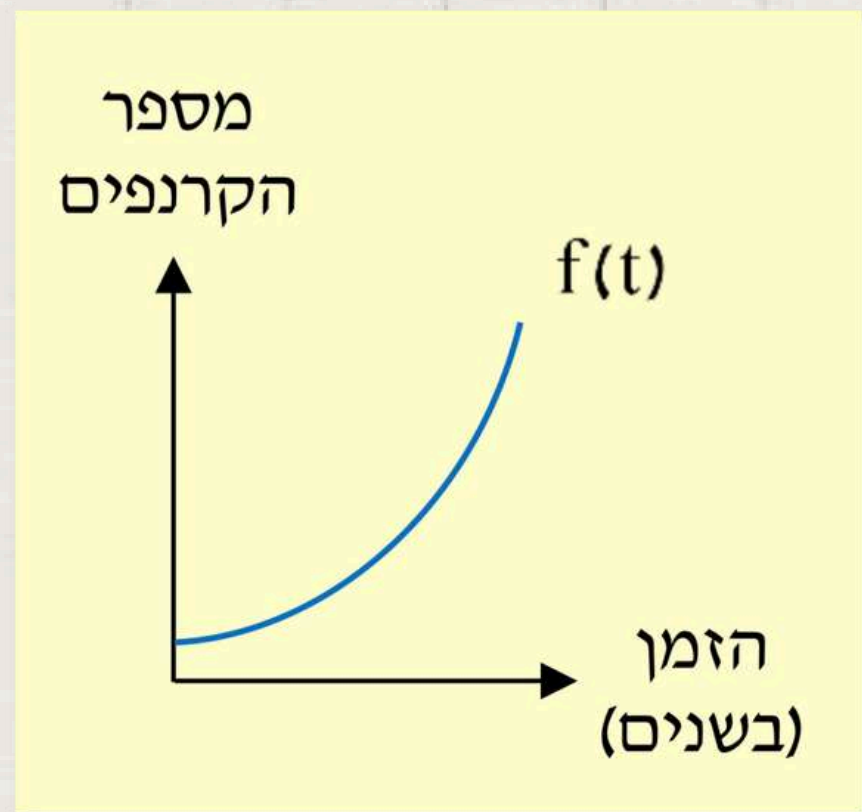


# כיצד נשרטט גרף של פונקציית גדילה מעריכית



כאשר נרצה לשרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x) = 2500 \cdot 1.03^t$ , נשים לב:

- גרף הפונקציה מתקבל ממתוחה אנכית פי 2,500 של גרף פונקציה מעריכית מהסוג  $y = 1.03^x$ .
- כותרות הצירים מייצגות את המשמעות בשאלה:
  - ציר ה-x מייצג את הזמן  $t$  (בשנים).
  - ציר ה-y מייצג את מספר הקרנפים.

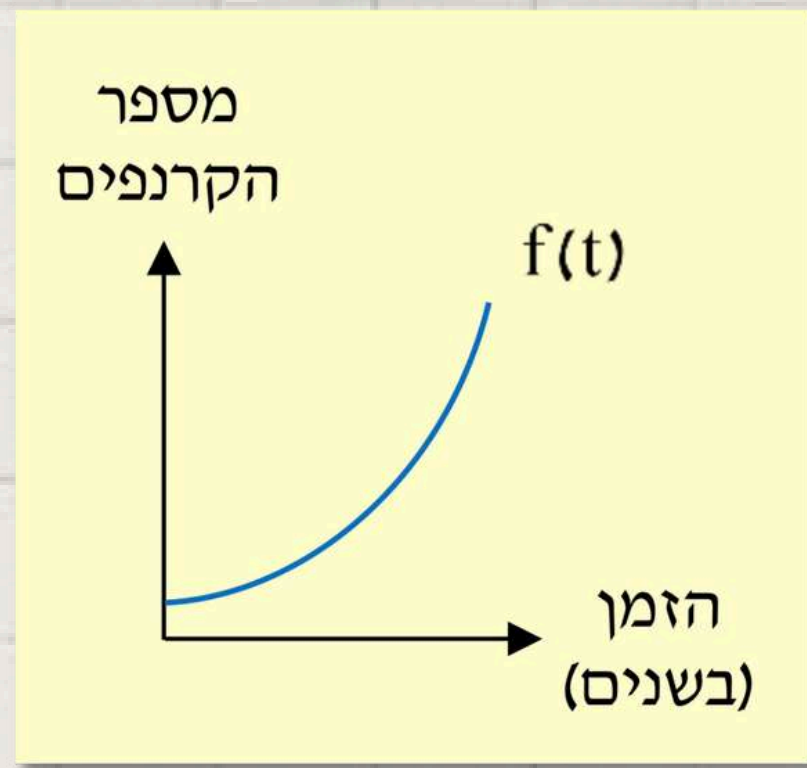




# כיצד נשרטט גרף של פונקציית גדילה מעריכית



בשאלה זו הוזכר שתהליך הגדילה המעריכית המתואר החל מתחילת שנת 1990, ונקודת זמן זו מיוצגת על ידי הערך  $t=0$ . בשאלה זו אין משמעות לערכי  $t$  שליליים, ולכן גרף הפונקציה מתחיל בציר ה- $y$  ומופיע ברביע הראשון בלבד.





# הפונקציה המעריכית $f(t) = f(0) \cdot q^t$

במקרים שבהם התהליך המעריכי המתואר החל להתרחש **לפני הזמן** שהוגדר כ-  $t=0$ , ניתן להציג את גרף הפונקציה גם עבור ערכי  $t$  שליליים. לדוגמה, אם היה נתון שגם לפני ביצוע המחקר ב-1990 אוכלוסיית הקרנפים **גדלה** ב-3% בכל שנה, יכולנו להציב בפונקציה ערכי  $t$  שליליים ולחשב כמה קרנפים היו באפריקה מספר שנים לפני ביצוע המחקר. כך למשל, על ידי הצבת הערך  $t=-2$  בפונקציה, נוכל לחשב את מספר הקרנפים השחורים שהיו באפריקה שנתיים לפני ביצוע המחקר.



# הפונקציה המעריכית $f(t) = f(0) \cdot q^t$

## שימו לב!

מספר הקרנפים הוא **מספר טבעי** במציאות. כאשר נציב בפונקציה

$f(x) = 2500 \cdot 1.03^t$  ערכי  $t$  שלמים, לרוב נקבל מספר עשרוני שאינו

טבעי. במקרים אלו, כאשר ערכי ה- $y$  מייצגים בני אדם,

בעלי חיים, מכוניות וכדומה, נעגל את ערך ה- $y$  המתקבל למספר

הטבעי הקרוב.





# הפונקציה המעריכית $f(t) = f(0) \cdot q^t$

הגרף שנשרטט הוא **גרף רציף** שעליו נמצאות גם נקודות ששיעורי ה-y שלהן הם אינם מספרים טבעיים. כל ערך כזה הוא **קירוב** של הערך האמיתי, לכן נהוג לומר שהפונקציה המעריכית מתארת תופעות של גדילה ודעיכה מעריכית **בקירוב**. נשים לב שכאשר ערכי ה-y מייצגים שטח, גובה, אורך, משקל ונוספים, הרי שגדלים אלו יכולים לקבל ערך עשרוני שאינו טבעי, ולכן לא נעגל אותם למספר טבעי.





# היכרות עם פונקציית הגדילה המעריכית



**דוגמה:** מחירה של דירה כיום הוא 800,000 ש"ח.

מחירה של הדירה גדל פי 1.04 בכל שנה.

**א.** האם מדובר בתהליך גדילה מעריכית?

**ב.** כתבו ייצוג אלגברי לפונקציה  $f(t) = f(0) \cdot q^t$  המתארת

את מחיר הדירה (בש"ח) לפי שנים החל מהיום.





# היכרות עם פונקציית הגדילה המעריכית

**פתרון:**

**א. מחיר הדירה גדל בכל יחידת זמן קבועה (שנה) פי מספר קבוע**

**(1.04), ולכן זהו תהליך גדילה מעריכית.**

**ב. בשאלה זו המחיר ההתחלתי הוא 800,000 ש"ח, ולכן  $f(0)=800,000$ .**

**מחיר הדירה גדל כל שנה פי 1.04, ולכן  $q=1.04$ . נציב את הערכים**

**הללו בפונקציה:  $f(t) = 800,000 \cdot 1.04^t \rightarrow f(t) = f(0) \cdot q^t$ .**



# היכרות עם פונקציית הגדילה המעריכית



**דוגמה:** בשמורת טבע חיות כיום 550 איילות.

מספר האיילות גדל פי 1.2 בכל שנה.

**א.** האם מדובר בתהליך גדילה מעריכית?

**ב.** כתבו ייצוג אלגברי לפונקציה  $f(t) = f(0) \cdot q^t$  המתארת את מספר

האיילות לפי שנים, החל מהיום.





# היכרות עם פונקציית הגדילה המעריכית



**דוגמה:** בשמורת טבע חיות כיום 550 איילות.  
מספר האיילות גדל פי 1.2 בכל שנה.

**א.** האם מדובר בתהליך גדילה מעריכית?

**ב.** כתבו ייצוג אלגברי לפונקציה  $f(t) = f(0) \cdot q^t$  המתארת את מספר האיילות לפי שנים, החל מהיום.

**תשובות: א. כן.**





# היכרות עם פונקציית הגדילה המעריכית



**דוגמה:** בשמורת טבע חיות כיום 550 איילות.  
מספר האיילות גדל פי 1.2 בכל שנה.

**א.** האם מדובר בתהליך גדילה מעריכית?

**ב.** כתבו ייצוג אלגברי לפונקציה  $f(t) = f(0) \cdot q^t$  המתארת את מספר האיילות לפי שנים, החל מהיום.

**תשובות: א. כן. ב.  $f(t) = 550 \cdot 1.2^t$ .**





**מנקודה זו והלאה, לאחר הסברים, המצגת מפנה לתרגול בכרך  
א' של הספר בכיוון הנכון עם ארכימדס לשאלון 472:**

**כעת נוכל לפתור את תרגילים 2-5 בעמוד 82.**



# הפונקציה המעריכית $f(t) = f(0) \cdot q^t$

**דוגמה:** ביער חיים 2,000 ארנבים. מספר הארנבים גדל ב-1% בכל חודש.

א. האם מדובר בתהליך גדילה מעריכית?

ב. כתבו ייצוג אלגברי לפונקציה  $f(t) = f(0) \cdot q^t$  המתארת את מספר הארנבים לפי חודשים, החל מהיום.



# הפונקציה המעריכית $f(t) = f(0) \cdot q^t$

**דוגמה:** ביער חיים 2,000 ארנבים. מספר הארנבים גדל ב-1% בכל חודש.

א. האם מדובר בתהליך גדילה מעריכית?

ב. כתבו ייצוג אלגברי לפונקציה  $f(t) = f(0) \cdot q^t$  המתארת את מספר הארנבים לפי חודשים, החל מהיום.

## פתרון:

א. מספר הארנבים גדל בכל יחידת זמן קבועה (חודש) באחוז קבוע (1%), ולכן זהו תהליך גדילה מעריכית.

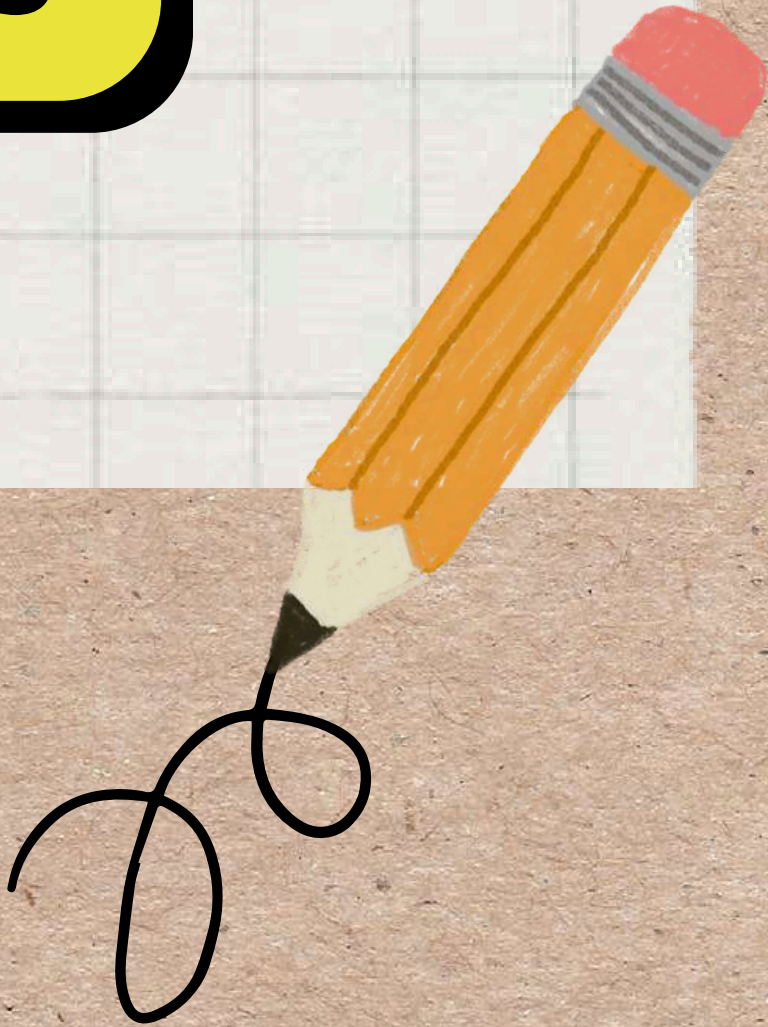
ב. מספר הארנבים ההתחלתי הוא 2,000, ולכן  $f(0) = 2,000$ . אחוז הגדילה החודשי הוא  $p = 1$ .

גדילה זו מיוצגת על ידי  $q$  לפי הקשר הבא:  $q = 1 + \frac{p}{100} = 1 + \frac{1}{100} = 1.01$ .

קיבלנו ש- $q = 1.01$ . לאחר הצבה בפונקציה מתקבל הייצוג:  $f(t) = f(0) \cdot q^t \rightarrow f(t) = 2,000 \cdot 1.01^t$ .



**כעת נוכל לפתור את תרגילים 6-7 בעמוד 83.**





# הפונקציה המעריכית $f(t) = f(0) \cdot q^t$

**דוגמה:** במדינה כלשהי יש 600 נמרים. מספר הנמרים גדל בכל שנה ב־5%. חשבו כמה נמרים:  
א. יהיו במדינה בעוד 6 שנים.  
ב. היו במדינה לפני 3 שנים.



# הפונקציה המעריכית $f(t) = f(0) \cdot q^t$

**דוגמה:** במדינה כלשהי יש 600 נמרים. מספר הנמרים גדל בכל שנה ב־5%. חשבו כמה נמרים:  
א. יהיו במדינה בעוד 6 שנים.  
ב. היו במדינה לפני 3 שנים.

## פתרון:

**א.** מספר הנמרים ההתחלתי הוא 600, ולכן  $f(0) = 600$ . מספר הנמרים גדל ב־5% בכל שנה, ומכך נוכל להסיק שבשאלה זו  $q = 1.05$ . נשאלנו על מספר הנמרים בעוד 6 שנים, ולכן  $t = 6$ .

נציב את הנתונים בפונקציית הגדילה המעריכית:  $f(t) = f(0) \cdot q^t \rightarrow f(6) = 600 \cdot 1.05^6 = 804.06$   
לסיכום, לאחר עיגול התוצאה, בעוד 6 שנים יהיו במדינה 804 נמרים.

**ב.** כדי לחשב את ערך הפונקציה בזמן שהוא לפני  $t = 0$ , נשתמש בערכי  $t$  שליליים. נשאלנו על מספר הנמרים לפני 3 שנים, ולכן נציב  $t = -3$  בפונקציה:  $f(t) = f(0) \cdot q^t \rightarrow f(-3) = 600 \cdot 1.05^{-3} = 518.3$   
לסיכום, לאחר עיגול התוצאה, לפני 3 שנים היו במדינה 518 נמרים.



**כעת נוכל לפתור את תרגיל 8 בעמוד 84.**



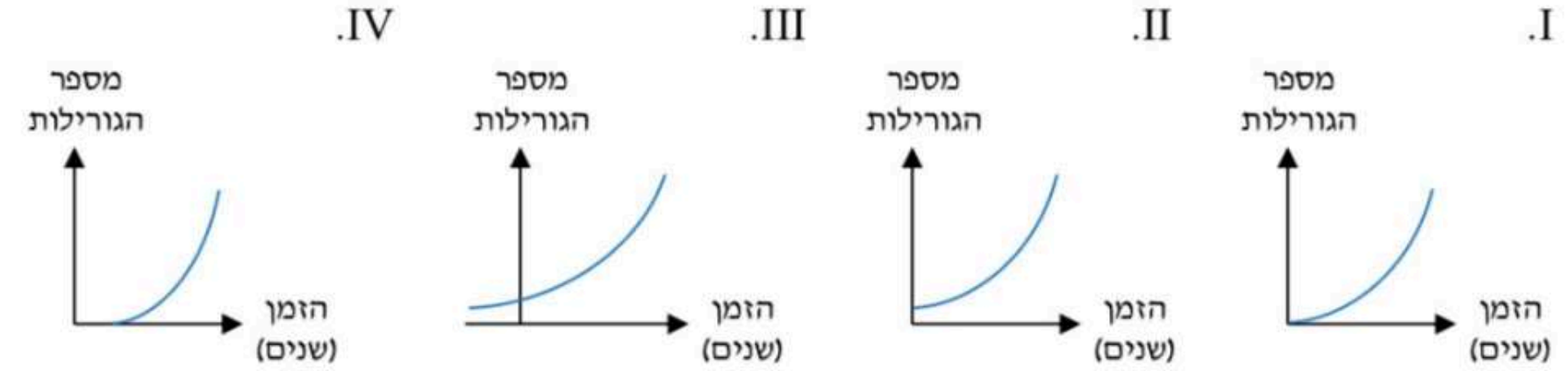


# חישוב כמויות - שאלות העוסקות בגדילה מעריכית



9. בתחילת שנת 1972 נספרו ברפובליקה של קונגו 290 גורילות הרים. מאז מספרן גדל ב-2% בכל שנה.

- א. כתבו ייצוג אלגברי לפונקציה  $f(t) = f(0) \cdot q^t$  המתארת את מספר גורילות ההרים בקונגו לפי שנים מאז תחילת שנת 1972.
- ב. חשבו כמה גורילות הרים יהיו בקונגו בתחילת שנת 2067.
- ג. איזה מהגרפים I-IV הוא גרף הפונקציה  $f(t)$  בתחום המתאים לשאלה?



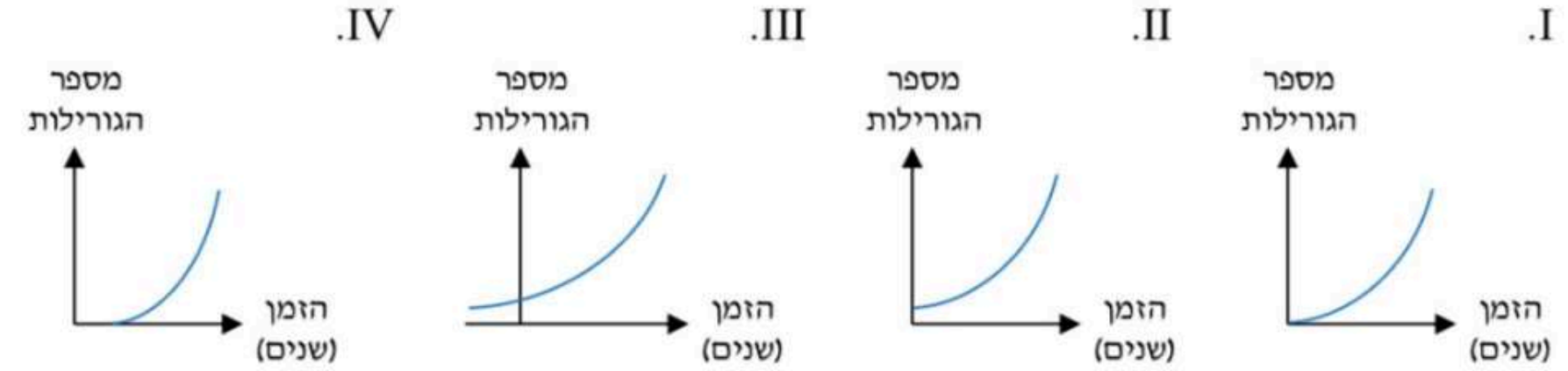


# חישוב כמויות - שאלות העוסקות בגדילה מעריכית



9. בתחילת שנת 1972 נספרו ברפובליקה של קונגו 290 גורילות הרים. מאז מספרן גדל ב-2% בכל שנה.

- א. כתבו ייצוג אלגברי לפונקציה  $f(t) = f(0) \cdot q^t$  המתארת את מספר גורילות ההרים בקונגו לפי שנים מאז תחילת שנת 1972.
- ב. חשבו כמה גורילות הרים יהיו בקונגו בתחילת שנת 2067.
- ג. איזה מהגרפים I-IV הוא גרף הפונקציה  $f(t)$  בתחום המתאים לשאלה?



**תשובות: א.**  $f(t) = 290 \cdot 1.02^t$

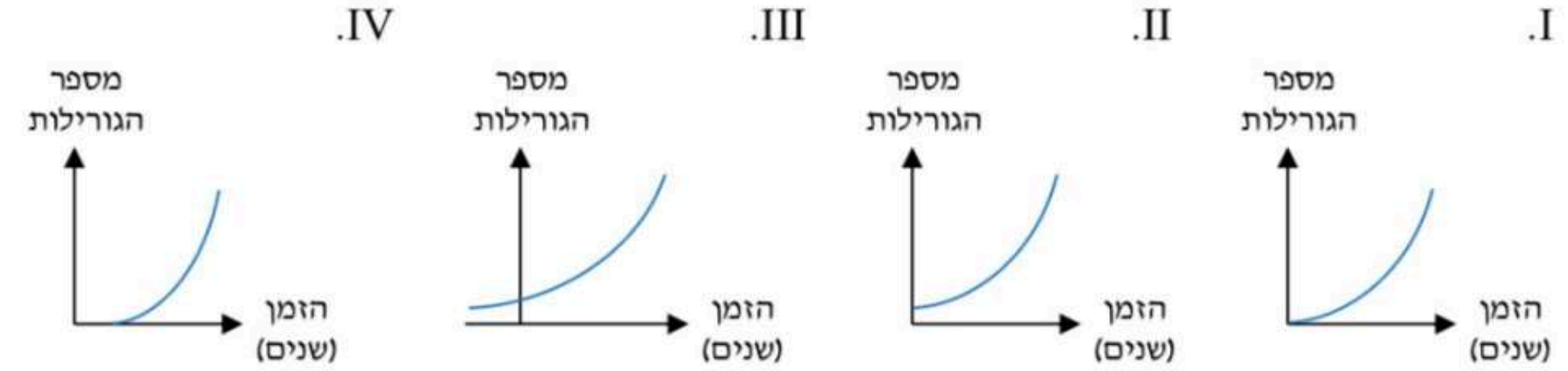


# חישוב כמויות - שאלות העוסקות בגדילה מעריכית



9. בתחילת שנת 1972 נספרו ברפובליקה של קונגו 290 גורילות הרים. מאז מספרן גדל ב-2% בכל שנה.

- א. כתבו ייצוג אלגברי לפונקציה  $f(t) = f(0) \cdot q^t$  המתארת את מספר גורילות ההרים בקונגו לפי שנים מאז תחילת שנת 1972.
- ב. חשבו כמה גורילות הרים יהיו בקונגו בתחילת שנת 2067.
- ג. איזה מהגרפים IV-I הוא גרף הפונקציה  $f(t)$  בתחום המתאים לשאלה?



**תשובות: א.  $f(t) = 290 \cdot 1.02^t$  . ב. 1,903 גורילות הרים.**



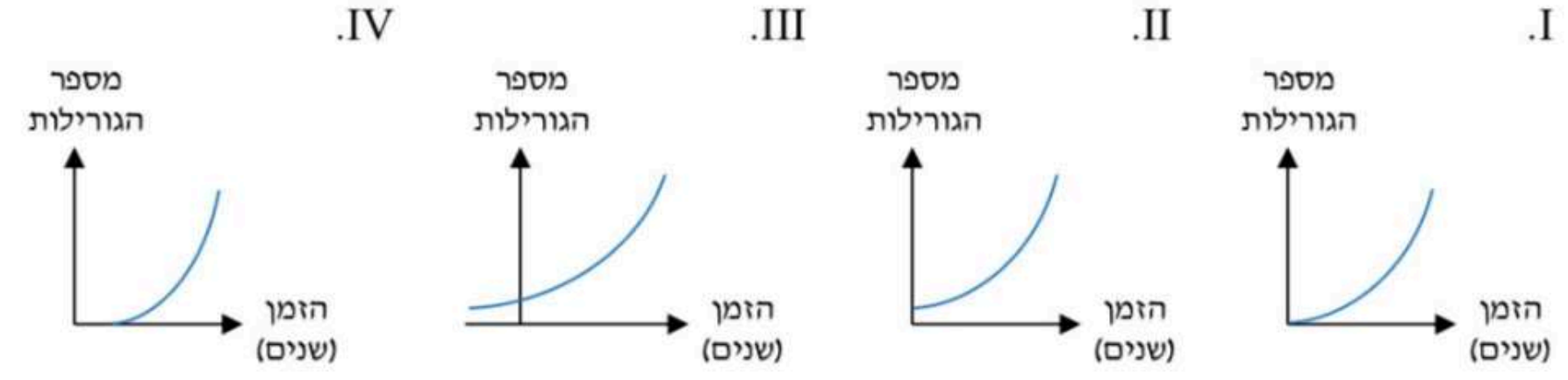


# חישוב כמויות - שאלות העוסקות בגדילה מעריכית



9. בתחילת שנת 1972 נספרו ברפובליקה של קונגו 290 גורילות הרים. מאז מספרן גדל ב-2% בכל שנה.

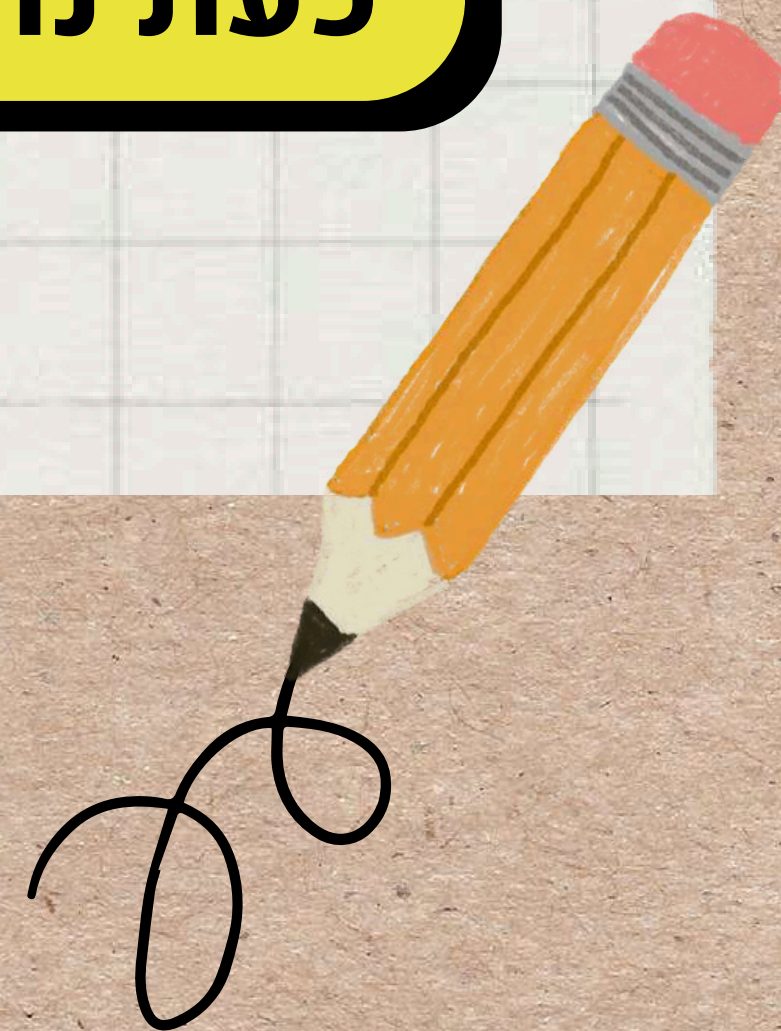
- א. כתבו ייצוג אלגברי לפונקציה  $f(t) = f(0) \cdot q^t$  המתארת את מספר גורילות ההרים בקונגו לפי שנים מאז תחילת שנת 1972.
- ב. חשבו כמה גורילות הרים יהיו בקונגו בתחילת שנת 2067.
- ג. איזה מהגרפים I-IV הוא גרף הפונקציה  $f(t)$  בתחום המתאים לשאלה?



**תשובות: א.**  $f(t) = 290 \cdot 1.02^t$  . **ב.** 1,903 גורילות הרים. **ג.** גרף ii.



**כעת נוכל לפתור את תרגילים 10-13 בעמודים 85-86.**





# חישוב כמויות - שאלות העוסקות בדעיכה מעריכית

בשאלות הבאות ניעזר בפונקציה  $f(t) = f(0) \cdot q^t$  שמתארת דעיכה מעריכית. אם נסמן ב- $p$  את האחוז הקבוע שבו קטן ערך הפונקציה עבור שינוי ביחידה אחת של  $t$ , נוכל להיעזר בנוסחה:  $q = 1 - \frac{p}{100}$ .





# חישוב כמויות - שאלות העוסקות בדעיכה מעריכית



14. אוכלוסיית הברדלסים באפריקה קטנה באחוז קבוע בכל שנה.

הפונקציה  $f(t) = f(0) \cdot q^t$  מתארת את מספר הברדלסים באפריקה לפי שנים החל מתחילת שנת 2000.



א. שערו אם הפונקציה  $f(t)$  עולה או יורדת. הסבירו.

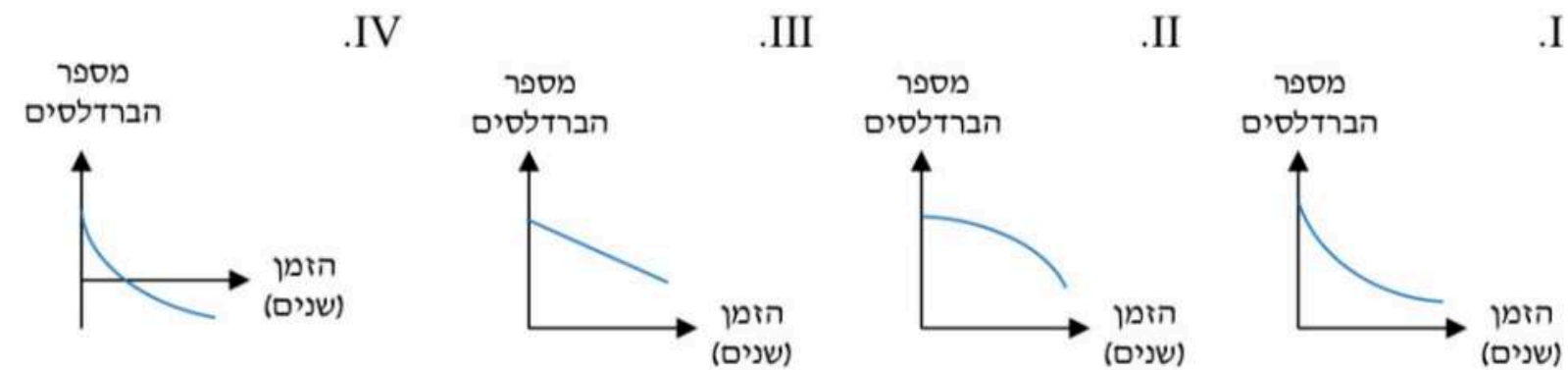
ב. שערו איזו מהטענות הבאות היא הנכונה, והסבירו את בחירתכם: i.  $1 < q$  ii.  $0 < q < 1$

ג. נתון שבפונקציה זו  $q = 0.97$ . בכמה אחוזים קטן מספר הברדלסים באפריקה בכל שנה? הסבירו.

ד. נתון שבתחילת שנת 2000 היו באפריקה 15,000 ברדלסים. כתבו ייצוג אלגברי לפונקציה  $f(t)$ .

ה. חשבו כמה ברדלסים היו באפריקה בתחילת שנת 2025.

ו. קבעו איזה מהגרפים IV-I הוא גרף הפונקציה  $f(t)$ . הסבירו את בחירתכם:





# חישוב כמויות - שאלות העוסקות בדעיכה מעריכית



14. אוכלוסיית הברדלסים באפריקה קטנה באחוז קבוע בכל שנה.

הפונקציה  $f(t) = f(0) \cdot q^t$  מתארת את מספר הברדלסים באפריקה לפי שנים החל מתחילת שנת 2000.

א. שערו אם הפונקציה  $f(t)$  עולה או יורדת. הסבירו.

ב. שערו איזו מהטענות הבאות היא הנכונה, והסבירו את בחירתכם: i.  $1 < q$  ii.  $0 < q < 1$

ג. נתון שבפונקציה זו  $q = 0.97$ . בכמה אחוזים קטן מספר הברדלסים באפריקה בכל שנה? הסבירו.

ד. נתון שבתחילת שנת 2000 היו באפריקה 15,000 ברדלסים. כתבו ייצוג אלגברי לפונקציה  $f(t)$ .

ה. חשבו כמה ברדלסים היו באפריקה בתחילת שנת 2025.

ו. קבעו איזה מהגרפים I-IV הוא גרף הפונקציה  $f(t)$ . הסבירו את בחירתכם:

I. II. III. IV.

תשובות: א. יורדת.





# חישוב כמויות - שאלות העוסקות בדעיכה מעריכית



14. אוכלוסיית הברדלסים באפריקה קטנה באחוז קבוע בכל שנה.

הפונקציה  $f(t) = f(0) \cdot q^t$  מתארת את מספר הברדלסים באפריקה לפי שנים החל מתחילת שנת 2000.

א. שערו אם הפונקציה  $f(t)$  עולה או יורדת. הסבירו.

ב. שערו איזו מהטענות הבאות היא הנכונה, והסבירו את בחירתכם: i.  $1 < q$  ii.  $0 < q < 1$

ג. נתון שבפונקציה זו  $q = 0.97$ . בכמה אחוזים קטן מספר הברדלסים באפריקה בכל שנה? הסבירו.

ד. נתון שבתחילת שנת 2000 היו באפריקה 15,000 ברדלסים. כתבו ייצוג אלגברי לפונקציה  $f(t)$ .

ה. חשבו כמה ברדלסים היו באפריקה בתחילת שנת 2025.

ו. קבעו איזה מהגרפים IV-I הוא גרף הפונקציה  $f(t)$ . הסבירו את בחירתכם:

I. II. III. IV.

תשובות: א. יורדת. ב. ii.





# חישוב כמויות - שאלות העוסקות בדעיכה מעריכית



14. אוכלוסיית הברדלסים באפריקה קטנה באחוז קבוע בכל שנה.

הפונקציה  $f(t) = f(0) \cdot q^t$  מתארת את מספר הברדלסים באפריקה לפי שנים החל מתחילת שנת 2000.

א. שערו אם הפונקציה  $f(t)$  עולה או יורדת. הסבירו.

ב. שערו איזו מהטענות הבאות היא הנכונה, והסבירו את בחירתכם: i.  $1 < q$  ii.  $0 < q < 1$

ג. נתון שבפונקציה זו  $q = 0.97$ . בכמה אחוזים קטן מספר הברדלסים באפריקה בכל שנה? הסבירו.

ד. נתון שבתחילת שנת 2000 היו באפריקה 15,000 ברדלסים. כתבו ייצוג אלגברי לפונקציה  $f(t)$ .

ה. חשבו כמה ברדלסים היו באפריקה בתחילת שנת 2025.

ו. קבעו איזה מהגרפים I-IV הוא גרף הפונקציה  $f(t)$ . הסבירו את בחירתכם:

I. II. III. IV.

תשובות: א. יורדת. ב. ii. ג. 3%.





# חישוב כמויות - שאלות העוסקות בדעיכה מעריכית



14. אוכלוסיית הברדלסים באפריקה קטנה באחוז קבוע בכל שנה.

הפונקציה  $f(t) = f(0) \cdot q^t$  מתארת את מספר הברדלסים באפריקה לפי שנים החל מתחילת שנת 2000.

א. שערו אם הפונקציה  $f(t)$  עולה או יורדת. הסבירו.

ב. שערו איזו מהטענות הבאות היא הנכונה, והסבירו את בחירתכם: i.  $1 < q$  ii.  $0 < q < 1$

ג. נתון שבפונקציה זו  $q = 0.97$ . בכמה אחוזים קטן מספר הברדלסים באפריקה בכל שנה? הסבירו.

ד. נתון שבתחילת שנת 2000 היו באפריקה 15,000 ברדלסים. כתבו ייצוג אלגברי לפונקציה  $f(t)$ .

ה. חשבו כמה ברדלסים היו באפריקה בתחילת שנת 2025.

ו. קבעו איזה מהגרפים I-IV הוא גרף הפונקציה  $f(t)$ . הסבירו את בחירתכם:

I. II. III. IV.

תשובות: א. יורדת. ב. ii. ג. 3%. ד.  $f(t) = 15,000 \cdot 0.97^t$ .





# חישוב כמויות - שאלות העוסקות בדעיכה מעריכית



14. אוכלוסיית הברדלסים באפריקה קטנה באחוז קבוע בכל שנה.

הפונקציה  $f(t) = f(0) \cdot q^t$  מתארת את מספר הברדלסים באפריקה לפי שנים החל מתחילת שנת 2000.

א. שערו אם הפונקציה  $f(t)$  עולה או יורדת. הסבירו.

ב. שערו איזו מהטענות הבאות היא הנכונה, והסבירו את בחירתכם: i.  $1 < q$  ii.  $0 < q < 1$

ג. נתון שבפונקציה זו  $q = 0.97$ . בכמה אחוזים קטן מספר הברדלסים באפריקה בכל שנה? הסבירו.

ד. נתון שבתחילת שנת 2000 היו באפריקה 15,000 ברדלסים. כתבו ייצוג אלגברי לפונקציה  $f(t)$ .

ה. חשבו כמה ברדלסים היו באפריקה בתחילת שנת 2025.

ו. קבעו איזה מהגרפים I-IV הוא גרף הפונקציה  $f(t)$ . הסבירו את בחירתכם:

I. II. III. IV.

תשובות: א. יורדת. ב. ii. ג. 3%. ד.  $f(t) = 15,000 \cdot 0.97^t$ . ה. 7,005.





# חישוב כמויות - שאלות העוסקות בדעיכה מעריכית



14. אוכלוסיית הברדלסים באפריקה קטנה באחוז קבוע בכל שנה.

הפונקציה  $f(t) = f(0) \cdot q^t$  מתארת את מספר הברדלסים באפריקה לפי שנים החל מתחילת שנת 2000.

א. שערו אם הפונקציה  $f(t)$  עולה או יורדת. הסבירו.

ב. שערו איזו מהטענות הבאות היא הנכונה, והסבירו את בחירתכם: i.  $1 < q$  ii.  $0 < q < 1$

ג. נתון שבפונקציה זו  $q = 0.97$ . בכמה אחוזים קטן מספר הברדלסים באפריקה בכל שנה? הסבירו.

ד. נתון שבתחילת שנת 2000 היו באפריקה 15,000 ברדלסים. כתבו ייצוג אלגברי לפונקציה  $f(t)$ .

ה. חשבו כמה ברדלסים היו באפריקה בתחילת שנת 2025.

ו. קבעו איזה מהגרפים I-IV הוא גרף הפונקציה  $f(t)$ . הסבירו את בחירתכם:

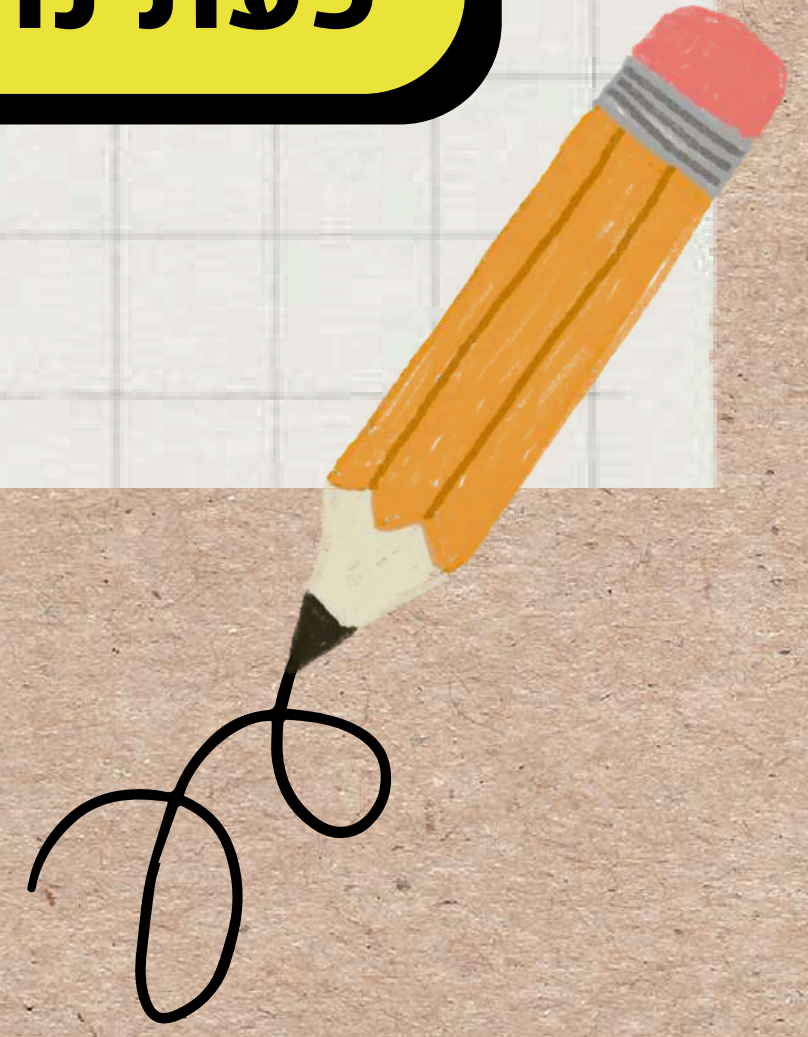
I. II. III. IV.

תשובות: א. יורדת. ב. ii. ג. 3%. ד.  $f(t) = 15,000 \cdot 0.97^t$ . ה. 7,005. ו. i.





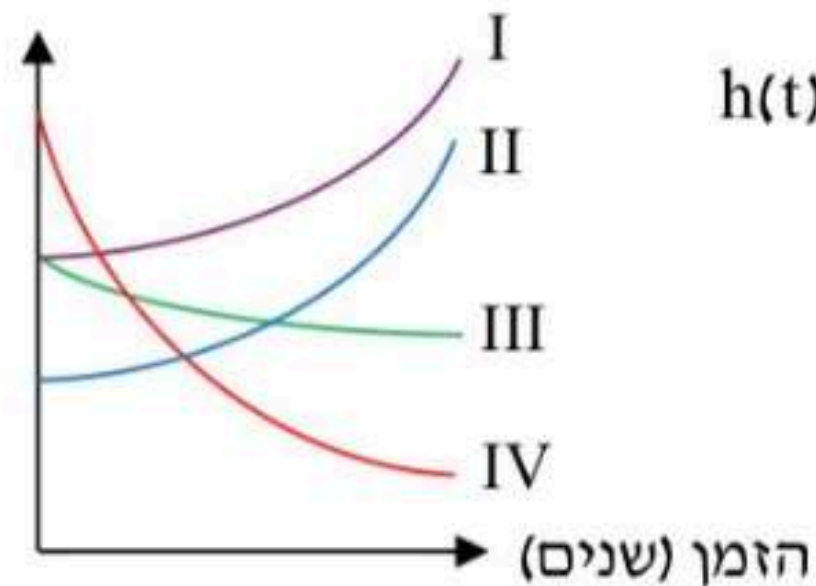
**כעת נוכל לפתור את תרגילים 15-28 בעמודים 87-90.**





# חישוב כמויות - שאלות העוסקות בדעיכה מעריכית

מספר הצבאים  
(אלפים)



29. נתונות 4 פונקציות מעריכיות המתארות את מספר הצבאים ב־4 שמורות טבע שונות (באלפים) לפי שנים החל מתחילת אותה שנה:

$$h(t) = 7 \cdot 1.04^t, \quad k(t) = 4 \cdot 1.1^t, \quad g(t) = 11 \cdot 0.89^t, \quad f(t) = 7 \cdot 0.96^t$$

במערכת הצירים מופיעים הגרפים של פונקציות אלו.

התאימו בין כל אחד מהגרפים I, II, III ו־IV

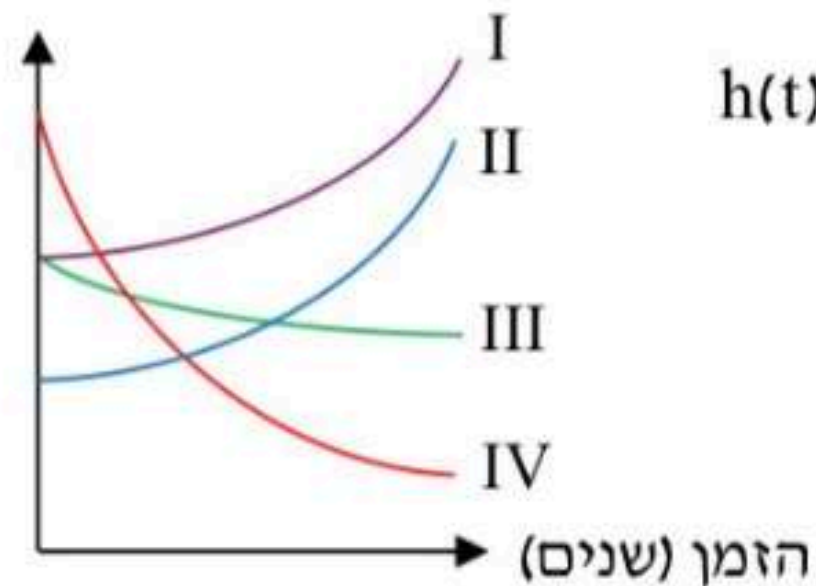
לבין הפונקציה המתאימה.





# חישוב כמויות - שאלות העוסקות בדעיכה מעריכית

מספר הצבאים  
(אלפים)



29. נתונות 4 פונקציות מעריכיות המתארות את מספר הצבאים ב־4 שמורות טבע שונות (באלפים) לפי שנים החל מתחילת אותה שנה:

$$h(t) = 7 \cdot 1.04^t, \quad k(t) = 4 \cdot 1.1^t, \quad g(t) = 11 \cdot 0.89^t, \quad f(t) = 7 \cdot 0.96^t$$

במערכת הצירים מופיעים הגרפים של פונקציות אלו.

התאימו בין כל אחד מהגרפים I, II, III ו-IV

לבין הפונקציה המתאימה.

**תשובות:**  $h(t)$ -i,  $k(t)$ -ii,  $f(t)$ -iii,  $g(t)$ -iv.





# חישוב הכמות ההתחלתית



דוגמה: מספר הנוסעים בקו רכבת גדל ב-2% בכל חודש.  
נתון ש-10 חודשים לאחר פתיחת קו הרכבת, מספרם הגיע ל-28,000 נוסעים.  
מה היה מספר הנוסעים כאשר נפתח קו הרכבת לראשונה?





# חישוב הכמות ההתחלתית



**דוגמה:** מספר הנוסעים בקו רכבת גדל ב-2% בכל חודש.  
נתון ש-10 חודשים לאחר פתיחת קו הרכבת, מספרם הגיע ל-28,000 נוסעים.  
מה היה מספר הנוסעים כאשר נפתח קו הרכבת לראשונה?

**פתרון:** נציב את הנתונים בפונקציית הגדילה המעריכית  $f(t) = f(0) \cdot q^t$ , ונקבל:

$$28,000 = f(0) \cdot 1.02^{10} \quad /: 1.02^{10} \rightarrow f(0) = 22,969.75$$

לכן לאחר עיגול התוצאה, מספר הנוסעים עם פתיחת הקו היה 22,970.





# כעת נוכל לפתור את תרגיל 30-32 בעמוד 91.





# חישוב קצב הגדילה או הדעיכה



לאחר שנעזרנו בפונקציה המעריכית לחישוב כמויות, ניעזר בה כעת למציאת הבסיס  $q$ .

**דוגמה:** מספר התושבים במדינה כלשהי גדל מ-5 מיליון ל-6 מיליון תוך 10 שנים. נתון שמספר התושבים במדינה גָּדַל באחוז קבוע בכל שנה. חשבו בכמה אחוזים גָּדַל מספר התושבים בכל שנה.





# חישוב קצב הגדילה או הדעיכה

לאחר שנעזרנו בפונקציה המעריכית לחישוב כמויות, ניעזר בה כעת למציאת הבסיס  $q$ .  
**דוגמה:** מספר התושבים במדינה כלשהי גדל מ-5 מיליון ל-6 מיליון תוך 10 שנים. נתון שמספר התושבים במדינה גָּדַל באחוז קבוע בכל שנה. חשבו בכמה אחוזים גָּדַל מספר התושבים בכל שנה.

**פתרון:** נציב את מספר התושבים (במיליונים) בפונקציית הגדילה המעריכית  $f(t) = f(0) \cdot q^t$ :

$$6 = 5 \cdot q^{10} \quad /: 5 \rightarrow 1.2 = q^{10} \quad / \sqrt[10]{\phantom{x}} \rightarrow q = 1.0184$$

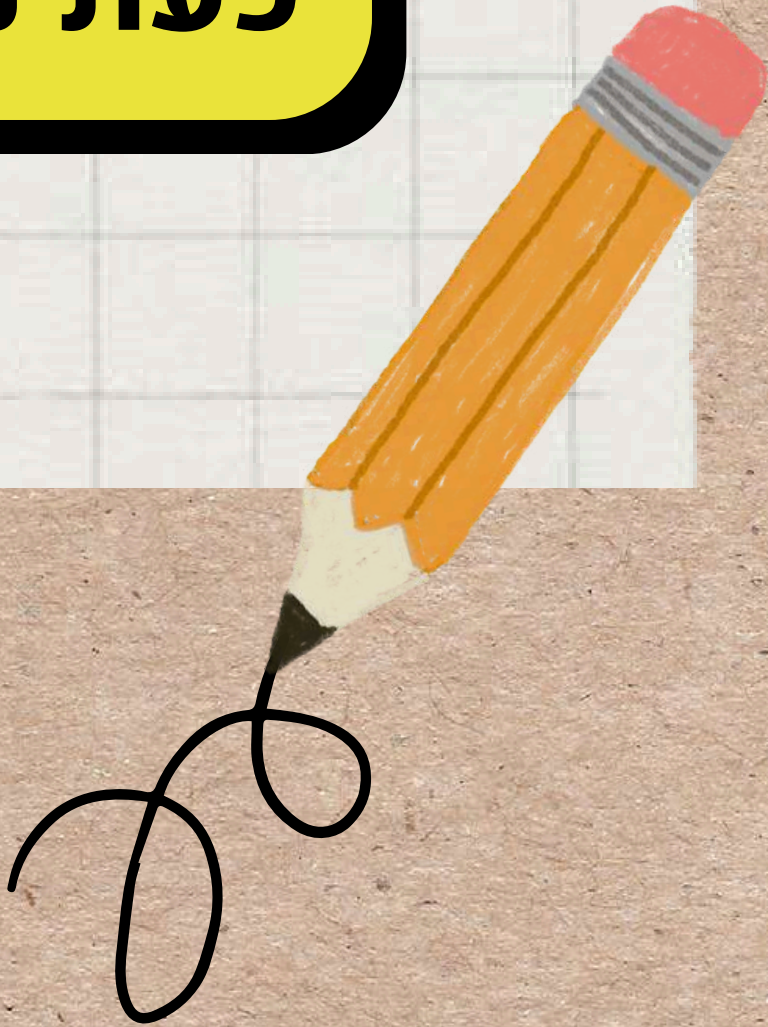
$$q = 1.0184 \rightarrow 1 + \frac{p}{100} = 1.0184 \rightarrow \frac{p}{100} = 0.0184 \rightarrow p = 1.84$$

לסיכום, מספר התושבים גָּדַל ב-1.84% בכל שנה.





**כעת נוכל לפתור את תרגיל 33-47 בעמודים 92-96.**





## מציאת הזמן

במהלך המצגת עסקנו במציאת כמויות ובמציאת קצב הגדילה או הדעיכה המעריכי. כעת נעסוק במציאת ערך ה- $t$  בפונקציות

מהסוג  $f(t) = f(0) \cdot q^t$ . לשם כך נפתור **משוואות מעריכיות שבהן  $t$**

**מופיע במעריך החזקה**. בפרק הקודם הצענו שתי דרכי פתרון עבור

משוואות מהסוג  $a^x = b$  כאשר  $a$  חיובי ושונה מ-1 ו- $b$  חיובי:

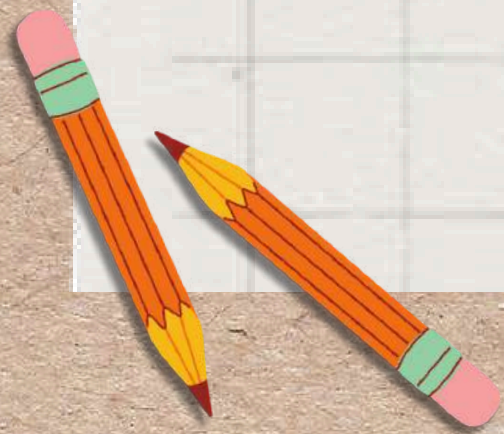
הראשונה היא בעזרת אחת מהנוסחאות:  $x = \frac{\log b}{\log a}$  או  $x = \frac{\ln b}{\ln a}$ .





## מציאת הזמן

השנייה היא בעזרת הגדרת הלוגריתם שממנה נוכל להסיק, לפי  
המשוואה הנתונה  $a^x = b$ , שמתקיים  $\log_a b = x$  ולחשב את  
הלוגריתם במחשבון.  
כעת ניישם זאת בשאלות גדילה ודעיכה.





# מציאת הזמן

דוגמה: מספר התושבים בעיר גדל ב-2% בכל שנה.  
מספר התושבים בעיר כיום הוא 80,000. חשבו תוך כמה שנים מספר התושבים יהיה 120,000.





# מציאת הזמן



**דוגמה:** מספר התושבים בעיר גדל ב-2% בכל שנה.  
מספר התושבים בעיר כיום הוא 80,000. חשבו תוך כמה שנים מספר התושבים יהיה 120,000.

**פתרון:** נציב את הנתונים בפונקציית הגדילה המעריכית, ונקבל:

$$f(t) = f(0) \cdot q^t \rightarrow 120,000 = 80,000 \cdot 1.02^t \quad /: 80,000 \rightarrow 1.5 = 1.02^t \rightarrow t = \frac{\ln 1.5}{\ln 1.02} = 20.48$$

ניתן לפתור את המשוואה  $1.5 = 1.02^t$  גם בעזרת מקש ה-log במחשבון:  $t = \log_{1.02} 1.5 = 20.48$ . לסיכום, תוך 20.48 שנים יהיו בעיר 120,000 תושבים.





# מציאת הזמן



פתרו את המשוואות:

$$\text{א. } 300 = 200 \cdot 1.04^t \quad \text{ב. } 80 = 100 \cdot 1.1^t$$





# מציאת הזמן



פתרו את המשוואות:

$$. 300 = 200 \cdot 1.04^t \quad \text{א.}$$

$$. 80 = 100 \cdot 1.1^t \quad \text{ב.}$$

פתרון: א.  $t=10.34$ .





# מציאת הזמן



פתרו את המשוואות:

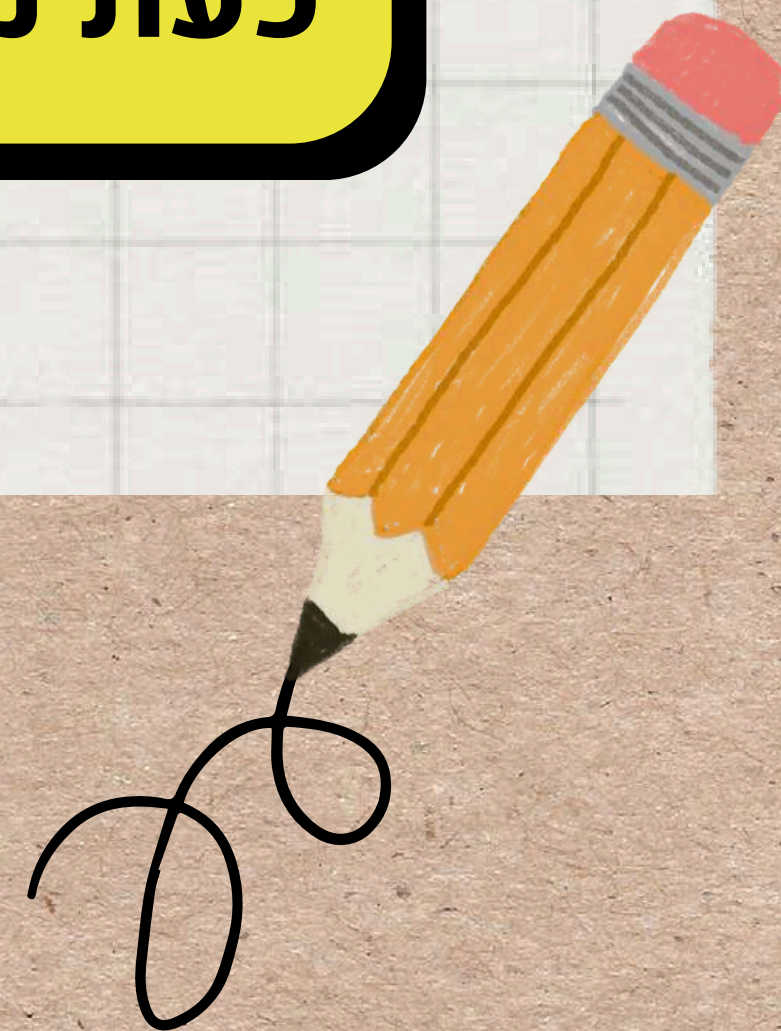
$$\text{א. } 300 = 200 \cdot 1.04^t \quad \text{ב. } 80 = 100 \cdot 1.1^t$$

פתרון: א.  $t=10.34$  . ב.  $t=-2.34$  .





**כעת נוכל לפתור את תרגיל 1-12 בעמודים 100-103.**





# זמן מחצית החיים

'זמן מחצית החיים' הוא מאפיין חשוב של חומרים רדיואקטיביים אשר קשור בקצב ההתפרקות וביציבות שלהם. זמן מחצית החיים של חומר רדיואקטיבי הוא **משך הזמן החולף עד שמכמות מסוימת של החומר נותרת רק מחצית.**





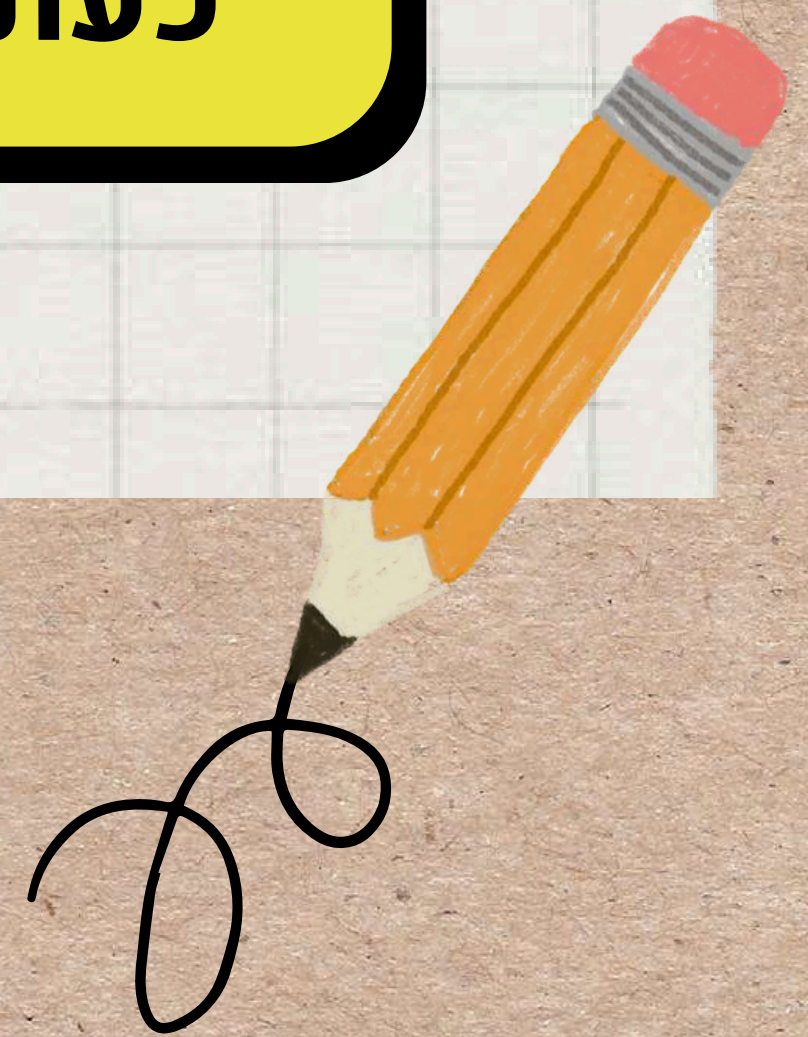
## זמן מחצית החיים

לדוגמה, אם המשקל של חומר רדיואקטיבי היה 100 ק"ג, וכעבור 6 שנים של התפרקות נותרו רק 50 ק"ג ממנו, הרי שזמן מחצית החיים של חומר זה הוא 6 שנים.

**זמן מחצית החיים הוא תכונה של החומר ואינו משתנה עם השנים.**  
בהתאם, לאחר 6 שנים נוספות משקלו יהיה 25 ק"ג. למעשה, בכל 6 שנים הוא יאבד מחצית ממשקלו.



**כעת נוכל לפתור את תרגיל 13-14 בעמוד 104.**





# זמן מחצית החיים

**דוגמה:** נתון חומר רדיואקטיבי שמשקלו קטן באחוז קבוע בכל שנה, וזמן מחצית החיים שלו הוא 6 שנים. חשבו בכמה אחוזים קטן משקלו בכל שנה.





# זמן מחצית החיים

**דוגמה:** נתון חומר רדיואקטיבי שמשקלו קטן באחוז קבוע בכל שנה, וזמן מחצית החיים שלו הוא 6 שנים. חשבו בכמה אחוזים קטן משקלו בכל שנה.

**פתרון:** נסמן את משקלו ההתחלתי בתור  $f(0)$  ואת משקלו לאחר 6 שנים בתור  $0.5f(0)$ , ונציב אותם בפונקציית הדעיכה המעריכית:

$$f(t) = f(0) \cdot q^t \rightarrow 0.5 \cdot f(0) = f(0) \cdot q^6 \quad /: f(0) \neq 0 \rightarrow 0.5 = q^6 \quad / \sqrt[6]{\phantom{x}} \rightarrow q = 0.891$$

נציב בנוסחה:  $q = 1 - \frac{p}{100}$ , ונקבל:  $p = 10.9$ . לסיכום, בכל שנה משקל החומר קטן ב-10.9%.





**כעת נוכל לפתור את תרגיל 15-24 בעמודים 104-107  
ואת תרגילים 1-21 בעמודים 109-116**





# למרחב ההוראה לחצו כאן

במרחב ההוראה מאות דפי תרגול, וביניהם בחינות מתכונת. המרחב מיועד לצוותי הוראה במוסדות לימוד אשר רכשו את הספר.



# למי לפנות?

לשאלות לארכימדס:

במספר 050-9074007 של הוצאת ארכימדס

להזמנות מרוכזות - פונים ל- "יש הפצות":

טלפון 03-5595354 או וואטסאפ 054-7154211