

מרתון וקטורים 472 - מפגש 1 - שאלות סיכום

1. בקובייה שלפניכם נתונים שיעורי הקודקודים: $A(1, 2, 5)$, $B(4, 6, 5)$ ו- $C(0, 9, 5)$.

א. מצאו את שיעורי הקודקוד D .

ב. נתון: $\overrightarrow{DD'} = (0, 0, -5)$. מצאו את שיעורי:

1. הקודקוד D' .

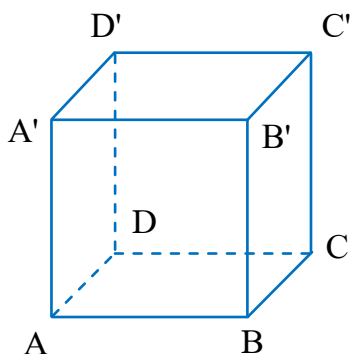
2. הקודקודים C' ו- A' .

ג. הציגו את הווקטורים $\overrightarrow{A'C'}$ ו- $\overrightarrow{BC'}$ בהצגה אלגברית.

ד. חשבו את:

1. גודל הזווית $\angle A'C'B$.

2. שטח המשולש $\triangle A'C'B$.



תשובות:

1. א. $D(-3, 5, 5)$. ב. $D'(-3, 5, 0)$. 2. $A'(1, 2, 0)$, $C'(0, 9, 0)$. ג. $\overrightarrow{A'C'} = (-1, 7, 0)$.

$\overrightarrow{BC'} = (-4, 3, -5)$. ד. 1. 60° . 2. 21.65.

2. לפניכם מנסרה משולשת ישרה שבסיסה ABC הוא משולש ישר זווית ($\angle BAC = 90^\circ$).

נסמן: $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$, $\overrightarrow{AC} = \underline{v}$, $\overrightarrow{AA'} = \underline{w}$.

הנקודה E נמצאת על המקצוע BC כך ש- $\overrightarrow{BE} = \frac{1}{5}\overrightarrow{BC}$.

א. הביעו באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו- $\underline{w}$, במידת הצורך,

את הווקטורים $\overrightarrow{BE}$, $\overrightarrow{B'E}$ ו- $\overrightarrow{C'E}$.

ב. נתון: $|\underline{u}| = 3$, $|\underline{v}| = 4$. נתון ש- $\overrightarrow{BE} \perp \overrightarrow{C'E}$.

חשבו את $|\underline{w}|$.

ג. נתון: $A(0, 0, 0)$. הקודקוד B נמצא על החלק החיובי של ציר ה-x, הקודקוד C נמצא על החלק

החיובי של ציר ה-y, והקודקוד A' נמצא על החלק החיובי של ציר ה-z.

1. מצאו את שיעורי הקודקודים A' ו- B.

2. חשבו את גודל הזווית $\angle BA'C$.

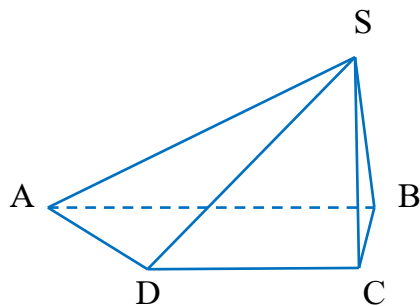
ד. נתונה הפירמידה המשולשת A'ABE שקודקוד הראש שלה הוא A'. חשבו פי כמה גדול נפח

המנסרה המשולשת מנפח הפירמידה A'ABE.

תשובות:

2. א. $\overrightarrow{BE} = \frac{1}{5}\underline{v} - \frac{1}{5}\underline{u} - \underline{w}$, $\overrightarrow{B'E} = \frac{4}{5}\underline{v} - \frac{4}{5}\underline{u} - \underline{w}$, $\overrightarrow{C'E} = \frac{4}{5}\underline{u} - \frac{4}{5}\underline{v} - \underline{w}$. ב. $|\underline{w}| = 2$.

ג. 1. $A'(0, 0, 2)$, $B(3, 0, 0)$, $C(0, 4, 0)$. 2. $\angle BA'C = 75.64^\circ$. ד. פי 15.



3. בפירמידה SABCD שלפניכם נתונים קודקודי הבסיס
 $ABCD : A(-7, 8, 7), B(2, 5, 1), C(3, 4, 3)$ ו- $D(0, 5, 5)$.

א. הראו שמתקיים: $AB \parallel CD$.

ב. הראו שהבסיס ABCD הוא טרפז ישר זווית.

ג. חשבו את שטח הטרפז ABCD.

ד. נתון הקודקוד $S(5, 8, 4)$.

1. הראו שהמקצוע SC מאונך לבסיס ABCD.

2. האם מהסעיף הקודם ניתן להסיק שהפירמידה SABCD היא ישרה? הסבירו.

3. חשבו את נפח הפירמידה SABCD.

תשובות:

3 א. מתקיים: $\overrightarrow{AB} = (9, -3, -6)$ ו- $\overrightarrow{CD} = (-3, 1, 2)$, ולכן: $\overrightarrow{AB} = -3 \cdot \overrightarrow{CD}$. הווקטורים

קולינאריים, ומכאן שהקטעים AB ו-CD מקבילים. ב. לא קיים t שעבורו $\overrightarrow{AD} = t \cdot \overrightarrow{BC}$, לכן הווקטורים אינם קולינאריים, והקטעים AD ו-BC אינם מקבילים. מכאן נובע ש-ABCD טרפז. כמו כן ניתן למצוא את $\overrightarrow{BC}$, ולהראות שמתקיים: $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$. לכן $AB \perp BC$, והטרפז ABCD ישר זווית.

ג. 18.33. ד. 1. ניתן להראות שהווקטור $\overrightarrow{SC}$ מאונך לשני וקטורים כלשהם שאינם קולינאריים במישור

הבסיס ABCD ולהסיק שהוא מאונך לבסיס כולו. לדוגמה מתקיים: $\overrightarrow{SC} \cdot \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{SC} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$.

2. לא ניתן להסיק. בפירמידה ישרה מקצועות הצד שווים זה לזה, ולא ניתן להסיק זאת מהסעיף הקודם.

3. 28.

4. בתיבה שלפניכם הנקודה E היא מפגש אלכסוני הפאה CDD'C'.

$$\text{נסמן: } \overrightarrow{AA'} = \underline{w}, \overrightarrow{BC} = \underline{v}, \overrightarrow{AB} = \underline{u}$$

א. הביעו באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו- $\underline{w}$, במידת הצורך, את הווקטורים $\overrightarrow{CE}$ ו- $\overrightarrow{BD'}$.

ב. נתון שהנקודה F מקיימת: $\overrightarrow{BF} = \frac{1}{2} \overrightarrow{BD'}$.

1. הראו ש: $EF \parallel BC$.

2. האם $\overrightarrow{BC}$ מאונך ל- $\overrightarrow{CD'}$? הסבירו.

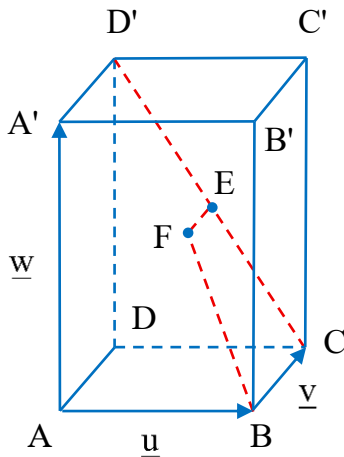
3. קבעו איזה מרובע הוא BCEF. הסבירו.

ג. נתון שבסיס התיבה ABCD הוא ריבוע, וגובה התיבה הוא 6.

נפח התיבה הוא 96. חשבו את:

1. האורכים $|\underline{u}|$ ו- $|\underline{v}|$.

2. אורך הווקטור $\overrightarrow{BF}$.



תשובות:

$$(4) \text{ א. } \overrightarrow{CE} = -\frac{1}{2} \underline{u} + \frac{1}{2} \underline{w}, \overrightarrow{BD'} = -\underline{u} + \underline{v} + \underline{w} \text{ ב. 1. בעזרת הנתון ניתן להראות ש: } \overrightarrow{EF} = -\frac{1}{2} \underline{v}$$

הווקטורים $\overrightarrow{EF}$ ו- $\overrightarrow{BC}$ הם קוליניאריים, ולכן הקטעים BC ו-EF, שאין להם נקודה משותפת, הם

מקבילים. 2. כן. בתיבה הנתונה מקצוע הבסיס BC מאונך למישור פאת הצד CDD'C', ולכן הוא

מאונך לכל הקטעים העוברים במישור, ובפרט ל- $\overrightarrow{CD'}$. 3. טרפז ישר זווית, מכיוון שהצלעות BC ו-EF

מקבילות אך אינן שוות באורכן, והבסיס BC מאונך לצלע CE. ג. 1. $|\underline{u}| = |\underline{v}| = 4$. 2. $\sqrt{17}$.

5. תיבה ממוקמת במערכת הצירים כך שהקודקוד D בראשית הצירים. הקודקודים A, C ו-D' נמצאים על החלקים החיוביים של ציר ה-x, של ציר ה-y ושל ציר ה-z בהתאמה, כמתואר בשרטוט.

נתון: $AD = 3$, $CD = 4$. נפח התיבה הוא 60.

א. מצאו את שיעורי הקודקודים A, B, C, D' ו-F.

ב. הנקודה E נמצאת על המקצוע CC' כך ש: $\overrightarrow{CE} = \frac{3}{5} \overrightarrow{CC'}$.

הנקודה F נמצאת על המקצוע DD' כך ש: $\overrightarrow{DF} = \frac{4}{5} \overrightarrow{DD'}$.

מצאו את שיעורי הנקודות E ו-F.

ג. הנקודה M (2, 4, 1) נמצאת על הפאה $BB'C'C$.

חשבו את הזווית $\angle FEM$.

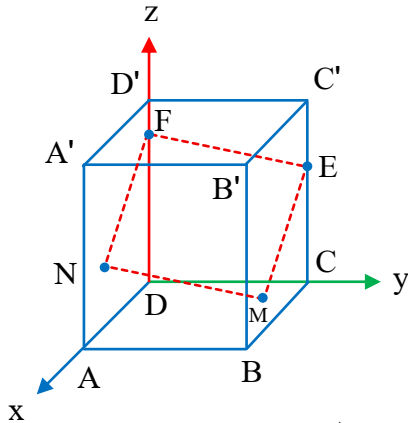
ד. הנקודה N נמצאת על הפאה $AA'D'D$ כך שהמרובע EFNم הוא מקבילית.

חשבו את שטחה של המקבילית EFNم.

תשובות:

5 א. $A(3, 0, 0)$, $C(0, 4, 0)$, $B(3, 4, 0)$, $C'(0, 4, 5)$, $D'(0, 0, 5)$. ב. $E(0, 4, 3)$.

ג. 99.87° . ד. 11.49. F (0, 0, 4)



6. בפירמידה המשולשת הישרה $SABC$ הבסיס ABC הוא משולש שווה צלעות.

נתון: $A(-1, 4, 3)$, $B(7, -2, 3)$. קודקוד הראש הוא $S(3, 1, -9)$.

א. האם ניתן למצוא את אורך מקצוע הצד CS ללא מידע נוסף על

שיעורי הקודקוד C ? אם כן, חשבו אותו. אם לא, הסבירו.

ב. הנקודה O נמצאת על הבסיס ABC כך שהקטע SO הוא

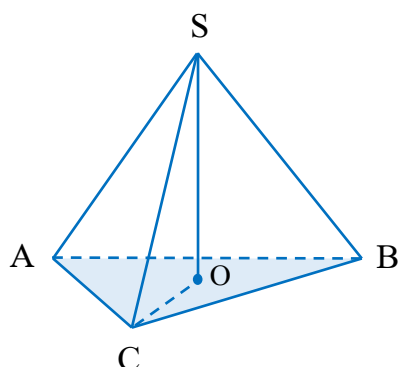
גובה הפירמידה. נתון: $CO = \sqrt{5}$. חשבו את:

1. אורך הגובה SO .

2. שטח הבסיס ABC .

3. נפח הפירמידה $SABC$.

4. גודל הזווית $\angle ASB$.



תשובות:

6 א. כן, $CS = 13$. הפירמידה ישרה, ולכן מקצועות הצד שווים באורכם. ניתן לחשב את אורך AS או

BS ולהסיק לגבי אורך מקצוע הצד CS . ב. 1. $\sqrt{164}$. 2. $\sqrt{1,875} = 43.3$. 3. 184.84 . 4. 45.24° .