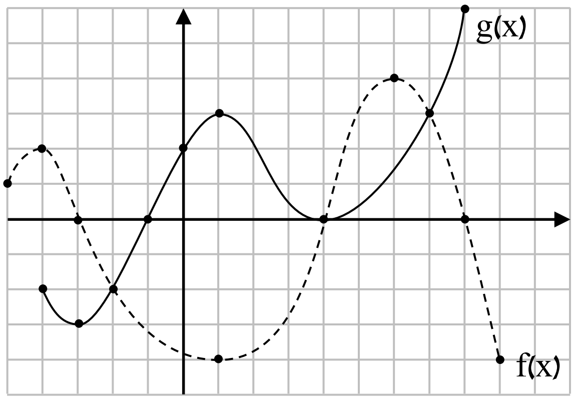
כיתה ט' - מבחן מסכם 1

פרק א': פונקציות (40%)



1. במערכת הצירים שלפניכם מופיעים:

גרף הפונקציה $g(x)$ בתחום: $-4\le x\le 8$

וגרף הפונקציה $f(x)$ בתחום: $-5\le x\le 9$.

א. מצאו את הערך המקסימלי של הפונקציה $f(x)$ בתחום הנתון.

ב. הקיפו את הנקודה **שאינה נמצאת** על גרף הפונקציה $g(x)$:

$A\ (1,3)$, $B\ (-3,-3)$, $C\ (1,-4)$.

ג. פתרו את המשוואות:

1. $g(x)=3$
2. $g(x)=f(x)$

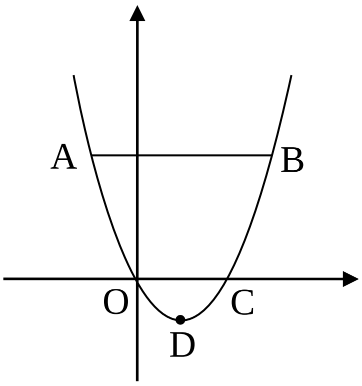
ד. לפניכם מספר טענות. הקיפו את **שתי הטענות הנכונות** לגבי התחום: $1<x<4$:

i. בתחום זה הפונקציה $f(x)$ שלילית והפונקציה $g(x)$ יורדת.

ii. בתחום זה הפונקציה $f(x)$ עולה והפונקציה $g(x)$ שלילית.

iii. בתחום זה ערכי הפונקציה $f(x)$ גדולים מערכי הפונקציה $g(x)$.

iv. בתחום זה ערכי הפונקציה $f(x)$ קטנים מערכי הפונקציה $g(x)$.



2. נתון גרף הפרבולה $f(x)=x^2-4x$. קדקוד הפרבולה בנקודה D.

הפרבולה חותכת את ציר ה-x בראשית הצירים O ובנקודה C.

א. מצאו את שיעורי הנקודות C ו-D.

ב. נתונה הפונקציה: $g(x)=f(x)+6$.

מצאו את תחום החיוביות של הפונקציה $g(x)$. נמקו.

הנקודות A ו-B נמצאות על גרף הפרבולה $f(x)$ כך שהישר AB מקביל לציר ה-x. שיעור ה-x של הנקודה A הוא 1-.

ג. חשבו את $f(-1)$.

ד. מצאו את:

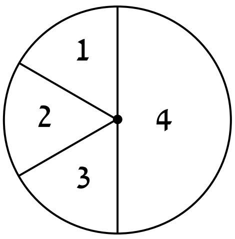
1. שיעורי הקדקוד B.
2. משוואת הישר BC.

ה. חשבו את שטח המשולש ΔABC .

פרק ב': מיומנויות אלגבריות והסתברות (30%)

3. פתרו את המשוואה שלפניכם, רשמו תחום הצבה והציגו את דרך הפתרון:

$$\frac{x}{x+7}=\frac{3}{2x+14}+\frac{11}{x^2-49}+\frac{x}{7-x}$$



4. רולטה מחולקת לארבע גזרות שאינן שוות כמתואר בשרטוט: כל אחת מהגזרות שעליהן רשומות הספרות 1, 2 ו-3 מהווה שישית משטח הרולטה והגזרה שעליה רשומה הספרה 4 מהווה מחצית משטח הרולטה.

א. יוליה סובבה את הרולטה מאות פעמים ומצאה שהספרה 2 התקבלה כ-100 פעמים. קבעו כמה פעמים, בערך, סובבה יוליה את הרולטה. נמקו.

נימוק: ____

____

ב. יובל סובב את הרולטה פעמיים. עבור כל היגד, הקיפו אם הוא נכון או שגוי ונמקו מדוע:

1. ההסתברות שקיבל פעמיים את הספרה 3 היא: $\frac{1}{36}$ נכון / שגוי

נימוק: ____

____

2. ההסתברות שקיבל ספרה זוגית ואחריה ספרה אי זוגית היא $\frac{1}{9}$. נכון / שגוי

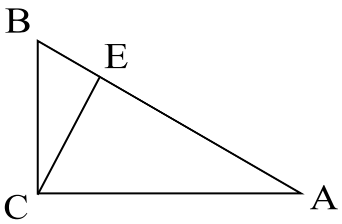
נימוק: ____

____

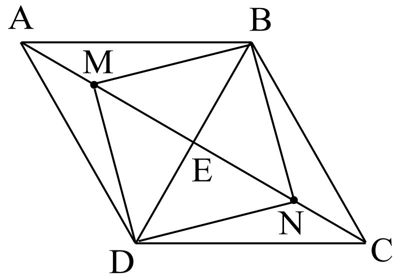
5. מהרטה רכשה שבע מעטפות: חלקן גדולות וחלקן קטנות.
כל המעטפות הגדולות עלו יחד 20 ש"ח.
כל המעטפות הקטנות עלו יחד 12 ש"ח.
נסמן באמצעות x את מחירה של מעטפה קטנה יחידה.
א. הביעו באמצעות x את מספר המעטפות הקטנות שנרכשו.
ב. נתון: מעטפה גדולה יקרה ב-1 ש"ח ממעטפה קטנה.
1. הביעו באמצעות x את מספר המעטפות הגדולות שנרכשו.
2. חשבו את מחירה של מעטפה קטנה.

פרק ג': גיאומטריה (30%)

6. במשולש ישר הזווית ΔABC הישר CE הוא הגובה ליתר AB.
נתון: $\sphericalangle ACE = 60°$.
א. חשבו את הזוויות $\sphericalangle CAE$ ו- $\sphericalangle CBE$.
ב. הסבירו מדוע מתקיים: $BC = 2BE$.
ג. הוכיחו: $AE = 3BE$.



7. נתון המעוין $ABCD$ שאלכסוניו נחתכים בנקודה E.
הנקודות M ו-N נמצאות על האלכסון AC.
הנקודה E היא אמצע הקטע MN.
א. הסבירו מדוע המרובע $MBND$ הוא מקבילית.
ב. נתון: $\sphericalangle BNE = 45°$. הוכיחו:
1. $BE = NE$.
2. המרובע $MBND$ הוא ריבוע.
ג. נתון: $\sphericalangle BAE = 30°$. נסמן: $NE = m$.
הקיפו את התשובה המתאימה להיות היקף המעוין $ABCD$.
i. $4m$ ii. $8m$ iii. $4m^2$ iv. $8m^2$



בהצלחה!

תשובות:

1) א. 4. **ב.** הנקודה C. **ג. 1)** $x=1,\ 7$. **2)** $x=-2,4,7$. **ד.** i ו-iv.

2) א. $D(2,-4)$, $C(4,0)$. **ב.** הפונקציה חיובית עבור כל x. **ג.** $f(-1)=5$. **ד. 1)** $B(5,5)$.

2) $y=5x-20$. **ה.** 15 יח״ר.

3) 1, 0.25-. תחום ההצבה: $x\neq 7,-7$.

4) א. 600 (הנימוק בפתרון המלא). **ב. 1)** נכון. **2)** שגוי.

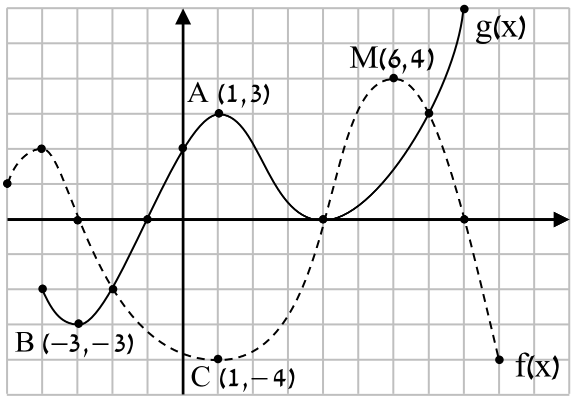
5) א. $\frac{12}{x}$. **ב. 1)** $\frac{20}{x+1}$. **2)** 4 ש״ח.

6) א. $\sphericalangle CAE=30^\circ$, $\sphericalangle CBE=60^\circ$.

7) ג. ii.

מבחן מסכם 1 - פתרון מלא

שאלה 1:



במערכת הצירים מופיעים:

גרף הפונקציה $g(x)$ בתחום: $-4 \le x \le 8$

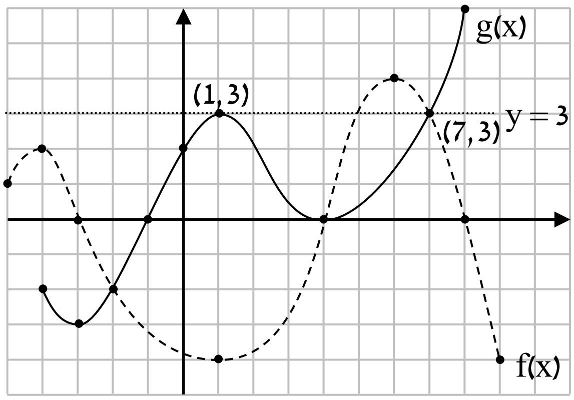
וגרף הפונקציה $f(x)$ בתחום: $-5 \le x \le 9$.

א. כדי למצוא את הערך המקסימלי של הפונקציה $f(x)$ נחפש את הנקודה <u>הגבוהה ביותר</u> שעל הגרף, כלומר הנקודה בעלת <u>שיעור ה-y הגבוה ביותר</u>. נקודה זו נמצאת ברביע הראשון ושיעוריה הם: $M(6,4)$. לכן הערך המקסימלי של הפונקציה $f(x)$ הוא: $\boxed{y_M = 4}$.

ב. כפי שניתן לראות בשרטוט הנקודות: $A\ (1,3)$ ו-$B\ (-3,-3)$ נמצאות על גרף הפונקציה $g(x)$ ואילו הנקודה $C\ (1,-4)$ נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$ <u>ואינה נמצאת על נמצאת על גרף הפונקציה $g(x)$</u>.

לכן הפתרון הוא: $\boxed{C\ (1,-4)}$.

ג. נפתור את המשוואות בעזרת הגרפים הנתונים:

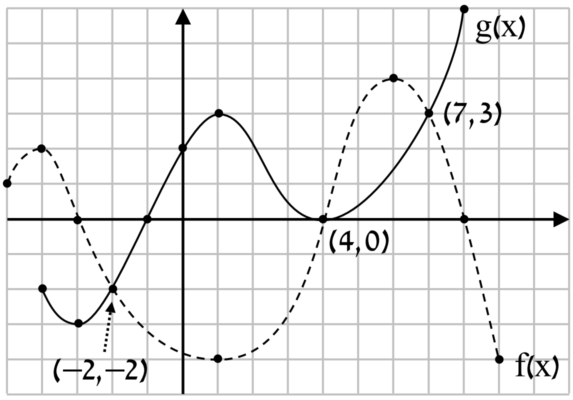


1. $g(x)=3$:

מחפשים אילו ערכי x יש להציב בפונקציה $g(x)$ כך ששיעור ה-y שיתקבל הוא 3. לכן פתרונות המשוואה הם שיעורי ה-x של כל הנקודות על גרף הפונקציה $g(x)$ ששיעור ה-y שלהן הוא $y = 3$.

כדי לזהות את הנקודות הללו בשרטוט נוסיף במערכת הצירים הנתונה את הישר $y = 3$ המייצג את <u>כל</u> הנקודות ששיעור ה-y שלהן הוא 3 ולאחר מכן נחפש את נקודות החיתוך המשותפות לו ולגרף הפונקציה $g(x)$.

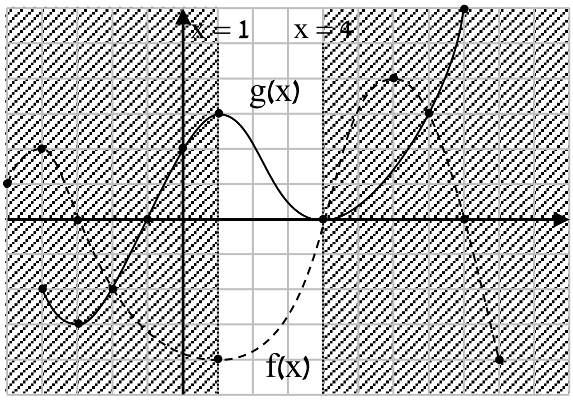
הנקודות המתאימות הן: $(1,3)$ ו-$(7,3)$ ולכן פתרונות המשוואה $g(x)=3$ הם: $\boxed{x=1}$ ו- $\boxed{x=7}$.



2. $g(x)=f(x)$:

מחפשים אילו ערכי x יש להציב בפונקציות $g(x)$ ו-$f(x)$ כך שיתקבלו שיעורי y זהים, כלומר נקודות על שני הגרפים שכשיעורי ה-x שלהן שווים גם שיעורי ה-y שלהן שווים. מכאן שפתרונות המשוואה הם שיעורי ה-x של כל נקודות החיתוך המשותפות לשני הגרפים.

הנקודות המתאימות הן : $(-2,-2)$, $(4,0)$ ו-$(7,3)$ ולכן פתרונות המשוואה $g(x)=f(x)$ הם : $\boxed{x=-2}$, $\boxed{x=4}$ ו-$\boxed{x=7}$.



ד. נתבונן בגרפים הנתונים בתחום $1<x<4$ ועבור כל טענה נקבע אם היא נכונה או שגויה :

i. בתחום זה הפונקציה $f(x)$ שלילית והפונקציה $g(x)$ יורדת: כפי שניתן לראות בשרטוט <u>הטענה נכונה</u>.

ii. בתחום זה הפונקציה $f(x)$ עולה והפונקציה $g(x)$ שלילית: ניתן לראות בשרטוט שהפונקציה $g(x)$ חיובית בתחום הנתון ולכן <u>הטענה שגויה</u>.

iii. בתחום זה ערכי הפונקציה $f(x)$ גדולים מערכי הפונקציה $g(x)$: ניתן לראות בשרטוט שגרף הפונקציה $g(x)$ נמצא כולו <u>מעל</u> גרף הפונקציה $f(x)$. נסיק שערכי הפונקציה $g(x)$ גדולים יותר בתחום הנתון ולכן <u>הטענה שגויה</u>.

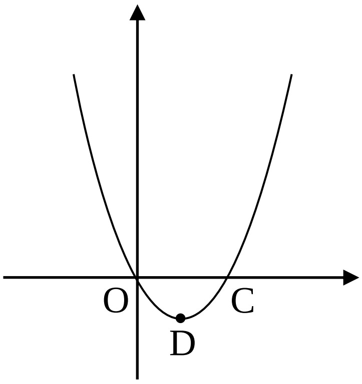
iv. בתחום זה ערכי הפונקציה $f(x)$ קטנים מערכי הפונקציה $g(x)$:

ניתן לראות בשרטוט שגרף הפונקציה $f(x)$ נמצא כולו <u>מתחת</u> לגרף הפונקציה $g(x)$.

נסיק שערכי הפונקציה $f(x)$ קטנים יותר בתחום הנתון ולכן <u>הטענה נכונה</u>.

לסיכום, שתי הטענות הנכונות הן : <u>i ו-iv</u>.

שאלה 2:



נתון גרף הפרבולה $f(x) = x^2 - 4x$. קדקוד הפרבולה בנקודה D.
הפרבולה חותכת את ציר ה-x בראשית הצירים O ובנקודה C.

א. הנקודה C היא נקודת החיתוך של הפרבולה עם ציר ה-x ששיעור ה-x שלה אינו 0 ולכן כדי למצוא אותה נשווה את הפונקציה ל-0 ונקבל:

$$f(x) = 0 \;\rightarrow\; x^2 - 4x = 0 \;\rightarrow\; x(x-4) = 0 \;\; /: x \neq 0$$
$$\rightarrow\; x - 4 = 0 \;\rightarrow\; x = 4$$

וכיוון ש-C נמצאת על ציר ה-x שיעור ה-y שלה הוא 0.

מכאן ששיעורי הנקודה C הם: $\boxed{C(4,0)}$.

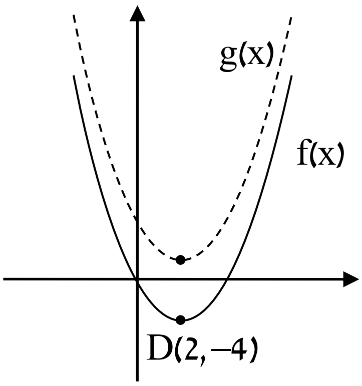
הנקודה D היא קדקוד הפרבולה ולכן נוכל להיעזר בנוסחה הבאה:

$$x_{\text{קדקוד}} = -\frac{b}{2a} \;\rightarrow\; x_D = -\frac{(-4)}{2 \cdot 1} = 2$$

כדי למצוא את שיעור ה-y של הנקודה נציב את שיעור ה-x שמצאנו בפונקציה:

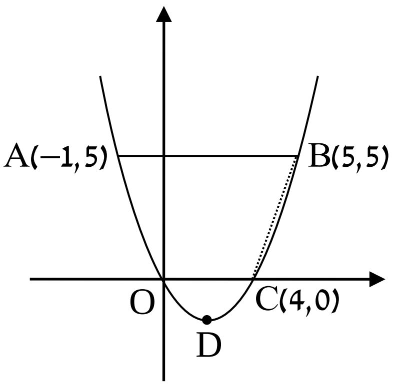
$$f(2) = (2)^2 - 4(2) \;\rightarrow\; f(2) = 4 - 8 \;\rightarrow\; f(2) = -4$$

מכאן ששיעורי הנקודה D הם: $\boxed{D(2,-4)}$.



ב. נתונה הפונקציה: $g(x) = f(x) + 6$. הפונקציה $g(x)$ מתקבלת מהעלאת ערכי הפונקציה $f(x)$ ב-6 יח', כלומר גרף הפונקציה $g(x)$ בעל צורה זהה לשל גרף הפונקציה $f(x)$ אך כיוון שערכי ה-y של $g(x)$ גדולים יותר הוא נמצא כולו מעל $f(x)$.
בסעיף א' ראינו ששיעור ה-y של קדקוד הפרבולה $f(x)$, הנקודה הנמוכה ביותר על הגרף במקרה המדובר, הוא $y = -4$. מכאן ששיעור ה-y של הנקודה הנמוכה ביותר על גרף הפונקציה $g(x)$ הוא $y = -4 + 6 = 2$.

מצאנו ששיעור ה-y של הנקודה הנמוכה ביותר על גרף הפונקציה $g(x)$ הוא חיובי ולכן בהכרח כל ערכי $g(x)$ חיוביים ותחום החיוביות של הפונקציה הוא כל x.



ג. הנקודות A ו-B נמצאות על גרף הפרבולה $f(x)$ כך שהישר AB מקביל לציר ה-x. שיעור ה-x של הנקודה A הוא 1-.

נחשב את $f(-1)$ בעזרת הצבה בפונקציה הנתונה:

$$f(-1)=(-1)^2-4(-1) \rightarrow f(-1)=1+4 \rightarrow \boxed{f(-1)=5}$$

מכאן ששיעורי הנקודה A הם: $A(-1,5)$.

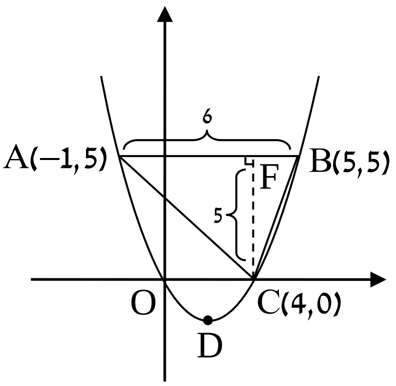
ד. 1. שיעור ה-y של הנקודה B זהה לשיעור ה-y של הנקודה A ולכן: $y_B=5$. נמצא את שיעור ה-x של הנקודה B בעזרת הצבה בפונקציה:

$$f(x)=5 \rightarrow x^2-4x=5 \rightarrow x^2-4x-5=0 \rightarrow (x-5)(x+1)=1$$
$$\rightarrow x=-1\ ,\ x=5$$

כיוון ש-$x=-1$ הוא שיעור ה-x של הנקודה A נסיק ששיעורי הנקודה B הם: $\boxed{B(5,5)}$.

2. כדי למצוא את משוואת הישר BC ראשית נמצא את שיפוע הישר ולאחר מכן נציב בנוסחה המתאימה:

$$m_{BC}=\frac{y_B-y_C}{x_B-x_C} \rightarrow m_{BC}=\frac{5-0}{5-4}=\frac{5}{1} \rightarrow m_{BC}=5$$
$$BC: y-y_C=m_{BC}(x-x_C) \rightarrow BC:\ y-0=5(x-4)$$
$$\rightarrow \boxed{BC:\ y=5x-20}$$



ה. נחשב את שטח המשולש ΔABC:

כיוון שהישר AB מקביל לציר ה-x, המרחק בין הנקודות A ו-B הוא ההפרש בין שיעורי ה-x שלהן. לכן אורך הבסיס AB הוא:

$$AB=x_B-x_A \rightarrow AB=5-(-1) \rightarrow AB=6$$

גובה המשולש פוגש את הבסיס AB בנקודה F ששיעור ה-y שלה, בדומה לשאר הנקודות על הישר AB, הוא 5. הישר FC מאונך ל-AB ולכן מקביל לציר ה-y. מכאן שהמרחק בין הנקודות F ו-C הוא ההפרש בין שיעורי ה-y שלהן. נסיק שאורך הגובה FC הוא:

$$FC=y_F-y_C \rightarrow FC=5-0 \rightarrow FC=5$$

כעת נחשב את שטח המשולש ΔABC בעזרת הנוסחה המתאימה:

$$S_{\Delta ABC}=\frac{AB\cdot FC}{2} \rightarrow S_{\Delta ABC}=\frac{6\cdot 5}{2} \rightarrow S_{\Delta ABC}=15$$

מכאן ששטח המשולש ΔABC הוא <u>15 סמ"ר</u>.

שאלה 3:

ראשית, נפרק לגורמים כל מכנה במשוואה $\frac{x}{7-x}+\frac{11}{x^2-49}+\frac{3}{2x+14}=\frac{x}{x+7}$.

ניעזר גם בנוסחת הכפל המקוצר: $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$ ונקבל:

$$\frac{x}{x+7}=\frac{3}{2(x+7)}+\frac{11}{(x+7)(x-7)}+\frac{x}{7-x}$$

נשים לב כי במכנה של השבר הימני ביותר $\left(\frac{x}{7-x}\right)$ מופיע הביטוי $7-x$. כדי להקל על מציאת מכנה משותף נרצה לכתוב את השבר כך שבמכנה יופיע $x-7$ ולשם כך ניעזר ב"טריק המינוס": נוציא מינוס כגורם משותף במכנה ונקבל: $\frac{x}{-(-7+x)}$ ולאחר סידור: $\frac{x}{-(x-7)}$ ולבסוף: $-\frac{x}{x-7}$.

המשוואה המסודרת היא: $\frac{x}{x+7}=\frac{3}{2(x+7)}+\frac{11}{(x+7)(x-7)}-\frac{x}{x-7}$.

קיבלנו כי המכנה המשותף הוא: $2(x-7)(x+7)$.

בשלב זה נמצא את תחום ההצבה של המשוואה, כלומר נדרוש כי המכנה המשותף יהיה שונה מ-0. נקבל:

$$2(x-7)(x+7)\neq 0$$

נתבונן בכל גורם במכפלה בנפרד ונקבל:

$$x-7\neq 0\ \rightarrow\ \boxed{x\neq 7}$$

$$x+7\neq 0\ \rightarrow\ \boxed{x\neq -7}$$

כעת נמשיך לפתור את המשוואה. נכפיל את שני אגפי המשוואה במכנה המשותף: $2(x-7)(x+7)$ ונקבל:

$$\frac{x}{x+7}=\frac{3}{2(x+7)}+\frac{11}{(x+7)(x-7)}-\frac{x}{x-7}\quad \Big/\cdot 2(x-7)(x+7)$$

$$\overset{2(x-7)}{\cancel{\frac{x}{x+7}}}=\overset{(x-7)}{\cancel{\frac{3}{2(x+7)}}}+\overset{2}{\cancel{\frac{11}{(x+7)(x-7)}}}-\overset{2(x+7)}{\cancel{\frac{x}{x-7}}}\quad\rightarrow\quad 2x(x-7)=3(x-7)+22-2x(x+7)$$

$$\rightarrow\ 2x^2-14x=3x-21+22-2x^2-14x\ \rightarrow\ 4x^2-3x-1=0$$

נפתור את המשוואה הריבועית בעזרת נוסחת השורשים $x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$:

$$x_{1,2}=\frac{3\pm\sqrt{(-3)^2-4\cdot4\cdot(-1)}}{2\cdot4}\rightarrow x_{1,2}=\frac{3\pm\sqrt{25}}{8}\rightarrow x_{1,2}=\frac{3\pm5}{8}$$

$$x_1=\frac{3+5}{8}\rightarrow x_1=\frac{8}{8}\rightarrow \boxed{x_1=1}\qquad x_2=\frac{3-5}{8}\rightarrow x_2=\frac{-2}{8}\rightarrow \boxed{x_2=-0.25}$$

אחרי פתרון המשוואה, יש לוודא שתחום ההצבה של המשוואה אינו פוסל את הפתרונות.

במקרה זה, תחום ההצבה $x\neq\pm7$ אינו פוסל את הפתרונות.

לסיכום, פתרונות המשוואה הם: $\boxed{x_1=1}$ ו- $\boxed{x_2=-0.25}$.

שאלה 4:

א. לפי הנתון הספרה 2 התקבלה כ-100 פעמים. נסמן ב-x את מספר הסיבובים שיוליה סובבה את הרולטה בסך הכל. כמו כן, נתון שהגזרה עליה רשומה הספרה 2 מהווה שישית משטח הרולטה.

מכאן, ההסתברות שהרולטה תעצור על גזרה זו היא: $\frac{1}{6}$. כלומר, 100 הפעמים בהן התקבלה הספרה 2 צפויות להיות שישית מ-x, שהוא סך כל הסיבובים.

נקבל את המשוואה: $\frac{1}{6}\cdot x=100$ ולאחר הכפלה ב-6 נקבל: $\boxed{x=600}$.

לכן, יוליה סובבה את הרולטה כ- 600 פעמים.

ב. יובל סובב את הרולטה פעמיים. כלומר, מדובר <u>בשני אירועים בלתי תלויים</u> שהתרחשו האחד אחר השני.
כדי לחשב הסתברות של שני אירועים בלתי תלויים, נכפול את ההסתברויות שלהם זו בזו.
נבדוק את נכונות ההיגדים:

1. ההיגד נכון. ההסתברות לקבל את הספרה 3 בסיבוב אחד של הרולטה היא $\frac{1}{6}$. כדי לחשב את ההסתברות שקיבל 3 בסיבוב הראשון <u>וגם</u> בסיבוב השני, נכפול את שתי ההסתברויות הללו ונקבל: $\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}=\frac{1}{36}$.

2. ההיגד שגוי. הספרות הזוגיות הן 2 ו-4 והן מכסות $\frac{1}{2}+\frac{1}{6}=\frac{2}{3}$ משטח הרולטה ולכן ההסתברות לקבל ספרה זוגית היא: $\frac{2}{3}$. הספרות האי-זוגיות הן 1 ו-3 והן מכסות $\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{1}{3}$ משטח הרולטה ולכן ההסתברות לקבל ספרה אי-זוגית היא: $\frac{1}{3}$. כדי לחשב את ההסתברות ששני האירועים הבלתי תלויים יקרו, נכפול את ההסתברויות שלהם ונקבל: $\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{3}=\frac{2}{9}$.

שאלה 5:

א. נסמן ב-x את מחירה של מעטפה קטנה. נתון כי כל המעטפות הקטנות עלו יחד 12 ש"ח. ניעזר בטבלה הבאה עבור המעטפות הקטנות:

כמות	מחיר ליחידה	עלות כוללת
	x	12

נזכור את הקשר: **כמות** * **מחיר ליחידה** = **עלות כוללת** ולאחר סידור נקבל: **כמות** = $\frac{\textbf{עלות כוללת}}{\textbf{מחיר ליחידה}}$.

נציב את הנתונים מהטבלה ונקבל כי כמות המעטפות הקטנות שנרכשו היא: $\boxed{\frac{12}{x}}$.

ב. 1. נתון כי מעטפה גדולה יקרה ב-1 ש"ח ממעטפה קטנה ולכן בהתאם לסעיף א', מחיר מעטפה גדולה הוא: $\boxed{x+1}$.

2. נתון כי <u>העלות הכוללת</u> של המעטפות הגדולות היא 20 ש"ח.
נמלא את הנתונים בטבלה:

כמות	מחיר ליחידה	עלות כוללת
	$x+1$	20

נביע, בדומה לסעיף א', את כמות המעטפות הגדולות שנרכשו: $\boxed{\frac{20}{x+1}}$.

לפי הנתון, מהרטה רכשה 7 מעטפות בסך הכל. נחבר את כמות המעטפות הקטנות שרכשה $\left(\frac{12}{x}\right)$
ואת כמות המעטפות הגדולות שרכשה $\left(\frac{20}{x+1}\right)$ ונקבל את המשוואה: $\frac{12}{x}+\frac{20}{x+1}=7$.

נכפול את שני האגפים במכנה המשותף $x(x+1)$ ונקבל:

$$\frac{12}{x}+\frac{20}{x+1}=7 \quad / \cdot x(x+1)$$

$$\overset{(x+1)}{\frac{12}{x}}+\overset{x}{\frac{20}{x+1}}=\overset{x(x+1)}{7} \quad \rightarrow \quad 12(x+1)+20x=7x(x+1)$$

$$\rightarrow \quad 12x+12+20x=7x^2+7x \rightarrow \quad 7x^2-25x-12=0$$

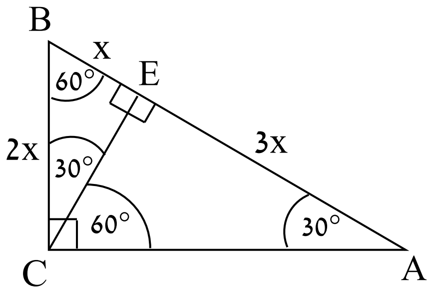
נפתור את המשוואה הריבועית בעזרת נוסחת השורשים $x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$:

$$x_{1,2}=\frac{25\pm\sqrt{(-25)^2-4\cdot7\cdot(-12)}}{2\cdot7}\rightarrow x_{1,2}=\frac{25\pm\sqrt{961}}{14}\rightarrow x_{1,2}=\frac{25\pm31}{14}$$

$$x_1=\frac{25+31}{14}\rightarrow x_1=\frac{56}{14}\rightarrow x_1=4 \qquad x_2=\frac{25-31}{14}\rightarrow x_2=\frac{-6}{14}\rightarrow \cancel{x_2=-\frac{6}{14}}$$

כיוון שלא ייתכן כי מחירה של מעטפה קטנה הוא שלילי, נפסול את הפתרון השלילי x_2 ונקבל כי מחירה של מעטפה קטנה הוא **4 ש"ח**.

שאלה 6:



א. נסמן את הנתונים בשרטוט ונחשב את כל הזוויות :

1)	$\sphericalangle ACB=90^\circ$	נתון שהמשולש ΔABC ישר זווית
2)	$\sphericalangle ACE=60^\circ$	נתון
3)	$CE\perp AB$	נתון שהישר CE הוא הגובה ליתר AB
4)	$\boxed{\sphericalangle CAE=30^\circ}$	סכום הזוויות במשולש ΔACE הוא 180°
5)	$\boxed{\sphericalangle CBE=60^\circ}$	סכום הזוויות במשולש ΔABC הוא 180°
	מש"ל א'	

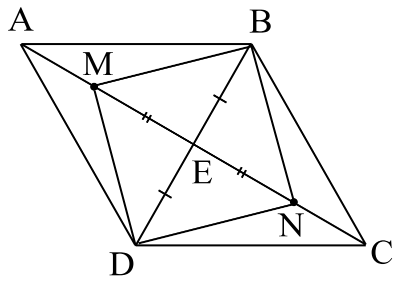
ב. נסביר מדוע מתקיים $BC=2BE$:

6)	$\sphericalangle BCE=30^\circ$	סכום הזוויות במשולש ΔBCE הוא 180°
7)	$BE=x$	סימון
8)	$BC=2x$	במשולש ישר זווית ΔBCE שזוויותיו $30^\circ,60^\circ,90^\circ$ הניצב שמול זווית ה- 30° שווה למחצית מאורך היתר
	מש"ל ב'	

ג. נוכיח $AE=3BE$:

9)	$AB=4x$	במשולש ישר זווית ΔABC שזוויותיו $30^\circ,60^\circ,90^\circ$ הניצב שמול זווית ה- 30° שווה למחצית מאורך היתר
10)	$AE=AB-BE=4x-x=3x$	חיסור קטעים. לפי (7) ו- (9)
11)	$AE=3BE$	לפי (7) ו- (10)
	מש"ל ג'	

שאלה 7:



נתון המעוין ABCD שאלכסוניו נחתכים בנקודה E.

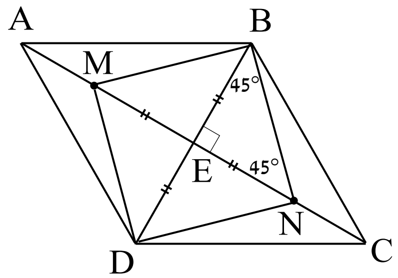
הנקודות M ו-N נמצאות על האלכסון AC.

הנקודה E היא אמצע הקטע MN.

א. נוכיח שהמרובע MBND הוא מקבילית:

1)	המרובע ABCD הוא מעוין	נתון
2)	$BE = DE$	אלכסוני המעוין ABCD חוצים זה את זה
3)	$ME = EN$	נתון שהנקודה E היא אמצע הקטע MN
4)	המרובע MBND הוא מקבילית	מרובע שאלכסוניו חוצים זה את זה - הוא מקבילית

מש"ל א'



ב.1. נוכיח שמתקיים $BE = NE$:

5)	$\sphericalangle BNE = 45°$	נתון
6)	$\sphericalangle BEN = 90°$	אלכסוני המעוין ABCD מאונכים זה את זה

סכום הזוויות במשולש ΔBEN הוא $180°$ ולכן נוכל לחשב:

$$\sphericalangle BEN + \sphericalangle BNE + \sphericalangle EBN = 180° \ \rightarrow\ 90° + 45° + \sphericalangle EBN = 180° \ \rightarrow\ \sphericalangle EBN = 45°$$

7)	ΔBEN משולש שווה שוקיים $\Downarrow$ $BE = NE$	אם במשולש יש שתי זוויות שוות אז המשולש הוא שווה שוקיים

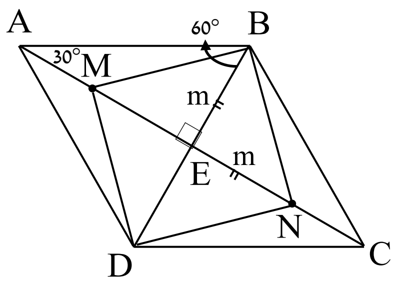
מש"ל ב'1

ב.2. נוכיח המרובע MBND הוא ריבוע:

8)	$ME = EN \ ,\ BE = DE$	לפי (2) ו-(3)
9)	$BE = NE$	לפי (7)
10)	$BE = DE = NE = ME$	כלל המעבר לפי (8) ו-(9)
11)	$BE \perp MN$	אלכסוני המעוין ABCD מאונכים זה לזה
12)	MBND הוא ריבוע	מרובע שאלכסוניו חוצים זה את זה, שווים זה לזה ומאונכים זה לזה - הוא ריבוע

מש"ל ב'2

ג. נבטא את היקף המעוין ABCD באמצעות הפרמטר m :



13) $NE = m$, $\measuredangle BAE = 30°$	נתון + סימון
14) $BE = NE = m$	לפי (9) ו-(13)
15) $\measuredangle ABE = 60°$	השלמה ל- $180°$ במשולש ΔABE
16) $AB = 2BE = 2m$	במשולש ישר זווית שזוויותיו $30°,60°,90°$ הניצב שמול זווית ה- $30°$ שווה למחצית מאורך היתר
17) $AB = BC = CD = AD = 2m$	צלעות המעוין ABCD שוות זו לזו

כעת נוכל לחשב את היקף המעוין :

$$P_{ABCD} = AB + BC + CD + AD = 2m + 2m + 2m + 2m \rightarrow P_{ABCD} = 8m$$

מכאן שהתשובה המתאימה היא : ii. 8m.

מש"ל ג'