

## תרגיל חקירת פונקציה טריגונומטרית הכולל הרבה סעיפי חשיבה - שאלון 806

**מורים ותלמידים יקרים!**

מטרת תרגיל זה היא תרגול יסודי של סעיפי חשיבה מסוגים שונים המתלווים לחקירת פונקציה. התרגיל אינו מדמה תרגיל בגרות כי אם הזדמנות "לצלול" למעמקי סעיפי החשיבה ולהרחיב את יכולת הניתוח הגרפי של התלמיד. לאחר ביצוע חקירה סטנדרטית בסעיפים א'-ב', מופיעה סדרה ארוכה של סעיפי חשיבה המתייחסים לחקירה שבוצעה. **מרבית הסעיפים נפתרים תוך שימוש והבנה של גרף הפונקציה  $f(x)$  שכבר שרטטנו ואינם דורשים חישובים מורכבים ויוצאי דופן כפי שנראה במבט ראשון.** מומלץ להקצות לפתרון של תרגיל זה שני שיעורים רצופים!

1. נתונה הפונקציה:  $f(x) = \frac{\sin x}{1 + \sin x}$ . חקור את הפונקציה בתחום:  $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$ .

א. עבור גרף הפונקציה  $f(x)$  מצא את:

1. האסימפטוטות האנכיות.

2. נקודות הקיצון ואת סוגן (במידה וקיימות כאלה).

3. נקודות החיתוך עם הצירים (במידה וקיימות כאלה).

4. תחומי העליה והירידה.

ב. שרטט את גרף הפונקציה  $f(x)$ .

ג. שרטט את גרף הנגזרת  $f'(x)$ .

ד. מצא באילו תחומים מתקיים:  $\frac{f(x)}{f'(x)} < 0$ .

ה. מבלי לפתור ישירות את המשוואה, מצא כמה פתרונות יש:

1. למשוואה:  $f(x) = -2$ .  
2. למשוואה:  $f(x) = \frac{0.25}{f(x)}$ .

ו. מגדירים פונקציה חדשה:  $j(x) = 4 \cdot f(x)$ . לגרף הפונקציה  $j(x)$  משיק ישר המאונך לציר ה-y. חשב את שטח המלבן הכלוא בין הישר לבין הצירים ולבין האסימפטוטה הימנית של הגרף.

ז. מגדירים פונקציה חדשה:  $g(x) = |f(x)|$ .

1. מבלי לבצע חקירה, שרטט את גרף הפונקציה  $g(x)$ .

2. מצא בכמה נקודות בתחום  $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$  הנגזרת  $g'(x)$  מתאפסת.

3. מצא עבור אילו ערכי x בתחום  $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$  מתקיים:  $g(x) > f(x)$ .

ח. מגדירים פונקציה:  $p(x) = f(x) + n$ . מצא עבור אילו ערכי n, גרף  $p(x)$  אינו עובר ברביע הראשון.

ט. מגדירים פונקציה חדשה:  $h(x) = \frac{1}{f(x)}$ .

1. מבלי לבצע חקירה נוספת, שרטט את גרף הפונקציה  $h(x)$  בתחום המצומצם:  $0 \leq x \leq \pi$ , על אותה מערכת צירים עם גרף  $f(x)$ .

2. חשב את המרחק המינימלי בין שתי נקודות כלשהן, הנמצאות אחת על גרף  $h(x)$  והשנייה על  $f(x)$ .

י. מגדירים פונקציה חדשה  $k(x) = \sqrt{f(x)}$ .

1. מצא את נקודות הקיצון המוחלטות של גרף הפונקציה  $k(x)$ , במידה וקיימות כאלו.

2. מצא בתחום:  $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$  עבור אילו ערכי k, הישר  $x = k$  חותך את גרף הפונקציה  $k(x)$  בנקודה אחת בלבד.

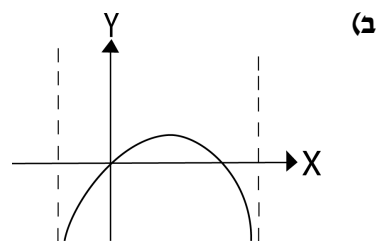
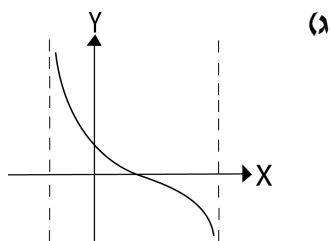
יא. מגדירים פונקציה חדשה  $n(x) = f^2(x)$ . מבלי לבצע חקירה, שרטט את גרף הפונקציה  $n(x)$ .

הפתרונות לכל הסעיפים בעמוד הבא

פתרונות:

א) 1.  $x = -\frac{\pi}{2}, x = \frac{3\pi}{2}$  2.  $\max\left(\frac{\pi}{2}, 0.5\right)$  3.  $(0,0), (\pi,0)$

4. עולה:  $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$ . יורדת:  $\frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2}$

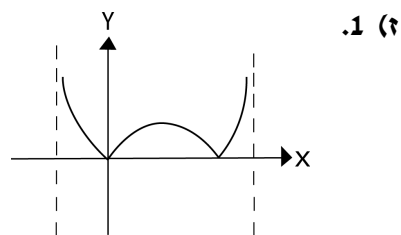


ד)  $-\frac{\pi}{2} < x < 0$  או  $\frac{\pi}{2} < x < \pi$

ה) 1. שניים. 2. שלושה.

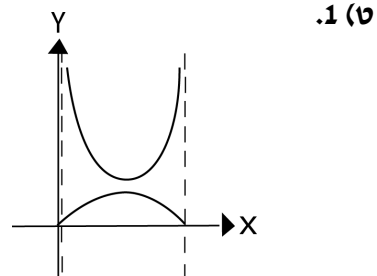
ו)  $3\pi = 9.424$  יח"ר.

ז) 1. אחת. 2.  $-\frac{\pi}{2} < x < 0$  או  $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$



ח)  $n \leq -0.5$

2. 1.5 יח' אורך.



י) 1.  $\min(0,0), \max\left(\frac{\pi}{2}, 0.707\right), \min(\pi,0)$  2.  $0 \leq k \leq \pi$

יא)

