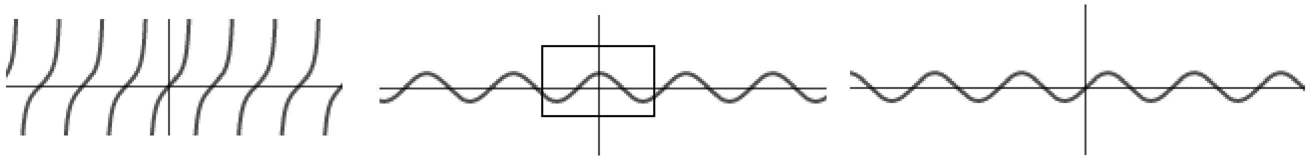
גרף הפונקציה הטריגונומטרית

פונקציות טריגונומטריות הן פונקציות מחזוריות. משמעות הדבר היא, שערכי ה-y של הפונקציה חוזרים על עצמם כאשר מוסיפים לערכי ה-x גודל קבוע. ומכאן שגם גרף הפונקציה חוזר על עצמו באופן מחזורי ונראה למשל כך :



לכן, כאשר נחקור פונקציות טריגונומטריות, נחקור תמיד תחום מוגדר וסגור של הפונקציה, ועבורו נמצא את נקודות הקיצון, החיתוך עם הצירים, אסימפטוטות וכדומה. לדוגמא, הקטע הממוסגר בפונקציה $g(x)$.

כאשר אנו חוקרים פונקציות טריגונומטריות איננו מבצעים חישובים באמצעות מעלות, אלא באמצעות יחידות חדשות למדידת זוויות הנקראות **רדיאנים**.

נגדיר : $\boxed{180^\circ = \pi \text{ רדיאנים}}$. כלומר, זווית בת 180^0 מעלות שווה לזווית בת π רדיאנים.

מעבר ממעלות לרדיאנים:

$\boxed{\text{רדיאנים} = \frac{\alpha^\circ}{180}\cdot\pi}$ כדי להמיר זווית הנתונה במעלות לרדיאנים, נחלק את הזווית ב-180^0 ונכפיל ב- π .

כך למשל, כדי להמיר 30° לרדיאנים, נחשב : $\frac{30^\circ}{180^\circ}\cdot\pi$ ונקבל : $\frac{\pi}{6}$. כלומר, 30° הן $\frac{\pi}{6}$ רדיאנים.

מעבר מרדיאנים למעלות:

$\boxed{\alpha^\circ = \frac{\text{רדיאנים}}{\pi}\cdot 180^\circ}$ כדי להמיר זווית הנתונה ברדיאנים למעלות, נחלק את גודל הזווית ב- π ונכפיל ב-180^0.

כך למשל, כדי להמיר 0.5236 רדיאנים למעלות, נחשב : $\frac{0.5236}{\pi}\cdot 180^\circ$ ונקבל : 30° .

כלומר, 0.5236 רדיאנים הם 30° מעלות.

אלו הן הזוויות הנפוצות ברדיאנים : $30^\circ = \frac{\pi}{6}$, $45^\circ = \frac{\pi}{4}$, $60^\circ = \frac{\pi}{3}$, $90^\circ = \frac{\pi}{2}$, $180^\circ = \pi$, $360^\circ = 2\pi$.

חשוב: במהלך הפתרון מותר להשתמש במעלות, אך את התשובות הסופיות <u>לכל סעיף</u> בחקירה עלינו להציג באמצעות רדיאנים.

חקירת פונקציות טריגונומטריות

תחום הגדרה

הפונקציות הטריגונומטריות $\sin x$ ו-$\cos x$ מוגדרות לכל x.

הפונקציה $\tan x$ שווה ל: $\frac{\sin x}{\cos x}$ ולכן היא <u>אינה מוגדרת</u> כאשר $\cos x$ מתאפס : $\cos x \neq 0 \rightarrow x \neq \frac{\pi}{2}+\pi k$

עם זאת, במקרים רבים פונקציות טריגונומטריות אינן מוגדרות לערכי x נוספים. הדבר יתרחש כאשר בפונקציה מופיעות מגבלות אחרות על תחום ההגדרה :

דוגמא א': מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $\frac{\cos x}{\sin x - 1}$ בתחום $-2\pi \le x \le 2\pi$.

פתרון: נבדוק מתי מתאפס המכנה : $\sin x - 1 \neq 0 \rightarrow \sin x \neq 1 \rightarrow x \neq \frac{\pi}{2}+2\pi k$

הפתרונות המתאימים בתחום הנתון הם : $x \neq \frac{\pi}{2}$ ו- $x \neq -\frac{3\pi}{2}$.

דוגמא ב': מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $\sqrt{\cos x}$ בתחום: $-\pi \le x \le \pi$.

פתרון: נבדוק מתי הביטוי שבתוך השורש אי שלילי. מאפסי השורש הם: $\cos x = 0 \rightarrow x = \frac{\pi}{2} + \pi k$

הפתרונות המתאימים בתחום הנתון הם: $x = \pm\frac{\pi}{2}$. לפי מעגל היחידה אנו יודעים כי הקוסינוס הוא חיובי כאשר $-90° < \alpha < 90°$ ולכן: $0 \le \cos x$ כאשר $-\frac{\pi}{2} \le x \le \frac{\pi}{2}$, וזהו הפתרון.

נגזרת ונקודות קיצון

הנגזרות של הפונקציות הטריגונומטריות הן: $(\sin x)' = \cos x \quad , \quad [\sin(ax)]' = a\cos(ax)$

$$(\cos x)' = -\sin x \ , \ [\cos(ax)]' = -a\sin(ax) \quad , \quad (\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x} \quad , \quad [\tan(ax)]' = \frac{a}{\cos^2(ax)}$$

דוגמא ג': מצא את שיעורי ה-x של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x) = \cos^2(4x)$ בתחום $0 \le x \le \frac{\pi}{4}$ ואת סוגן.

פתרון: זוהי פונקציה מורכבת, ולכן נגזור אותה מבחוץ כלפי פנים:

$$f'(x) = 2\cos(4x)\cdot(-\sin(4x))\cdot 4 = -4\cdot 2\cos(4x)\sin(4x) \xrightarrow{2\sin x\cos x = \sin 2x} f'(x) = -4\sin 8x$$

נשווה את הנגזרת ל-0: $-4\sin 8x = 0 \rightarrow \sin 8x = 0 \rightarrow 8x = \pi k \rightarrow x = \frac{\pi}{8}k$

הפתרונות המתאימים בתחום הנתון הם: $x = 0$, $x = \frac{\pi}{8}$ ו- $x = \frac{\pi}{4}$.

נציב את הנקודות החשודות בנגזרת השנייה: $f''(x) = -32\cos(8x)$: $f''(0) = -32\cos(8\cdot 0) = -32 < 0 \rightarrow \max$

$f''\left(\frac{\pi}{8}\right) = -32\cos\left(8\cdot\frac{\pi}{8}\right) = 32 > 0 \rightarrow \min$ וכן: $f''\left(\frac{\pi}{4}\right) = -32\cos\left(8\cdot\frac{\pi}{4}\right) = -32 < 0 \rightarrow \max$

כמובן שניתן לבדוק את סוגן של נקודות הקיצון גם באמצעות טבלת עליה וירידה.

אסימפטוטות המקבילות לצירים

אסימפטוטות אנכיות - אסימפטוטות המקבילות לציר ה-y

דוגמא: מצא את האסימפטוטות האנכיות של הפונקציה $f(x) = \frac{x}{\cos 2x}$ בתחום: $0 \le x \le \pi$.

פתרון: נשווה את המכנה ל-0 ונקבל את שיעורי ה-x שבהם הפונקציה אינה מוגדרת בתחום הנתון:

$$\cos 2x = 0 \rightarrow \quad 2x = \frac{\pi}{2} + \pi k \rightarrow \quad x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}k \rightarrow x = \frac{\pi}{4}, x = \frac{3}{4}\pi$$

אסימפטוטות אופקיות

מכיוון שפונקציות טריגונומטריות בשאלון 482 נתונות תמיד בתחום סגור, ערכי ה-x של הפונקציות אינם שואפים ל: $\pm\infty$. לכן **בפונקציות טריגונומטריות בשאלון 482 לא קיימות אסימפטוטות אופקיות**.

תרגילים - חקירת פונקציה טריגונומטרית

1. נתונה הפונקציה: $f(x)=\cos 2x-1$ בתחום $0\le x\le \pi$.
   א. עבור גרף הפונקציה $f(x)$ מצא את:
      1. נקודות הקיצון וסוגן (כולל נקודות קיצון בקצה התחום).
      2. נקודות החיתוך עם הצירים.
      3. תחומי עלייה וירידה.
   ב. שרטט את גרף הפונקציה $f(x)$.

2. נתונה הפונקציה: $f(x)=2\sin x-1$ בתחום $0\le x\le 2\pi$.
   א. עבור גרף הפונקציה $f(x)$ מצא את:
      1. נקודות הקיצון וסוגן (כולל נקודות קיצון בקצה התחום).
      2. נקודות החיתוך עם הצירים.
      3. תחומי עלייה וירידה.
   ב. שרטט את גרף הפונקציה $f(x)$.

3. נתונה הפונקציה: $f(x)=\cos 3x$ בתחום $0\le x\le \frac{2}{3}\pi$.
   א. עבור גרף הפונקציה $f(x)$ מצא את:
      1. נקודות הקיצון וסוגן (כולל נקודות קיצון בקצה התחום).
      2. נקודות החיתוך עם הצירים.
      3. תחומי עלייה וירידה.
   ב. שרטט את גרף הפונקציה $f(x)$.

4. נתונה הפונקציה: $f(x)=\sin x-\cos x$ בתחום $0\le x\le 2\pi$.
   א. עבור גרף הפונקציה $f(x)$ מצא את:
      1. נקודות הקיצון וסוגן (כולל נקודות קיצון בקצה התחום).
      2. נקודות החיתוך עם הצירים.
      3. תחומי עלייה וירידה.
   ב. שרטט את גרף הפונקציה $f(x)$.

5. נתונה הפונקציה: $f(x)=2\sin x-\sin 2x$ בתחום $-\pi\le x\le 0$.
   א. עבור גרף הפונקציה $f(x)$ מצא את:
      1. נקודות הקיצון וסוגן (כולל נקודות קיצון בקצה התחום).
      2. נקודות החיתוך עם הצירים.
      3. תחומי עלייה וירידה.
   ב. שרטט את גרף הפונקציה $f(x)$.
   ג. קבע האם הפונקציה $f(x)$ זוגית או אי זוגית, ושרטט את גרף הפונקציה בתחום $-\pi\le x\le \pi$.

6. נתונה הפונקציה: $f(x)=\sin^2 x-\sin x$ בתחום $0\le x\le\frac{\pi}{2}$.

א. עבור גרף הפונקציה $f(x)$ מצא את:

1. נקודות הקיצון וסוגן (כולל נקודות קיצון בקצה התחום).
2. נקודות החיתוך עם הצירים.
3. תחומי עלייה וירידה.

ב. שרטט את גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. הפונקציה $g(x)=f(x)+p$ משיקה לציר ה-x בנקודה אחת בתחום $0\le x\le\frac{\pi}{2}$. מצא את p.

7. נתונה הפונקציה: $f(x)=x+2\cos x$ בתחום $0\le x\le\frac{5\pi}{6}$.

א. עבור גרף הפונקציה $f(x)$ מצא את:

1. נקודות הקיצון וסוגן (כולל נקודות קיצון בקצה התחום).
2. תחומי עלייה וירידה.

ב. שרטט את גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. בתחום הנתון, מצא עבור אילו ערכי k, הישר $y=k$ חותך את גרף הפונקציה בשתי נקודות.

8. נתונה הפונקציה: $f(x)=x\cdot\cos x-\sin x$ בתחום $0\le x\le 2\pi$.

א. עבור גרף הפונקציה $f(x)$ מצא את:

1. נקודות הקיצון וסוגן (כולל נקודות קיצון בקצה התחום).
2. תחומי עלייה וירידה.

ב. שרטט את גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. הגדירו פונקציה חדשה: $g(x)=|f(x)|$.
מצא כמה נקודות קיצון יש לגרף הפונקציה $g(x)$ בתחום הנתון.

9. לגרף הפונקציה: $f(x)=\cos 2x+m\cos x$ יש נקודת קיצון בנקודה שבה: $x=\frac{2\pi}{3}$.

א. מצא את ערכו של הפרמטר m.

ב. עבור גרף הפונקציה $f(x)$ בתחום $0\le x\le\pi$ מצא את:

1. נקודת החיתוך עם ציר ה-y.
2. נקודות קיצון וסוגן (כולל בקצה התחום).
3. תחומי העליה והירידה.

ג. שרטט את גרף הפונקציה $f(x)$ בתחום $0\le x\le\pi$.

10. לפונקציה: $f(x)=\cos^2 x+b\cdot\cos x$ יש נקודת קיצון פנימית כאשר: $x=\frac{\pi}{3}$.

א. מצא את ערכו של הפרמטר b.

ב. עבור גרף הפונקציה $f(x)$ בתחום $0\le x\le\pi$ מצא את:

1. נקודות החיתוך עם הצירים.
2. נקודות קיצון וסוגן (כולל בקצה התחום).
3. תחומי העליה והירידה.

ג. שרטט את גרף הפונקציה $f(x)$ בתחום $0\le x\le\pi$.

ד. הגדירו פונקציה חדשה: $g(x)=|f(x)|$.
מצא עבור אילו ערכי k יהיה למשוואה: $g(x)=k$ רק פתרון אחד בתחום: $0\le x\le\pi$.

11. נתונה הפונקציה: $f(x)=\sin^2 x+\cos x+n$. שיעור ה-y של נקודת הקיצון הפנימית היחידה שיש לפונקציה בתחום $0\le x\le \pi$ הוא $y=2.25$.

א. מצא את ערכו של הפרמטר n.

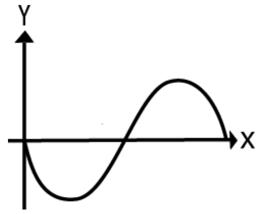
ב. עבור גרף הפונקציה $f(x)$ בתחום $0\le x\le \pi$ מצא את:

1. נקודות החיתוך עם הצירים.
2. נקודות קיצון וסוגן (כולל בקצה התחום).
3. תחומי עלייה וירידה.

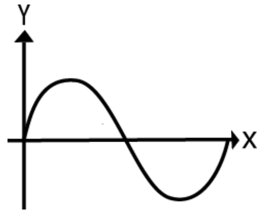
ג. שרטט את גרף הפונקציה $f(x)$.

ד. קבע איזה מהגרפים הבאים עשוי להיות גרף הנגזרת $f'(x)$. נמק.

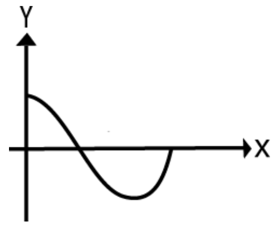
.1



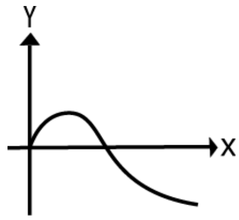
.2



.3



. 4



12. נתונה הפונקציה: $f(x)=p\cdot(\cos^2 x+\cos x+1)$, $(0<p)$.

א. קבע האם הפונקציה זוגית, אי זוגית או שאינה זוגית ואינה אי זוגית. נמק.

ב. עבור גרף הפונקציה $f(x)$ בתחום $0\le x\le \pi$ מצא את: (בסעיפים הבאים ניתן להשתמש בתשובות בפרמטר p במידת הצורך):

1. נקודת החיתוך עם הצירים.
2. נקודות קיצון וסוגן (כולל בקצה התחום).

ג. שרטט את גרף הפונקציה $f(x)$ בתחום $-\pi\le x\le \pi$.

ד. נתון: שלוש נקודות הקיצון הפנימיות של גרף הפונקציה $f(x)$ בתחום $-\pi\le x\le \pi$ יוצרות משולש ששטחו 3π יח"ר. מצא את ערכו של הפרמטר p.

13. נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{mx}{2}+m\cdot\sin x$ בתחום: $0\le x\le \frac{8\pi}{3}$.

הישר המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה בה $x=\frac{\pi}{2}$ מאונך לישר $y+x+6=0$.

א. מצא את ערכו של הפרמטר m.

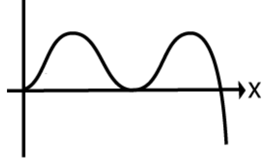
ב. עבור גרף הפונקציה $f(x)$ מצא את נקודות הקיצון וסוגן (כולל בקצה התחום).

ג. קבע כמה נקודות חיתוך יש לגרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים בתחום. נמק.

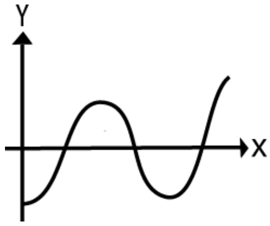
ד. שרטט את גרף הפונקציה $f(x)$ בתחום.

ה. קבע איזה מהגרפים הבאים עשוי להיות גרף הנגזרת $f'(x)$. נמק.

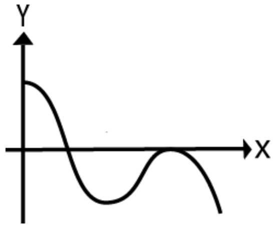
.1



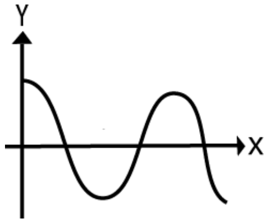
.2



.3



. 4



14. (*) גרף הפונקציה : $f(x)=a\cdot\sin(ax)+4\cdot\cos x$ חותך את ציר ה-y בנקודה M. הישר המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה M מקביל לישר $y=4x-7$.

א. מצא את ערכו של הפרמטר a ($0<a$).

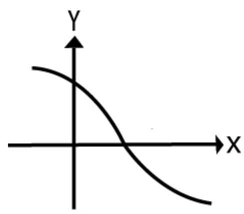
ב. עבור גרף הפונקציה $f(x)$ בתחום $-\frac{\pi}{2}\le x\le\frac{\pi}{2}$ מצא את :

1. נקודות החיתוך עם הצירים.
2. נקודות הקיצון וסוגן (כולל בקצה התחום).
3. תחומי עליה וירידה.

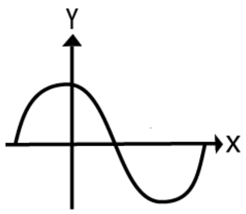
ג. שרטט את גרף הפונקציה $f(x)$.

ד. קבע איזה מהגרפים הבאים מתאים להיות גרף הנגזרת $f'(x)$. נמק.

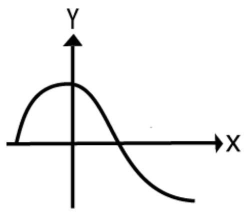
.1



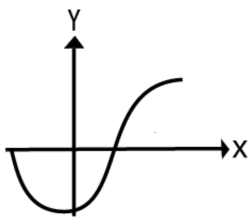
.2



.3



.4



15. (*) נתונה הפונקציה : $f(x)=\sin^2 x+p\cdot\sin x$ בתחום $-\frac{\pi}{2}\le x\le\frac{3\pi}{2}$.

גרף הנגזרת $f'(x)$ חותך את ציר ה-y בנקודה $(0,2)$.

א. מצא את ערכו של הפרמטר p.

ב. עבור גרף הפונקציה $f(x)$ בתחום : $-\frac{\pi}{2}\le x\le\frac{3\pi}{2}$ מצא את :

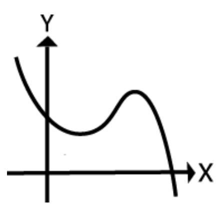
1. נקודות החיתוך עם הצירים.
2. נקודות הקיצון וסוגן (כולל בקצה התחום).

ג. שרטט את גרף הפונקציה $f(x)$ בתחום $-\frac{\pi}{2}\le x\le\frac{3\pi}{2}$.

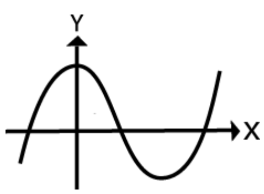
ד. נתון : $f(x)=g'(x)$.

קבע אילו מהגרפים הבאים <u>עשויים</u> להיות הגרפים של <u>הפונקציה</u> $g(x)$. נמק.

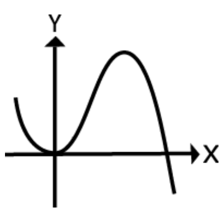
.1



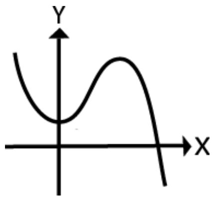
.2



.3



. 4



חקירות הכוללות את פונקציית ה-tanx

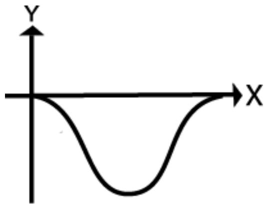
16. נתונה הפונקציה: $f(x)=2\tan x-2$ בתחום $-\frac{\pi}{2}\le x\le\frac{\pi}{2}$.
   א. עבור גרף הפונקציה $f(x)$ מצא את:
      1. האסימפטוטות האנכיות בתחום הנתון.
      2. נקודות החיתוך עם הצירים.
      3. תחומי עלייה וירידה.
   ב. שרטט את גרף הפונקציה $f(x)$.
   ג. מגדירים פונקציה חדשה: $g(x)=-f(x)$. מצא את שטח המצולע שקדקודיו הם נקודות החיתוך עם הצירים של הפונקציות $f(x)$ ו: $g(x)$.

17. נתונה הפונקציה: $f(x)=\tan^2 x$ בתחום: $-\frac{\pi}{2}\le x\le\frac{\pi}{2}$.
   א. עבור גרף הפונקציה $f(x)$ מצא את:
      1. האסימפטוטות האנכיות בתחום הנתון.
      2. נקודת החיתוך עם הצירים.
      3. נקודת הקיצון וסוגה.
      4. תחומי עלייה וירידה.
   ב. שרטט את גרף הפונקציה $f(x)$.
   ג. קבע האם <u>הנגזרת</u> $f'(x)$ היא פונקציה זוגית או אי זוגית.

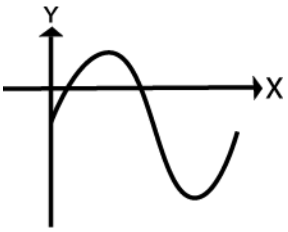
18. נתונה הפונקציה: $f(x)=x-\tan 3x$ בתחום $0\le x\le\frac{5\pi}{12}$.
   א. עבור גרף הפונקציה $f(x)$ מצא את:
      1. האסימפטוטות האנכיות בתחום הנתון.
      2. נקודות הקיצון וסוגן.
      3. תחומי עלייה וירידה.
   ב. שרטט את גרף הפונקציה $f(x)$.

פתרונות:

1) א. 1) פנימית: $\min(\frac{\pi}{2},-2)$ ובקצה התחום: $\max(0,0)$, $\max(\pi,0)$.
2) $(\pi,0),(0,0)$. 3) עליה: $\frac{\pi}{2}<x<\pi$ ירידה: $0<x<\frac{\pi}{2}$.
ב. השרטוט משמאל.



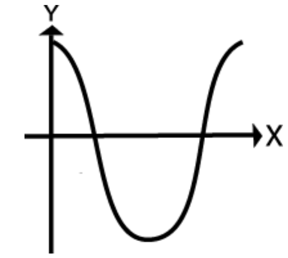
2) א. 1) פנימיות: $\max(\frac{\pi}{2},1)$, $\min(\frac{3\pi}{2},-3)$ ובקצה התחום: $\max(2\pi,-1)$, $\min(0,-1)$.
2) $(\frac{5\pi}{6},0),(\frac{\pi}{6},0),(0,-1)$. 3) עולה: $0<x<\frac{\pi}{2}$ או $\frac{3\pi}{2}<x<2\pi$
יורדת: $\frac{\pi}{2}<x<\frac{3\pi}{2}$. ב. השרטוט משמאל.



3) א. 1) פנימית: $\min(\frac{\pi}{3},-1)$ ובקצה התחום: $\max(0,1)$, $\max(\frac{2\pi}{3},1)$.

2) $(0,1),(\frac{\pi}{6},0),(\frac{\pi}{2},0)$. 3) עולה: $\frac{\pi}{3}<x<\frac{2\pi}{3}$ יורדת: $0<x<\frac{\pi}{3}$.

ב. השרטוט משמאל.

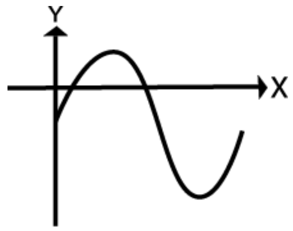


4) א. 1) פנימיות: $\max(\frac{3\pi}{4},1.41)$, $\min(\frac{7\pi}{4},-1.41)$

ובקצה התחום: $\min(0,-1)$, $\max(2\pi,-1)$.

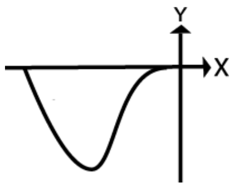
2) $(0,-1),(\frac{\pi}{4},0),(\frac{5\pi}{4},0)$. 3) עולה: $0<x<\frac{3\pi}{4}$ או $\frac{7\pi}{4}<x<2\pi$

יורדת: $\frac{3\pi}{4}<x<\frac{7\pi}{4}$. ב. השרטוט משמאל.

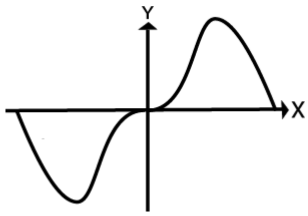


5) א. 1) פנימית: $\min(-\frac{2\pi}{3},-2.598)$ ובקצה התחום: $\max(0,0)$, $\max(-\pi,0)$.

2) $(0,0),(-\pi,0)$. 3) עולה: $-\frac{2\pi}{3}<x<0$, יורדת: $-\pi<x<\frac{-2\pi}{3}$. ב. השרטוט:



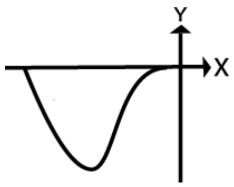
ג. הפונקציה אי זוגית. השרטוט:



6) א. 1) פנימית: $\min(\frac{\pi}{6},-0.25)$ ובקצה התחום: $\max(0,0)$, $\max(\frac{\pi}{2},0)$.

2) $(0,0),(\frac{\pi}{2},0)$. 3) עולה: $\frac{\pi}{6}<x<\frac{\pi}{2}$ יורדת: $0<x<\frac{\pi}{6}$.

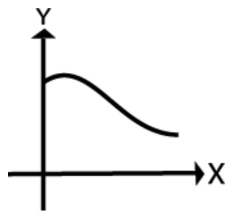
ב. השרטוט משמאל. ג. $p=0.25$.



7) א. 1) פנימית: $\max(\frac{\pi}{6},2.26)$ ובקצה התחום: $\min(\frac{5\pi}{6},0.89)$, $\min(0,2)$.

2) עולה: $0<x<\frac{\pi}{6}$, יורדת: $\frac{\pi}{6}<x<\frac{5\pi}{6}$.

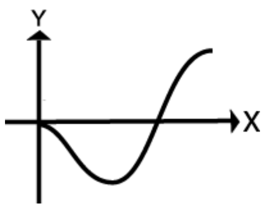
ב. השרטוט משמאל. ג. $2\le k<2.26$.

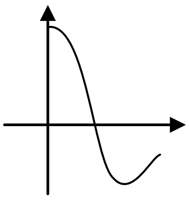


8) א. 1) פנימית: $\min(\pi,-\pi)$ ובקצה התחום: $\max(0,0)$, $\max(2\pi,2\pi)$.

2) עולה: $\pi<x<2\pi$, יורדת: $0<x<\pi$.

ב. השרטוט משמאל. ג. ארבע נקודות קיצון.

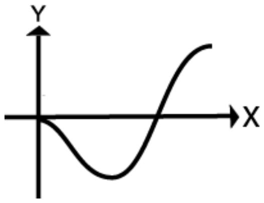




9) א. $m=2$. ב. 1) $(0,3)$.

2) פנימית: $\min(\frac{2\pi}{3},-1.5)$ ובקצה התחום: $\max(\pi,-1)$, $\max(0,3)$.

3) ירידה: $0<x<\frac{2\pi}{3}$, עליה: $\frac{2\pi}{3}<x<\pi$. ג. השרטוט משמאל.

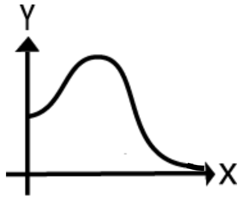


10) א. $b=-1$. ב. 1) $(0,0),\left(\frac{\pi}{2},0\right)$.

2) פנימית: $\min(\frac{\pi}{3},-0.25)$ ובקצה התחום: $\max(\pi,2)$, $\max(0,0)$.

3) ירידה: $0<x<\frac{\pi}{3}$, עליה: $\frac{\pi}{3}<x<\pi$. ג. השרטוט משמאל.

ד. $0.25<k\le 2$.

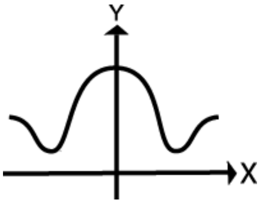


11) א. $n=1$. ב. 1) $(0,2),(\pi,0)$.

2) פנימית: $\max(\frac{\pi}{3},2.25)$ ובקצה התחום: $\min(\pi,0)$, $\min(0,2)$.

3) עולה: $0<x<\frac{\pi}{3}$, יורדת: $\frac{\pi}{3}<x<\pi$.

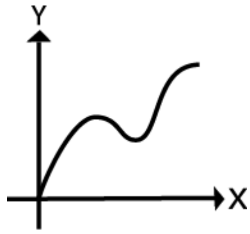
ג. השרטוט משמאל. ד. גרף 2.



12) א. זוגית. ב. 1) $(0,3p)$.

2) פנימית: $\min(\frac{2\pi}{3},0.75p)$ ובקצה התחום: $\max(\pi,p)$, $\max(0,3p)$.

ג. השרטוט משמאל. ד. $p=2$.



13) א. $m=2$.

ב. פנימית: $\max(\frac{2\pi}{3},3.83)$, $\min\left(\frac{4\pi}{3},2.46\right)$.

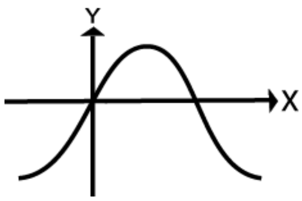
ובקצה התחום: $\max\left(\frac{8\pi}{3},10.11\right)$, $\min\ (0,0)$.

ג. נקודה אחת $(0,0)$. ד. השרטוט משמאל. ה. גרף 4.

14) א. $a=2$. ב. 1) $\left(-\frac{\pi}{2},0\right),(0,4),\left(\frac{\pi}{2},0\right)$.

2) פנימית: $\max(\frac{\pi}{6},5.196)$ ובקצה התחום: $\min(-\frac{\pi}{2},0)$, $\min(\frac{\pi}{2},0)$.

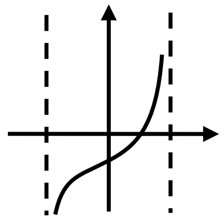
3) עולה: $-\frac{\pi}{2}<x<\frac{\pi}{6}$, יורדת: $\frac{\pi}{6}<x<\frac{\pi}{2}$. ג. השרטוט משמאל. ד. גרף 3.



15) א. $p=2$. ב. 1) $(0,0),(\pi,0)$.

2) פנימית: $\max(\frac{\pi}{2},3)$ ובקצה התחום: $\min(\frac{3\pi}{2},-1)$, $\min(-\frac{\pi}{2},-1)$.

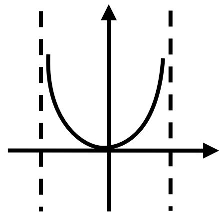
ג. השרטוט משמאל. ד. גרפים 3 ו-4.



16) א. 1) $x=\frac{\pi}{2}$, $x=-\frac{\pi}{2}$. 2) $\left(\frac{\pi}{4},0\right)$, $(0,-2)$.

3) עולה בכל תחום ההגדרה.

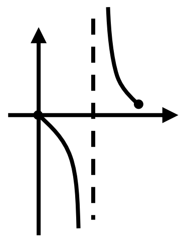
ב. השרטוט משמאל. ג. $\frac{\pi}{2}$ יח"ר.



17) א. 1) $x=\frac{\pi}{2}$, $x=-\frac{\pi}{2}$. 2) $(0,0)$.

3) פנימית: $\min(0,0)$. 4) עולה: $0<x<\frac{\pi}{2}$; יורדת: $-\frac{\pi}{2}<x<0$.

ב. השרטוט משמאל. ג. אי זוגית.



18) א. 1) $x=\frac{\pi}{6}$. 2) בקצה התחום: $\min\left(\frac{5\pi}{12},0.31\right)$, $\max(0,0)$.

3) יורדת בכל תחום ההגדרה.

ב. השרטוט משמאל.