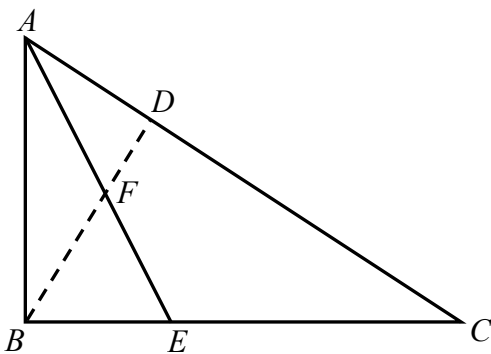


## תרגיל מסכם בגיאומטריה לסיום כיתה י' לתלמידי 5 יח': שטחים, תאלס, משפט חוצה זווית ודמיון בדגש על משפטים הפוכים

### מורים ותלמידים!

מטרתו של תרגיל זה היא לשלב את משפטי תאלס וחוצה זווית (הישרים וההפוכים) וחלק ממשפטי הדמיון בתרגיל אחד באופן אינטגרטיבי. בהתאם, תרגיל זה הוא מרובה סעיפים, חלקם סעיפי חשיבה וחלקם סעיפים שמטרתם להזכיר לתלמידים משפטים שבשגרה פחות נתקלים בהם לרבות משפטים הפוכים. על כן, התרגיל ארוך ואינו מיועד להיכלל בבחינה כלשהי, כי אם בעבודה בכיתה או במסגרת שיעורי הבית (ללא שימוש בטריגונומטריה).

**הנקודה E נמצאת על הצלע BC במשולש  $\triangle ABC$ . נסמן:  $AB = 6k, CE = 5k, BE = 3k, AC = 10k$ .**



- א. הוכח:  $AB \perp BC$ .
- ב. נתון: מבין כל הנקודות הנמצאות על היתר AC, הנקודה D היא הנקודה הקרובה ביותר לקודקוד B. הישרים BD ו-AE נחתכים בנקודה F. הוכח:  $\triangle ADF \sim \triangle ABE$ .
- ג. הבע באמצעות k את אורכי הקטעים:
  1. BD (חשב את שטח המשולש  $\triangle ABC$  בשתי דרכים).
  2. AD.
- ד. נתון: שטח המשולש  $\triangle ABE$  גדול ב-576 סמ"ר משטח המשולש  $\triangle ADF$ . מצא את ערכו של הפרמטר k.
- ה. מבלי לחשב אורכים נוספים, חשב את היחס:  $\frac{AF}{EF}$ .

- ו. האם נקודת מפגש התיכונים במשולש  $\triangle ABC$  עשויה להיות על אחד הישרים AE או BD. נמק.
- ז. האם ניתן לקבוע איזו מהזוויות  $\angle EAC < \angle ECA$  או  $\angle EAC > \angle ECA$  גדולה יותר? נמק ובמידה וניתן לקבוע - קבע.
- ח. הנקודה G נמצאת על הקטע CD כך ש:  $AG = 1.5CG$ . קבע האם הישרים BD ו-GE נחתכים או מקבילים. במידה והם נחתכים, נמק באיזה מאזורי השרטוט נקודת החיתוך. נמק.

### תשובות ונימוקים מקוצרים:

- א. נימוק: משפט פיתגורס הפוך.
- ב. נימוק: מהנתונים במשולש  $\triangle ABC$  עולה כי לפי משפט חוצה זווית הפוך, הישר AE הוא חוצה זווית ולכן:  $\angle BAE = \angle CAE$ . מהנתון נובע ש-BD גובה ל-AC ובהתאם מתקבל הדמיון לפי משפט ז.ז.
- ג. 1. מחישוב השטח באמצעות מחצית **מכפלת הניצבים** ובאמצעות מחצית **מכפלת הגובה BD בניצב**, מתקבלת התשובה:  $BD = 4.8k$ .
2. בעזרת משפט פיתגורס במשולש  $\triangle ABD$  מתקבלת התשובה:  $AE = 3.6k$ .
- ד. באמצעות יחס השטחים בין המשולשים הדומים הנתונים בסעיף מתקבל ששטח המשולש  $\triangle ABE$  הוא 900 סמ"ר ובהתאם התשובה:  $k = 10$ .
- ה. מיחס הדמיון שהוכחנו בסעיף ב' מתקבל שיחס היתרים: הוא  $\frac{AF}{AE} = \frac{3}{5}$  ולכן:  $\frac{AF}{EF} = \frac{3}{2}$ .
- ו. לא. מהחשובים ומהנתונים לגבי מיקומי הנקודות E ו-D על הצלעות, ניכר כי התיכונים מהקודקודים A ו-B בהכרח יעברו מימין לישרים הנתונים בסעיף.
- ז. כן. באמצעות משפט פיתגורס במשולש  $\triangle ABE$  ניתן לחשב את אורך היתר:  $AE = 67.08$  ס"מ.
- ח. כלומר, במשולש  $\triangle ACE$  הצלע AE ארוכה מהצלע CE ולכן הזווית  $\angle ECA < \angle EAC$  שמול AE גדולה יותר.
- ה. מחישוב היחסים, ניתן להראות כי במשולש  $\triangle AEG$  מתקיים משפט תאלס הפוך ולכן הם מקבילים.