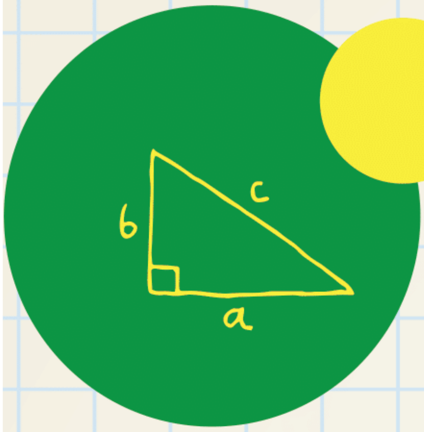
ארכימדס
פתרונות למידה



אסף לוי ערן שחר

בכיוון הנכון עם ארכימדס

כיתה ז'

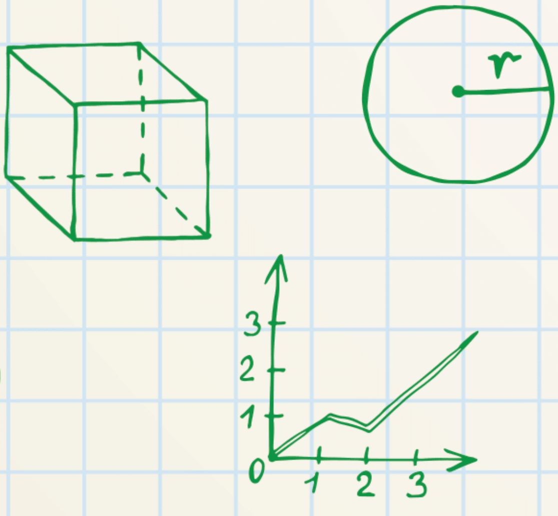
$\pi = 3{,}141592$

מדריך למורה - חלק ג'

$a + 0 = a$
$a - 0 = a$
$a \times 0 = 0$

התחום האלגברי

התחום הגיאומטרי



מהדורת
2023

אגף ספרי לימוד
באישור
משרד החינוך
אישור מס': 3421
אושר בתאריך: 05/2023

היכרות עם הספר חטיבון ז'

הספר חטיבון ז' נכתב כמענה לצורכי ההוראה העדכניים במתמטיקה בכיתה ז'. בשלושת כרכי הספר קיים מגוון רחב ועשיר של שאלות ותרגילים, כמענה לתלמידים **בכל רמות הלימוד**. הספר נכתב לאחר ביצוע סקר מקיף בקרב צוותי הוראה ב־120 חטיבות ביניים ולאחר שיח מעמיק עם כ־30 צוותי הוראה נוספים. כחלק מהתהליך בוצעו לימודי פיילוט של פרקים שלמים מהספר בקבוצות לימוד בחטיבות שונות ברחבי הארץ.

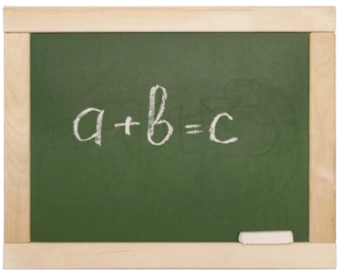
אילו עקרונות הנחו אותנו בכתיבת הספר?

- **מקצועיות:** הסברים "בגובה העיניים" המשלבים דוגמאות פתורות, התנסויות מוחשיות ושרטוטים צבעוניים המאפשרים למידה מעמיקה ונוחה בכיתה. סגנון הכתיבה של ההסברים מאפשר לתלמידים שנעדרו מהשיעור ולהוריהם להשלים את החסר בכוחות עצמם.
- **הדרגתיות**: כל פרק נפתח בשאלות ברמת הבסיס המאפשרות לכיתה "נחיתה רכה". עם התקדמות הפרק רמות המורכבות והקושי עולות בהדרגה. בסיום הפרק מופיעות שאלות המיועדות לתלמידים מיומנים ולכיתות מתקדמות.
- **עקרון הספירלה:** התלמידים נחשפים לאותו נושא או רעיון מתמטי אשר חוזר ומהדהד שוב ושוב בפרקים מתקדמים יותר כדי לאפשר לתלמידים הרחבה, אינטגרציה וגיבוש. בכל חשיפה מתווסף רובד נוסף של העמקה לצורך פיתוח הדרגתי של פרספקטיבה מתמטית רחבה על כלל הנושאים.
- **אוריינות מתמטית ורלוונטיות לחיי היום־יום:** בפרקים מופיעות שאלות אוריינות רבות המציגות סוגיות מן המציאות. מטרתן לפתח את היכולת של התלמידים להבין בעיה מורכבת מעולם המציאות, לזהות כיצד המתמטיקה יכולה לסייע בפתרונה, ולבנות תוכנית מסודרת לפתרון.

- **נגישות לתלמידים ולמורים:** הספר צבעוני, מרווח, מזמין ונעים לעין.

אילו עקרונות הנחו אותנו בכתיבת המדריך למורה?

- **תכליתיות:** ציפייה מרכזית שעלתה בשיח עם צוותי ההוראה היא הצורך במדריך תכליתי, ממוקד ונוח לשימוש, כדי שלא להכביד ולהעמיס על צוותי ההוראה במהלך ההכנה לשנת הלימודים ולשיעורים עצמם. לפיכך בחרנו לעסוק במדריך בנושאים ובשאלות שלהבנתנו נכון להתעמק בהם. בכל פרק יופיע פתרון מלא ומפורט לשאלות העמקה אלו.
- **ההמלצה שלנו - ההחלטה בידי המורה:** במדריך מתווה מומלץ לסדר הלימוד והמלצות שלנו לאופן שבו כדאי להציג את הנושא ולתרגל אותו לאורך הפרק. צוותי ההוראה, לאור ניסיונם ומתוך היכרותם עם הכיתות, יוכלו לבחור אילו המלצות ברצונם לאמץ.



כיצד בנויים הכרכים של חטיבון ז'?

בספר מופיע **כל החומר הכלול בתוכנית הלימודים** במתמטיקה לכיתה ז'. שלושת הכרכים א', ב' וג' נכתבו בהתאם לשלושת הסבבים 1, 2 ו-3 במבנה הספיראלי של תוכנית הלימודים בכיתה ז'. בהתאם, הכרכים עוסקים בתחומים החשבוני, האלגברי והגיאומטרי. הפרקים המשתייכים לאותו תחום מופיעים ברצף, כדי לאפשר לצוותי ההוראה גמישות בבחירת מתווה הלימודים. **הסדר שלפיו אנו ממליצים ללמד** את הנושאים בכל כרך מופיע בתרשימי התקדמות הלימוד במדריך זה, בהקדמה לכל כרך.

בין פרקי הלימוד מופיעים עמודי תרגול בשם **'עצירה להתרעננות'**. עמודים אלו הם הזדמנות לתרגל בקצרה נושאים שנלמדו מספר שבועות קודם לכן. כחלק מהמבנה הספירלי של הספר, עמודים אלו מאפשרים לתלמידים "לשמור על הגחלת" של נושאים קודמים, אשר עתידים להופיע שוב בפרקים הבאים.

בסיום כרך ג' מופיעות **6 הערכות מסכמות** במתכונת של מבחן שנתי מסכם, לשימוש בכיתה או בעבודת הקיץ.

כיצד בנויים הפרקים בספר?

כל פרק נפתח במסגרות צהובות ובהן מוצגים הנושאים שבהם יעסוק הפרק, הסברים, מונחים, דוגמאות פתורות, שרטוטים והתנסויות מוחשיות. אנו ממליצים להציג בפני הכיתה את כל הדגשים והמונחים המופיעים במסגרות הצהובות, לפי הסדר שבו הם מופיעים, מכיוון שהתלמידים יידרשו להשתמש בהם בהמשך הפרק.

לאחר ההסברים יופיעו שאלות ראשונות ברמת הבסיס, המאפשרות לכיתה "נחיתה רכה" בנושא החדש. עם התקדמות הפרק רמות המורכבות והקושי עולות בהדרגה.

בהמשך הפרק יופיעו מסגרות צהובות נוספות, עם הסברים, חידודים, הבהרות ודוגמאות. כל המידע המופיע בהן כלול בתוכנית הלימודים.

בפרקים מופיעות מסגרות כחולות להעשרה בנושאים שונים הקשורים בהיסטוריה של המתמטיקה ובתפקיד שהיא ממלאת בעולם, לצד חידות, מבזקי "הידעת?" וכיו"ב. המסגרות הכחולות נועדו לעורר בתלמידים סקרנות ועניין. המידע המופיע בהן **אינו כלול בתוכנית הלימודים**, וההחלטה אם להציג אותו בפני הכיתה היא לפי שיקול הדעת של המורה.

בחלקו האחרון של כל פרק מופיעות שאלות המיועדות לתלמידים מיומנים ולכיתות מתקדמות.

הפרקים מסתיימים במסגרת צהובה של סיכום הפרק.

אילו סימונים כדאי להכיר בספר?

מרבית השאלות בספר מיועדות לרמת הכיתה. כדי להקל על המורה בסיווג השאלות, בחרנו באיורים הבאים:

שאלות המסומנות באיור  דורשות שימוש במחשבון.

שאלות המסומנות באיור  הן שאלות העמקה שיש בהן הזדמנות לתובנה מעניינת או להיבט ייחודי.

שאלות המסומנות בכוכבית (*) מיועדות לתלמידים מיומנים ולכיתות מתקדמות.

שאלות המסומנות באיור  מיועדות לתלמידים מיומנים במיוחד המעוניינים באתגר משמעותי.

מה כדאי לדעת לגבי סדר הלימוד המומלץ?

- לאור השיח עם צוותי ההוראה, בחרנו לפתוח את השנה עם הנושאים החשבוניים - פעולות החשבון וסדר פעולות החשבון - **כגשר בין לימודי בית הספר היסודי לבין לימודי החטיבה**. פרקים אלו מאפשרים למורה היכרות ראשונית עם רמת המיומנות של הכיתה ומיפוי ראשוני של הקשיים בכיתה.
- לאורך מרבית השנה, אנו ממליצים ללמד **לכל היותר שני נושאים במקביל**. זאת, כדי לאפשר לתלמידים, במיוחד למתקשים שבהם, למידה ממוקדת ועקבית יותר.
- אנו ממליצים ללמד את הנושא **משוואות** לאחר שהכיתה עסקה בפעולות החשבון במספרים מכוונים. עם זאת, לטובת צוותי הוראה המעדיפים ללמד קודם משוואות ללא מספרים שליליים, פרק המשוואות בנוי כך שמשוואות שיש בהן מספרים שליליים מופרדות וניתן לדלג עליהן בשלב הראשון.
- נושאי רוחב שנלמדו בבית הספר היסודי - **שברים פשוטים, מספרים עשרוניים ואחוזים** - מופיעים בפרקי הספר השונים. בחרנו לעסוק בספר זה באחוזים "מהחיים" - 25%, 75% וכפולות של 10%. זאת, מכיוון שחישובים מורכבים יותר עם אחוזים כלולים בתוכנית הלימודים בכיתה ח'.

אילו חומרי לימוד מלווים את הלמידה בספר חטיבון ז'?

- באתר '**הוצאת ארכימדס**', בעמוד של הספר חטיבון ז', זמינות לתלמידים ולמורים חוברות לתרגול נוסף לפי פרקי הספר. החוברות יעודכנו מדי תקופה בהתאם לצורכי צוותי ההוראה בשטח. הגישה בקישור https://bit.ly/3UFJhmi או בסריקת הברקוד משמאל.
- באתר '**מתמטיקורס**', בעמוד של הספר חטיבון ז', זמינים לתלמידים ולמורים סרטונים קצרים ותכליתיים עם הסברים ודוגמאות של החומר הלימודי מחטיבון ז'. הגישה בקישור https://bit.ly/3S7Zi2K או בסריקת הברקוד משמאל.

אילו אתרים ברשת יוכלו לסייע לי בהוראה בכיתה ז׳?

- תוכנית הלימודים במתמטיקה לכיתה ז׳ בקישור https://bit.ly/3BJZXQI.
- פינת המפמ״ר במתמטיקה בקישור https://bit.ly/3LGuLq3.
- תיק תוכניות לימודים לעובדי הוראה (לכיתה ז׳) בקישור https://bit.ly/3BA1PeI.
- המרכז הארצי למורים למתמטיקה בחינוך העל יסודי בקישור https://bit.ly/3ScEo2q.
- קמפוס IL במתמטיקה בקישור https://bit.ly/3dCOSJs.

ברצוננו להודות ...
לד״ר ענת שילה עבור הייעוץ הפדגוגי.
לד״ר עדי בן-צבי עבור הייעוץ המקצועי.
לסרור אסעד על הסיוע בכתיבת השאלות.
לאורית מסינגר עבור העריכה הלשונית.
לקארין קופרמן על הייעוץ הגרפי.
לדניאל בויאנז׳ו, ליוחאי לוי ולליאם נמדר עבור העריכה.
לנועם פרץ, לעדן עמבר, לעומר קדרון, לדרור ישראלי, לניר קסטוריאנו, לגיא סמו, לעומרי ביטון, לעמית מוסלי וליואב שקוף עבור תרומתם בהגהה המקצועית ועבור הסיוע בבדיקת ההסברים והשאלות בספר.
לליטל דבש-אשכנזי עבור תרומתה היצירתית בהכנת הכריכה של הספר.
ליואב בלוך עבור סיועו בהבאת הספר לדפוס.

בהצלחה!
אסף לוי וערן שחר
חולון, ספטמבר 2022

תוכן עניינים - חטיבון ז' - כרך ג'

סבב 3

תחום אלגברי

תחום גיאומטרי

סבב 3 - תרשים סדר הלימוד

לפניכם המלצתינו לסדר הלימוד בסבב 3 בכרך ג' של חטיבון ז'.
לצד כל משבצת מופיע מספר שעות הלימוד המומלץ.
סדר הלימוד **מאפשר להתקדם במקביל בשני התחומים - האלגברי והגיאומטרי -** בקצב לפי בחירת המורה.

תחום אלגברי
משוואות ושאלות - 20 שעות, פונקציות - 18 שעות

	שעות
פרק 33: גרפים שימושיים	5 ש'
פרק 34: מבוא לפונקציות	5 ש'
פרק 35: עלייה וירידה של פונקציה	4 ש'
פרק 36: קצב הִשְׁתַּנּוּת של פונקציה	4 ש'
פרק 37: משוואות מתקדמות ושאלות מילוליות	20 ש'

תחום גיאומטרי
10 שעות

	שעות
פרק 38: סכום הזוויות במשולש וחוצה זווית במשולש	4 ש'
פרק 39: סכום הזוויות במרובע ובמצולע כללי	2 ש'
פרק 40: אורך הצלעות במשולש	1 ש'
פרק 41: מנסרה ישרה משולשת	3 ש'

הערכות מסכמות

הערכה מסכמת 1
הערכה מסכמת 2
הערכה מסכמת 3
הערכה מסכמת 4
הערכה מסכמת 5
הערכה מסכמת 6

פרק 33 - גרפים שימושיים

מה נלמד בפרק זה?

- נלמד מהו **גרף**.
- נכיר שני סוגי גרפים: **גרף בדיד וגרף רציף**.
- נראה כיצד ניתן להשתמש בגרף כדי לייצג אוסף נתונים ולפתור מגוון בעיות.

שעות לימוד מומלצות לפרק זה: 5 שעות.

מהי המטרה המרכזית בפרק? היכרות עם סוגי גרפים שונים ועם השימוש בהם.

על אילו נושאים קודמים נחזור בפרק?

- מערכת הצירים.
- משתנים וביטויים אלגבריים.

מה חשוב לי לדעת?

- **מומלץ שפרק זה יילמד לאחר סיום הפרקים של סבב 2.**
- יש להציג בכיתה את הכתוב במסגרות הצהובות - מונחים, הסברים ודוגמאות - לפי סדר הופעתן.
- לאורך הפרק יוצגו באופן הדרגתי סוגי גרפים שונים. לאחר שסוג חדש של גרף הוצג, יופיעו שאלות העוסקות באותו סוג.

לאילו נקודות כדאי לי לשים לב במהלך הפרק?

- הפרק נפתח בהגדרה של המושג "גרף" ובדוגמה פשוטה אשר מהווה גשר לנושא "מערכת הצירים".

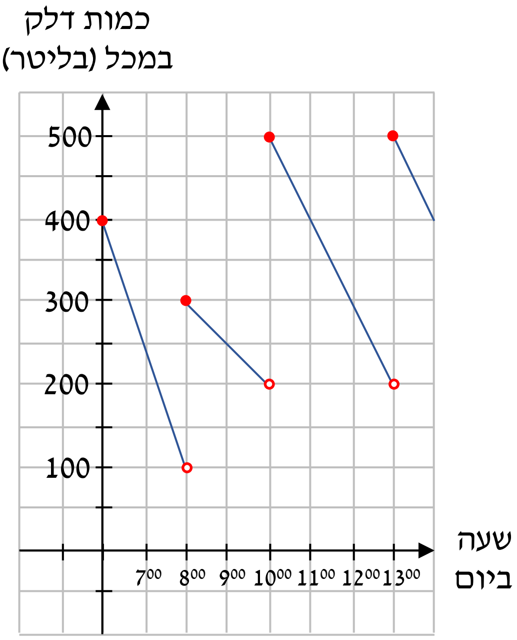
- התלמידים נחשפים **לגרף בדיד** ועוסקים בו בשאלות 1-8.
בשאלות 5-6 נשתמש באותה מערכת צירים כדי להציג שני גרפים במקביל.

- **בשאלה 7** סעיף ד' **עוסק בשגיאה נפוצה של תלמידים בהקשר של גרף בדיד**. התלמידים נדרשים לזהות שבגרף הנתון, בעוד שהוא גרף בדיד, הרי שציר ה־x שלו מייצג משתנה רציף - משקל (ק"ג). לפיכך, קיימים ערכי x נוספים שאינם מספרים שלמים עבור נקודות **שאינן מסומנות** במערכת הצירים, והם **בעלי משמעות מציאותית**. מומלץ שלא לדלג על שאלה זו.

- דוגמה 2 בעמוד 7 עוסקת בגרף בדיד שבו יש **משמעות גם לערכי ה־x הנמצאים בין ערכי ה־x המסומנים על הציר**. מומלץ לקיים בכיתה דיון על ההבדל בין גרף זה לבין הגרפים הקודמים שבהם לא הייתה משמעות לערכי ה־x הנמצאים בין ערכי ה־x המסומנים על הציר. מומלץ לבקש מהתלמידים להציע רעיונות משלהם למדידות במערכת צירים שבחלקן **יש משמעות** לערכי ה־x הנמצאים בין ערכי ה־x המסומנים על הציר (לדוגמה, כאשר ציר ה־x מייצג טמפרטורה, משקל, זמן וכיו"ב), ובחלקן **אין משמעות** (לדוגמה, כשציר ה־x מייצג שכבת לימודים בבית הספר, יום בחודש, סוג של צבע וכיו"ב).
שאלות 12-9 עוסקות בגרפים רציפים שבהם יש משמעות לאותם ערכי x.
בשאלות 10 ו־11 מומלץ לחלק את הכיתה לזוגות, ולבקש מהתלמידים לפתור את השאלה תוך שיח ודיון ביניהם.

- דוגמה 4 בעמוד 12 מציגה לראשונה את השימוש בגרף כדי להציג תנועה ממקום למקום לאורך זמן. שימוש בגרפים למטרה זו הוא בעל חשיבות רבה בלימודי המתמטיקה בחטיבה ובתיכון ולכן מומלץ להקדיש תשומת לב להבהרה של האופן שבו השינוי במקום לאורך פרקי זמן בא לידי ביטוי בגרף.
בשאלות 19-13 התלמידים נדרשים להתמודד עם גרפים שונים בהתאם "לסיפורים" מגוונים.
בשאלות 17-16 התלמידים נדרשים לשרטט בעצמם את הגרף לפי הטבלה הנתונה בשאלה.

- **שאלה 19** היא שאלת העמקה המיועדת **לתלמידים מיומנים ולכיתות מתקדמות**. בשאלה מופיע גרף **שאינו רציף** והוא מחולק לקטעים שבקצותיהם יש "נקודה ריקה או מלאה". מומלץ לאפשר לתלמידים להתמודד עם הבנת הגרף **ללא הקדמות**. אם יתקשו להתמודד עם הנקודות, נסביר להם את משמעותן:
כאשר הנקודה **מלאה** - היא חלק מהקטע כפי שהתלמידים ראו בגרפים קודמים.
כאשר הנקודה **ריקה** - המשמעות היא שעבור אותו ערך x, **לא קיים ערך y מתאים בנקודה זו**. וכן, שעבור ערך x זה, ערך ה־y המתאים **נמצא בנקודה המלאה בעלת אותו ערך x**.



- **שאלות 21-20** הן שאלות העמקה מדורגות המיועדות **לתלמידים מיומנים ולכיתות מתקדמות**. בשאלות אלו התלמידים משלבים משתנים וביטויים אלגבריים בעבודה עם גרפים. מומלץ להדגיש לתלמידים ש**בעזרת גרף ניתן לזהות חוקיות ולהציג אותה בעזרת משתנים וביטויים אלגבריים**.

- **שאלה 22** היא **שאלת אתגר מדורגת** המיועדת **לתלמידים מיומנים ולכיתות מתקדמות**. התלמידים נדרשים להתמודד עם **גרף שאינו רציף** ומחולק לקטעים, בדומה לשאלה 19. מומלץ להדגיש בפניהם ש**בעזרת גרף ניתן לזהות חוקיות כלשהי ולהציג אותה בעזרת משתנים וביטויים אלגבריים**.

- **שאלות 23-27 הן שאלות אוריינות ושייכות למדור "המתמטיקה בחיי היום־יום" שמטרתו להציג בפני הכיתה כיצד החומר הלימודי רלוונטי לחיי היום־יום ומתכתב עם המציאות עצמה. שאלות אלו מעניקות לחוויית הלמידה משמעות מעבר לפיתוח המיומנות המתמטית.** בשאלות אוריינות אלו התלמידים נדרשים להבין סוגיה מציאותית, ולהיעזר בחומר הנלמד בפרק כדי לפתור אותה. יש להדגיש לתלמידים ששאלות מסוג זה דורשות תשומת לב רבה **וקריאה סבלנית של "הסיפור"**.

בכל שאלה **מופיעים גרפים או נתונים אמיתיים** והתלמידים נדרשים לחקור אותם. מומלץ לפתור את **שאלות 23-25** עם הכיתה כולה. **שאלות 26-27** מיועדות **לתלמידים מיומנים ולכיתות מתקדמות** מכיוון שנדרשת בהן יכולת גבוהה יותר של הסקה ושל אינטגרציה בין מידע המופיע בטבלה לבין גרפים שונים.

פרק 34 - מבוא לפונקציות

מה נלמד בפרק זה?

- נכיר את המושג **פונקציה**.
- נכיר ייצוגים שונים של פונקציה: טבלה / גרף / ביטוי אלגברי / תיאור מילולי.
- נלמד לעבור בין הייצוגים כשהמעבר אפשרי.
- נלמד מהו **תחום הגדרה** של פונקציה.

שעות לימוד מומלצות לפרק זה: 5 שעות.

מהי המטרה המרכזית בפרק? היכרות עם המושג פונקציה ועם ייצוגים שונים של פונקציה.

על אילו נושאים קודמים נחזור בפרק?

- מערכת צירים.
- גרפים שימושיים.
- משתנים וביטויים אלגבריים.

מה חשוב לי לדעת?

- **מומלץ שפרק זה יילמד לאחר פרק 33 "גרפים שימושיים", בהתאם לתרשים סדר הלימוד.**
- פרק זה מהווה את היסוד לנושא הפונקציות שבו התלמידים יעסקו בלימודי המתמטיקה בשנים הבאות.
- בחרנו לסמן את כל הפונקציות בעזרת האות y ללא הסימון $f(x)$. זאת, כדי שלא לבלבל את התלמידים עם סימונים שונים, וכיוון שבכיתה ח' התלמידים ייחשפו לסימון הפונקציה בעזרת $f(x)$.
- יש להציג בכיתה את הכתוב במסגרות הצהובות - מונחים, הסברים ודוגמאות - לפי סדר הופעתן.

לאילו נקודות כדאי לי לשים לב במהלך הפרק?

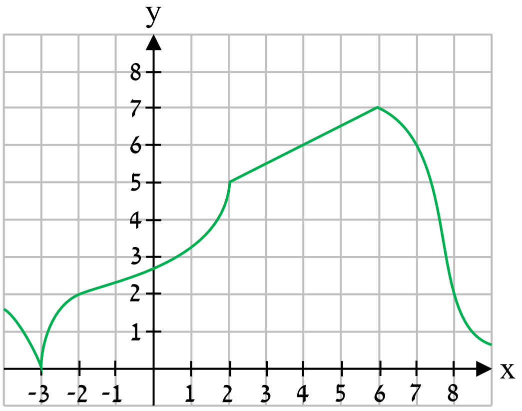
- הפרק נפתח בהמחשה מתחום הגיאומטריה: מציאת הקשר בין אורך הצלע של משולש שווה צלעות לבין היקפו. בחרנו בגיאומטריה **כנקודת התחלה מוחשית** ומוכרת עבור התלמידים, שבה הקשר בין שני המשתנים הוא מוכר ופשוט.
- לאחר המחשה זו מופיעה **הגדרת הפונקציה** בעמוד 30. החל מנקודה זו והלאה, בפרקי הפונקציה בספר זה יוצגו **מונחים חדשים** (תחום, טווח וכיו"ב). מומלץ להקפיד ולהשתמש ככל האפשר במונחים אלו במהלך פתרון השאלות, כך שמונחים אלו יהיו בשימוש שגור של התלמידים עצמם בשיח המתמטי בכיתה.

- **שאלות 2-5** מציעות פונקציות מעולם המציאות ומאפשרות לתלמידים לחקור את גרף הפונקציה ולזהות קשרים שונים בין ערכי ה־x לבין ערכי ה־y. מומלץ להדגיש לתלמידים ששאלות מסוג זה דורשות תשומת לב רבה **וקריאה סבלנית של "הסיפור"**.

- **בשאלה 4** מומלץ לחלק את הכיתה לזוגות, ולבקש מהתלמידים לפתור את השאלה תוך שיח ודיון ביניהם.

- **המסגרת הצהובה בעמוד 35** מציגה את המונח **"ערך הפונקציה"**. **שאלות 6-7** עוסקות במונח זה. מומלץ לבקש מהתלמידים להשתמש במונח זה מנקודה זו והלאה במסגרת השיח המתמטי בכיתה.

- בשאלה 7 סעיף ז' **עוסק בשגיאה נפוצה של תלמידים בהקשר של חיוביות ושליליות של פונקציה**. התלמידים נדרשים להתייחס בסעיף זה לערכי ה־y של הפונקציה כדי לקבוע מהם תחומי החיוביות והשליליות שלה. למעשה, הפונקציה חיובית עבור כל ערכי ה־x מלבד $x=-3$ והיא אינה שלילית עבור ערך x כלשהו. בצלאל טועה ומתייחס בטענתו לחיוביות ולשליליות של ערכי ה־x. מומלץ שלא לדלג על שאלה זו.



- **המסגרת הצהובה בעמוד 36** עוסקת **בנקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים**. לאור **הבלבול המוכר** בקרב תלמידים לגבי מיקום הספרה 0 כערך ה־x או כערך ה־y בנקודות החיתוך עם הצירים, **מומלץ לעשות עם התלמידים חזרה על הנושא, ולבקש מהם שיציעו נקודות חיתוך משלהם - עם ציר ה־y בנפרד ועם ציר ה־x בנפרד**. זאת, כדי לוודא שהם זוכרים אם המספר 0 נכתב כמספר השמאלי או כמספר הימני בזוג הסדור של הנקודה. **שאלות 8-9** עוסקות בנושא זה. מומלץ לבקש מהתלמידים להשתמש במונח 'זוג סדור' מנקודה זו והלאה במסגרת השיח המתמטי בכיתה.

- **בעמוד 37** מופיעה לראשונה בפרק זה **טבלת ערכים חלקית**. מומלץ להזכיר לתלמידים שטבלאות ערכים מסוג זה הופיעו כבר בתרגילים בבית הספר היסודי ובפרקים שונים בכיתה ז'. מומלץ להסביר שבפרק זה נוכל להיעזר בטבלת הערכים כדי לקבל מידע על פונקציה, או להיפך. **שאלות 10-21** עוסקות **בטבלת ערכים חלקית ברמת קושי עולה**.

- **שאלה 12** היא שאלת **העמקה לכל הכיתה** שבה התלמידים נדרשים להסיק שייתכנו אין־סוף ערכי x המתאימים לאותו ערך y.

- **שאלה 14** היא שאלת **העמקה לכל הכיתה** שבה התלמידים לראשונה עוסקים **במציאת משוואה המייצגת את הקשר שבין ערכי ה־x וה־y בפונקציה**. בשלב זה, טרם הצגנו את המשוואה כייצוג אלגברי של פונקציה באופן רשמי, סעיף ד' מופיע כסעיף חשיבה. בסעיף זה התלמידים יוכלו גם להסיק שמשוואות שונות עשויות לתאר את אותה פונקציה (משוואות iii ו־iv). סעיף ה' **עוסק בשגיאה נפוצה של תלמידים** כאשר הם בודקים אם נקודה כלשהי מתאימה אלגברית למשוואה המתארת את הפונקציה, אך אינם שמים לב ששיעורי הנקודה אינם מתאימים לממד **המציאותי** של תוכן השאלה. במקרה זה, לא יתכן שאורך הצלע ושהיקף המשולש יהיו בעלי ערכים שליליים. התלמידים נדרשים להגיע לתובנה שייתכן מצב שבו נקודה אינה נמצאת על גרף הפונקציה למרות שהיא מקיימת את משוואת הפונקציה.

- **בשאלה 16** בסעיף ג' התלמידים **נחשפים לבעייתיות של שרטוט גרף פונקציה בהסתמך על טבלת ערכים חלקית בלבד**. מומלץ לבקש מהתלמידים להסביר **במילים שלהם** מהי בעייתיות זו. ניסוח נכון יתייחס לכך שטבלת הערכים היא **חלקית** ולמעשה אינה מאפשרת לנו מידע על ערכי ה־x וה־y שאינם מופיעים בה. מומלץ להדגיש לתלמידים שבחלק מהטבלאות "נדמה לנו" שניתן לזהות חוקיות מסוימת, אך ללא מידע מדויק על כל ערכי ה־x וה־y, (דבר שאינו אפשרי בטבלת ערכים כלשהי), לא נוכל להיות בטוחים שהגרף שציירנו מדויק לחלוטין.

- **שאלות 17-18** הן שאלות **העמקה לכל הכיתה**. השאלות נפתחות בתיאור מילולי של חוקיות כלשהי. **בשאלה 17** בסעיפים ג' ו־ד' התלמידים נדרשים להסתמך על התיאור המילולי של החוקיות מתחילת השאלה כדי לקבוע האם הנקודות המוצעות אכן נמצאות על הגרף. כלומר, האם ערך ה־y שלהן גדול ב־2 מערך ה־x. בסעיף ה' התלמידים נדרשים להסיק שישנן **אין־סוף** התאמות בפונקציה על אף שיש רק שש התאמות בטבלה. **בשאלה 18** התלמידים נדרשים **להשתמש בחוקיות המופיעה ובעזרתה למלא טבלה ולשרטט גרף**.

- **במסגרת הצהובה בעמוד 43** מופיע הסבר על הייצוג האלגברי של הפונקציה.
במסגרת הצהובה של עמוד 44 מופיעות דוגמאות למעבר מייצוג מילולי לייצוג אלגברי של פונקציה, ולהיפך. **בשאלות 19-35** קיים עיסוק מעמיק ומגוון במטלות העוסקות בייצוגים אלו. עם זאת, מומלץ שהתרגילים לתרגול בכיתה ולעבודת בית ייבחרו על ידי המורה, בהתאם לרמת הכיתה ולשיקולי זמן.

- **בשאלה 32** מומלץ לחלק את הכיתה לזוגות, ולבקש מהתלמידים לפתור את השאלה תוך שיח ודיון ביניהם. סעיף ז' עוסק **בשגיאה נפוצה של תלמידים** אשר מתבלבלים בין ערך ה־x לבין ערך ה־y בהצבת הערכים בייצוג האלגברי של הפונקציה.

במסגרת הצהובה בעמוד 48 מופיעות דוגמאות העוסקות **במציאת ייצוג אלגברי כאשר נתונה לנו טבלת ערכים חלקית של פונקציה**. מומלץ לחדד בפני התלמידים שאנו יכולים לנסות ולהסיק מהטבלה לגבי הקשר בין x לבין y, אך עלינו לזכור שייתכן שיש ערכי x ו־y נוספים שלא מופיעים בטבלה, ושאינם מקיימים את הקשר שהסקנו. לכן **הייצוג האלגברי שנוכל להסיק מהטבלה, הוא ייצוג אפשרי ואינו ודאי**. **בשאלות 41-36** קיים עיסוק מעמיק ומגוון במטלות העוסקות בקשר שבין טבלת ערכים חלקית לבין הייצוג האלגברי של פונקציה.

- **במסגרת הצהובה בעמוד 50** מופיע לראשונה המונח "**תחום ההגדרה של פונקציה**" שהוא בעל חשיבות רבה בלימודי המתמטיקה מנקודה זו והלאה. **שאלות 48-42** עוסקות במציאת תחום הגדרה של פונקציות שונות. **במסגרת הצהובה בעמוד 52** אנו מרחיבים את הדיון לגבי תחום ההגדרה. בשלב זה אנו מסבירים לתלמידים שלעיתים המציאות עצמה היא אשר מכתיבה את תחום ההגדרה של פונקציה שקשורה בחיי היום־יום. מומלץ להציג בפני התלמידים את הדוגמאות הבאות: "נתונה פונקציה שמתאימה את עוצמת הרעש ברחוב (y) עבור מספר המכוניות בו (x)." בפונקציה זו מספר המכוניות מוכרח להיות מספר שלם שאינו שלילי. כלומר, תחום ההגדרה של הפונקציה הזו הוא ערכי x שלמים שאינם שליליים, החל מ־0. במקרה זה, המציאות היא שהגבילה את תחום ההגדרה של המשתנה x בפונקציה. **מומלץ לבקש מהתלמידים להציע פונקציות משלהם שבהן תחום הערכים של x מוגבל על ידי המציאות**. **שאלות 53-49** עוסקות בנושא.

- **במסגרת הצהובה בעמוד 56** מוצגת הפונקציה הקבועה. מומלץ להסביר לתלמידים שפונקציה קבועה היא פונקציה **נדירה** בחיי היום־יום, ובמידה מסוימת משקפת תופעת טבע או התרחשות שאין בה שינוי. ועל כן היא "פחות מעניינת". עם זאת, יש להכיר את הפונקציה הזו. לדוגמה: "נתונה פונקציה שמתאימה בין מספר האותיות בשם שלך (y) לבין הגיל שלך (x)." מספר האותיות בשם שלך אינו משתנה לאורך השנים (לרוב), ולכן עבור כל ערך x (גילך) הפונקציה תתאים את אותו מספר אותיות (y). **מומלץ לבקש מהתלמידים להציע פונקציות קבועות משלהם**. **שאלות 56-54** עוסקות בנושא.

- **במסגרת הצהובה בעמוד 57** מוצגות **התאמות** בין מספרים **שאינן פונקציות**. למעשה, נושא זה הוא הקדמה לעיסוק עתידי בהמשך לימודי המתמטיקה בחטיבה ובתיכון, בייצוגים של יחסים ושל קשרים שאינם פונקציות. מומלץ להדגיש לתלמידים **שהעיקרון המנחה לזיהוי התאמה בין מספרים שהם פונקציה הוא התאמה שבה לכל ערך של x יותאם ערך אחד ויחיד של y**.
בשאלה 57 מופיעים **ייצוגים מילוליים** של קשרים שחלקם מייצגים פונקציות וחלקם לא.
בשאלה 58 מופיעים **ייצוגים גרפיים** של קשרים שחלקם מייצגים פונקציות וחלקם לא.

> **"תגיד לי ואני אשכח, תלמד אותי ואני אזכור. תערב אותי ואלמד"**
> בנג'מין פרנקלין, מדען, מדינאי וממציא

פרק 35 - עליה וירידה של פונקציה

מה נלמד בפרק זה?

- נלמד מהי פונקציה **עולה** בתחום כלשהו.
- נלמד מהי פונקציה **קבועה** בתחום כלשהו.
- נלמד מהי פונקציה **יורדת** בתחום כלשהו.

שעות לימוד מומלצות לפרק זה: 4 שעות.

מהי המטרה המרכזית בפרק? היכרות ותרגול בנושא עליה וירידה של פונקציה.

על אילו נושאים קודמים נחזור בפרק?

- פונקציות.
- מערכת צירים.
- גרפים שימושיים.
- משתנים וביטויים אלגבריים.

מה חשוב לי לדעת?

- **מומלץ שפרק זה יילמד לאחר פרק 34 "מבוא לפונקציות", בהתאם לתרשים סדר הלימוד.**
- יש להציג בכיתה את הכתוב במסגרות הצהובות - הסברים ודוגמאות - לפי סדר הופעתן.

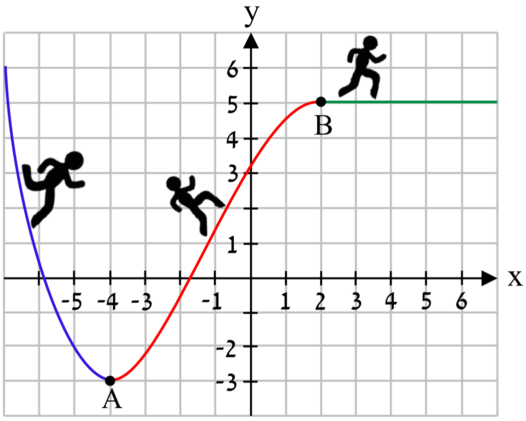
לאילו נקודות כדאי לי לשים לב במהלך הפרק?

- הפרק נפתח בהסבר לגבי פונקציה עולה, יורדת וקבועה. **בשאלות 3-1** התלמידים נדרשים לזהות האם פונקציה עולה, יורדת או קבועה בהסתמך על טבלת ערכים חלקית או על גרף. **בשאלה 4** התלמידים נדרשים לזהות כיצד נראה גרף הפונקציה בשלושת המצבים (עולה / יורדת / קבועה), בטרם קראו את הכתוב בנושא זה במסגרת הצהובה בעמוד 69.
- הם יוכלו להסתמך על השרטוט שהופיע במסגרת הצהובה בתחילת בפרק.

- במסגרת הצהובה בעמוד 69 מופיע איור של דמות הולכת על הגרף. איור זה ממחיש שעלייה וירידה של גרף הפונקציה תמיד ייקבעו במבט **משמאל-לימין**. מומלץ להגיד לתלמידים ש"האיש שהולך על הפונקציה תמיד רוצה להגיע לערכי x הגבוהים." כלומר, האיש **תמיד הולך ימינה**: אם הוא עולה אז גם גרף הפונקציה עולה, ואם הוא יורד אז גם גרף הפונקציה יורד. **שאלות 13-5** עוסקות בנושא זה.

- **שאלה 12** עוסקת **בשגיאה נפוצה של תלמידים בהקשר של קביעה האם הפונקציה עולה או יורדת**. לעיתים הם מתייחסים לתחום עליה כתחום ירידה, או להיפך, כאשר הם בוחנים את השינוי בערכי ה־y של הפונקציה תוך "תנועה שמאלה" על הגרף במקום ימינה. כלומר, הם שוכחים שעליהם לבדוק את השינוי בערכי ה־y כאשר ערכי ה־x הולכים וגדלים ("תנועה ימינה").

- **במסגרות הצהובות בעמוד 72** מוצגת לראשונה הכתיבה המתמטית של תחומים על ציר ה־x. החל מנקודה זו והלאה מומלץ לבקש מהתלמידים שבכל מצב שבו הם נדרשים לכתוב תחומים, גם אם לא מדובר בעלייה או ירידה של פונקציה, שישתמשו בכתיבה מוסכמת זו של תחומים. מומלץ להדגיש לתלמידים **שתחומים בהם הפונקציה עולה/יורדת/קבועה נכתבים ביחס לציר ה־x ולא ביחס לציר ה־y**. לדוגמה, בשרטוט משמאל, תחום העלייה הוא $-4<x<2$ **ולא התחום** $-3<y<5$.



- **שאלות 15-17** עוסקות בכתיבה מתמטית של תחומים שבהם הפונקציה עולה / יורדת / קבועה.

- **בשאלות 18 ו־21** התלמידים נדרשים לשרטט גרף פונקציה אשר עובר בשתי נקודות נתונות בהתאם להנחיות מסוימות. לפני פתרון השאלות מומלץ להסביר לתלמידים שיש **אין־סוף אפשרויות** לפתרון.

- **שאלות 19, 20 ו־22-25** מיועדות לכיתה כולה ונועדו להמחיש את הנושא **בסוגיות מציאותיות**.

- **בשאלה 19** מומלץ לחלק את הכיתה לזוגות, ולבקש מהתלמידים לפתור את השאלה תוך שיח ודיון ביניהם. זו שאלת העמקה בה מוצגים בפני התלמידים תיאורים מילוליים של פונקציות מחיי היום־יום. התלמידים נדרשים לעבד את התיאור המילולי, מהיכרותם עם המציאות, ולקבוע עבור כל פונקציה האם היא עולה, יורדת או עולה וגם יורדת.

- **שאלות 22-25** הן שאלות מהסוג שפגשנו בפרקים קודמים. הפעם, **הפונקציה מתארת התרחשות מציאותית**. הסעיפים מגוונים וכוללים בין היתר קריאת גרפים ועליה וירידה של פונקציה. הסעיף האחרון בכל אחת מהשאלות הללו עוסק במהירות התנועה. מומלץ לתת לתלמידים להתמודד עם הסעיף ולנסות להגיע למסקנה הנכונה בכוחות עצמם. אם יתקשו, מומלץ להסביר שכאשר אנו משווים תנועה בפרקי זמן נפרדים, עלינו לשים לב לשני דברים:

הראשון, להשוות פרקי זמן שווים - לדוגמה, שעה מסוימת ביחס לשעה אחרת.
השני, לבדוק באיזה מבין פרקי הזמן השווים מרחק התנועה גדול יותר. כאשר מרחק התנועה גדול יותר עבור אותו פרק זמן, נוכל לקבוע שמהירות התנועה גדולה יותר. לדוגמה, **בשאלה 19** בסעיף ו', נוכל לראות שבין השעות 10^{00}-11^{00} השניים עברו 6 ק"מ במהלך השעה. בין השעות 11^{00}-12^{00} השניים עברו רק 2 ק"מ במהלך השעה. מכך נסיק שבין השעות 10^{00}-11^{00} הלכו השניים מהר יותר ביחס למהירות שבה הלכו בין השעות 11^{00}-12^{00}. לפיכך יובל צודקת.

פרק 36 - קצב הִשְׁתַּנּוּת של פונקציה

מה נלמד בפרק זה?

- נכיר את המושג **קצב הִשְׁתַּנּוּת** של פונקציה.
- נלמד להבחין בין קצב השתנות **אחיד** לבין קצב השתנות **לא אחיד**.
- נכיר מושגים הקשורים בפונקציות העוסקות בבעיות מציאותיות.

שעות לימוד מומלצות לפרק זה: 4 שעות.

מהי המטרה המרכזית בפרק? היכרות ותרגול בנושא קצב השתנות של פונקציה.

על אילו נושאים קודמים נחזור בפרק?

- פונקציות
- מערכת הצירים
- גרפים שימושיים
- משתנים וביטויים אלגבריים

מה חשוב לי לדעת?

- **מומלץ שפרק זה יילמד לאחר פרק 35 "עליה וירידה של פונקציה", בהתאם לתרשים סדר הלימוד.**
- יש להציג בכיתה את הכתוב במסגרות הצהובות - הסברים ודוגמאות - לפי סדר הופעתן.

לאילו נקודות כדאי לי לשים לב במהלך הפרק?

- הפרק נפתח בהסבר לגבי קצב השתנות של פונקציה. בחרנו בדימוי "מדרגות" כדי להמחיש את סוגי ההשתנות האפשריים - אחיד (ליניארי) לעומת שאינו אחיד. **בשאלות 1-7** התלמידים נדרשים לזהות מהו קצב ההשתנות של הפונקציות, עבור פונקציות עולות ויורדות.

- **במסגרת הצהובה בעמוד 85** אנו מרחיבים את הדיון על קצב ההשתנות למדרגות שההפרש בין שיעורי ה־x שלהן הוא מספר קבוע כלשהו שגדול מ־1. **בשאלות 8-10** התלמידים נדרשים לזהות מהו קצב ההשתנות של הפונקציות, לעיתים עבור פונקציה עולה ולעיתים עבור פונקציה יורדת.

- **בשאלות 11-14** התלמידים נדרשים להשלים טבלת ערכים חלקית עבור פונקציה נתונה, ולאחר מכן לענות על שאלות שונות בנושאים הקשורים לפונקציה - קצב השתנות, ערך הפונקציה ושיעורי נקודות הנמצאים על גרף הפונקציה.

- **בשאלות 16-15** התלמידים נדרשים לזהות את קצב ההשתנות האחיד : כיצד שיעור ה־y משתנה כאשר שיעור ה־x גדל ביחידה אחת. לפי שינוי זה עליהם להשלים את השיעורים החסרים של הנקודות. **בשאלה 17** עליהם לזהות את קצב ההשתנות האחיד של ערכי ה־y כאשר שיעורי ה־x גדל **ב־2 יחידות**.

- **שאלות 20-18** נועדו להמחיש את הנושא **בסוגיות מציאותיות**. התלמידים נדרשים לקרוא סיפור מציאותי הכולל נתונים הקשורים בקצב ההשתנות של הפונקציה. מומלץ להדגיש לתלמידים ששאלות מסוג זה דורשות תשומת לב רבה **וקריאה סבלנית של "הסיפור"**. **בשאלות 19-18** הם גם נדרשים לשרטט גרף מתאים ולהיעזר בו בשאלות נוספות.

- **שאלה 20** היא שאלת העמקה המיועדת **לתלמידים מיומנים ולכיתות מתקדמות**. בשאלה מופיע גרף **שונה מהרגיל**. בגרף מופיעים קטעים מעוגלים וקטעים ישרים שהם כמעט מאונכים לציר ה־x. מומלץ להדגיש לתלמידים ששאלות מסוג זה דורשות תשומת לב רבה **וקריאה סבלנית של "הסיפור"**. מומלץ לקיים שיח קצר בכיתה ולשאול את התלמידים אילו חלקים בגרף מתאימים לשלב שלפני ההגרלה (הקטעים המעוגלים), ואילו חלקים בגרף מתאימים לשלב שמיד אחרי ההגרלה (הקטעים הישרים).

- **בשאלה 21** התלמידים נדרשים לשרטט גרף פונקציה אשר עובר בשתי נקודות נתונות, בהתאם להנחיות מסוימות. לאחר פתרון הסעיפים מומלץ להדגיש לתלמידים שרק הגרף הישר המתאים לסעיף א' הוא גרף **יחיד** שמתאים להנחיות, על אף שיש **אין־סוף** גרפים שיתאימו לסעיף ב'.

- **שאלות 24-22** הן **שאלות העמקה אינטגרטיביות** המיועדות לכל הכיתה. מטרתן להמחיש את הנושא **בסוגיות מציאותיות**. התלמידים נדרשים לקרוא סיפור מציאותי הכולל נתונים הקשורים בקצב ההשתנות של הפונקציה, ולאחר מכן לענות על שאלות שונות ומגוונות לגבי גרפים נתונים. מומלץ להדגיש לתלמידים ששאלות מסוג זה דורשות תשומת לב רבה **וקריאה סבלנית של "הסיפור"**.

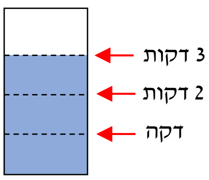
- **שאלות 25 ו־26** הן שאלות העמקה המיועדות **לתלמידים מיומנים ולכיתות מתקדמות**. **בשאלה 25** התלמידים נדרשים להסיק "מהקפיצות" בערכי ה־y בטבלה אם קצב ההשתנות של כל פונקציה הוא אחיד או שאינו אחיד. עליהם לזהות אם "גובה המדרגות" קבוע או משתנה. **שאלה 26** היא שאלת **העמקה מדורגת המיועדת לכיתות שלמדו את הנושאים היקף מעגל ושטח עיגול**. לפי תרשים סדר הלימוד נושא זה היה אמור להילמד בשלב מוקדם יותר השנה אך בכיתות שבהן הוחלט על סדר לימוד שונה יש לשים לב באיזה שלב פותרים את שאלה זו.

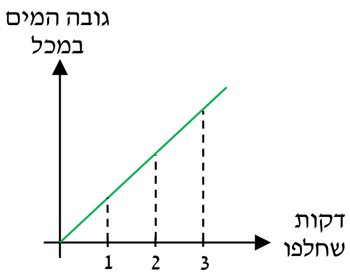
- **שאלות 32-27 שייכות למדור "המתמטיקה בחיי היום־יום" שמטרתו להציג בפני הכיתה כיצד החומר הלימודי רלוונטי לחיי היום־יום ומתכתב עם המציאות עצמה. שאלות אלו מעניקות לחוויית הלמידה משמעות מעבר לפיתוח המיומנות המתמטית.** בשאלות אוריינות אלו התלמידים נדרשים להבין סוגיה מציאותית, ולהיעזר בחומר הנלמד בפרק כדי לפתור אותה. יש להדגיש לתלמידים ששאלות מסוג זה דורשות תשומת לב רבה **וקריאה סבלנית של "הסיפור"**.

- **שאלה 27** היא שאלת אוריינות מדורגת העוסקת באיתור מידע מגרף פונקציה נתון.

- **שאלה 28** היא שאלת העמקה המיועדת לכל הכיתה. יש להדגיש לתלמידים ששאלות מסוג זה דורשות תשומת לב רבה **וקריאה סבלנית של "הסיפור"**.
בסעיף א' על התלמידים להבין שמהרגע שאופיר עולה על הקרוסלה, המרחק בינו לבין אימו גדל וקטן לסירוגין בהתאם לסיבובים. המרחק הגדול ביותר **קבוע** והמרחק הקטן ביותר גם הוא **קבוע**.
לפיכך **הגרף עולה ויורד בין שני ערכי y קבועים**. לכן גרף הפונקציה הנכון הוא גרף II.
בסעיף ב' יידרשו להבין שמהרגע שאופיר עומד במקום במרכז הקרוסלה, המרחק בינו לבין אימו **קבוע** ולכן מתקבלת פונקציה קבועה. לפיכך גרף הפונקציה המתאים הוא גרף II.

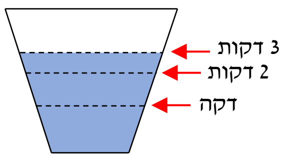
- **שאלות 29-32** הן **שאלות אתגר המיועדות לתלמידים מיומנים ולכיתות מתקדמות**. השאלות עוסקות במילוי מכלי מים בצורות שונות ובפונקציות אשר מתאימות בין הזמן שחלף לבין **גובה המים במכל**.

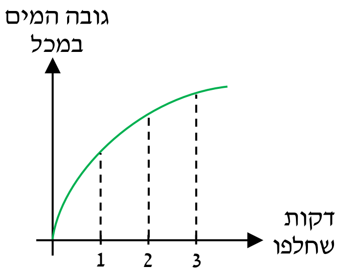




גרף II

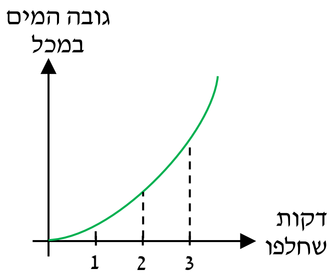
בשאלה 29 בסעיף א', על התלמידים להסיק תחילה שמכיוון שרוחב המכל **אחיד**, ומכיוון שכמות המים הנכנסת למכל היא **קבועה**, הרי שגם התוספת לגובה המים **בכל דקה תהיה קבועה**. לפיכך האיור הנכון הוא איור I.
בסעיף ב' התלמידים נדרשים להיעזר בתובנה שעלתה בסעיף א' לגבי **קצב מילוי המכל**. מכיוון שתוספת גובה המים במכל עולה בכל דקה **באותה מידה**, ניתן להסיק כי קצב ההשתנות של הפונקציה הוא **אחיד**.
לפיכך הגרפים אשר עשויים להיות מתאימים הם I או II.
בנוסף, גובה המים במכל **עולה**, ולכן גם הפונקציה **עולה**.
לסיכום, הגרף המתאים הוא גרף II.



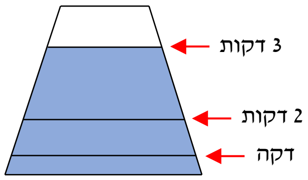


גרף III

בשאלה 30 בסעיף א', התלמידים נדרשים לזהות שעוביו המכל **אינו אחיד**, שכן הכוס רחבה יותר בחלקה העליון. עליהם להסיק שלמרות שכמות המים הנכנסת למכל היא **קבועה**, התוספת לגובה המים **תפחת מדקה לדקה**. לפיכך האיור הנכון הוא איור III.
בסעיף ב' הם נדרשים להיעזר בתובנה שעלתה בסעיף א' לגבי **קצב מילוי המכל**. מכיוון שתוספת גובה המים במכל עולה בכל דקה **פחות ופחות**, ניתן להסיק כי קצב ההשתנות של הפונקציה **אינו אחיד**, וכן שהוא **יורד בכל שחולף הזמן**. לפיכך הגרף המתאים הוא גרף III.

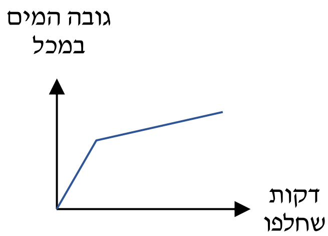


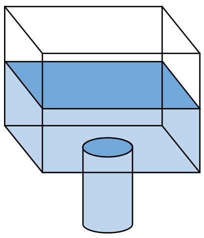
גרף IV



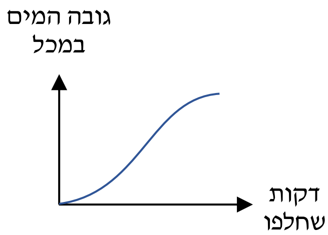
בשאלה 31 בסעיף א', התלמידים נדרשים לזהות שעובי המכל **אינו אחיד**, שכן הכוס צרה יותר בחלקה העליון. עליהם להסיק שלמרות שכמות המים הנכנסת למכל היא **קבועה**, התוספת לגובה המים **תגדל מדקה לדקה**. לפיכך האיור הנכון הוא איור II. בסעיף ב' התלמידים נדרשים להיעזר בתובנה שעלתה בסעיף א' לגבי **קצב מילוי המכל**. מכיוון שתוספת גובה המים במכל עולה בכל דקה **יותר ויותר**, נסיק שקצב ההשתנות של הפונקציה **אינו אחיד**, וכן שהוא **עולה ככל שחולף הזמן**. לפיכך הגרף המתאים הוא גרף IV.

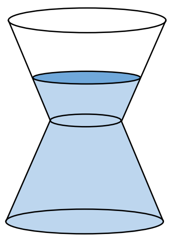
- **בשאלה 32** על התלמידים להיעזר בתובנות שעלו **בשאלות 29-31** בנוגע לקשר שבין צורת המכל לבין הפונקציה המתארת את גובה המים לאורך הזמן. עליהם לקשר כל איור לפונקציה המתארת אותו:



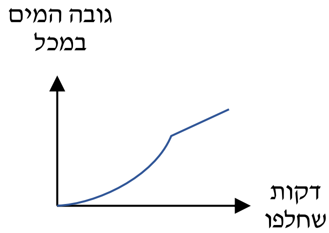


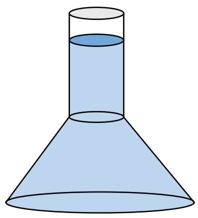
איור א': שני החלקים המרכיבים את המכל הם בעלי עובי **אחיד**. מכיוון שהצורה העליונה רחבה יותר, קצב המילוי בה **איטי יותר** מקצב המילוי בצורה התחתונה. בהתאם, הגרף המתאים למכל מורכב מ**שני קטעים ישרים**. לפיכך הגרף המתאים הוא גרף III.



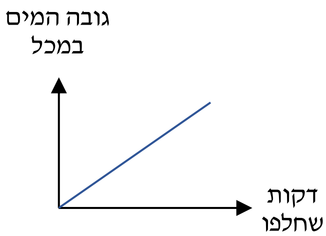


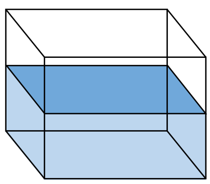
איור ב': שני החלקים המרכיבים את המכל הם בעלי עובי **משתנה**. בחלק התחתון המכל **צר יותר** ובחלק העליון המכל **רחב יותר**. בהתאם, הגרף המתאים למכל יהיה בעל שני מקטעים שבהם קצב ההשתנות **אינו אחיד**. במקטע הראשון קצב המילוי **גדל יותר ויותר** עם הזמן, ובמקטע השני קצב המילוי **קטן יותר ויותר** עם הזמן. לפיכך הגרף המתאים הוא גרף IV.





איור ג': החלק העליון של המכל הוא בעל עובי **קבוע** והחלק התחתון של המיכל הוא בעל עובי **משתנה**, וחלקו התחתון **רחב יותר**. בהתאם, הגרף המתאים למכל יהיה בעל שני מקטעים: במקטע הראשון קצב המילוי **אינו אחיד** ובמקטע השני קצב המילוי **אחיד**. לפיכך הגרף המתאים הוא גרף I.





איור ד': המכל בעל **עובי קבוע**. לכן הגרף המתאר את קצב המילוי יהיה בעל קצב השתנות **אחיד**. לפיכך הגרף המתאים הוא גרף II.

פרק 37 - משוואות מתקדמות ושאלות מילוליות

מה נלמד בפרק זה?

- נלמד לפתור משוואות שבהן הנעלם מופיע בשני האגפים מהסוג: $ax+b=cx+d$.
- נפתור משוואות מסוג זה עם מקדמים שהם שברים ומספרים מכוונים.
- נפתור שאלות מילוליות בעזרת משוואות מסוג זה.

שעות לימוד מומלצות לפרק זה: 20 שעות.

מהי המטרה המרכזית בפרק? תרגול משוואות מתקדמות ויישומן בשאלות מילוליות.

על אילו נושאים קודמים נחזור בפרק?

- משוואות ומספרים מכוונים.
- פונקציות.
- שטח והיקף של מלבן, ריבוע ומשולש.

מה חשוב לי לדעת?

- **מומלץ שפרק זה יילמד לאחר פרק 36 "קצב השתנות של פונקציה", בהתאם לתרשים סדר הלימוד.**
- בפרק 24 התלמידים פגשו משוואות פשוטות ופתרו סוגים שונים של משוואות. פרק זה מרחיב את העיסוק של התלמידים למשוואות מהסוג $ax+b=cx+d$ שבהן **הנעלם מופיע בשני האגפים**.
- בפרק 24 הופיעה הודעה לפני שאלות שיש בהן משוואות עם מספרים שליליים. בפרק זה, **משוואות עם מספרים חיוביים ושליליים מופיעות יחד באותן שאלות**. זאת, מתוך הנחה שבשלב זה של השנה כל כיתות הלימוד סיימו את ההיכרות של התלמידים עם מספרים מכוונים.
- יש להציג בכיתה את הכתוב במסגרות הצהובות - הסברים ודוגמאות - לפי סדר הופעתן.

לאילו נקודות כדאי לי לשים לב במהלך הפרק?

- הפרק נפתח בהסברים ובדוגמאות לפתרון משוואה מהסוג $ax+b=cx+d$. ההסברים מסתמכים על ביצוע אותה פעולה חשבונית בשני האגפים, כדי לבודד את הנעלם. **שאלות 1-6** עוסקות במשוואות מסוג זה.

- **בשאלות 3 ו-5** התלמידים נדרשים לבחור משוואה מתאימה על ידי ביצוע פעולה חשבונית כלשהי על שני האגפים, **מבלי לפתור** את כל המשוואות המופיעות בשאלה.

- **בשאלות 8, 16 ו־35** התלמידים נדרשים להסיק שכדי לייצר שוויון בין שני אגפי המשוואה, עליהם להציב את הערך הנתון של המשתנה בשני האגפים, לבדוק את התוצאה המתקבלת בכל אגף, ובהתאם לכתוב מספר שייצור איזון בין האגפים.

- **בשאלות 10 ו־13** התלמידים נדרשים **לכנס איברים דומים** שבהם **המקדמים הם שברים פשוטים ומספרים עשרוניים**.

- **המסגרת הצהובה בעמוד 105** מזכירה את השימוש בחוק הפילוג בפתרון משוואות עם סוגריים. **שאלות 15-16** עוסקות במשוואות מסוג זה.

- בעמודים הבאים מופיעות שאלות מילוליות מציאותית בתחומים שונים. התלמידים נדרשים לתרגם אותן למשוואות ולפתור אותן.

- **בשאלה 26** מופיע הביטוי ax בשני אגפי המשוואה. השאלה מציגה מקרה שבו למרות שישנם **שני משתנים** במשוואה, הרי שלתלמידים יש את הכלים שבעזרתם יוכלו לפתור אותה ולמצוא את פתרון המשוואה x. התלמידים נדרשים לזהות שניתן לחסר את הביטוי ax משני האגפים כך שמתקבלת משוואה עם x בלבד, שאותה הם יודעים לפתור. למעשה, בשני האגפים נותרו $0\cdot a$. יש להדגיש לתלמידים שלמעשה פתרנו את המשוואה **מבלי** לדעת את ערכו של a.

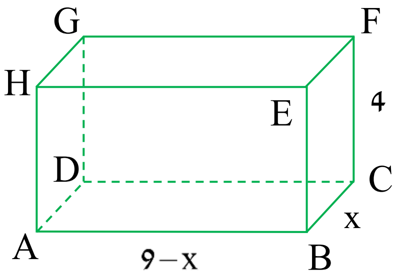
- **המסגרת הצהובה בעמודים 108-109** מציגה פתרון של משוואה בעזרת מערכת הצירים. הסבר זה מהווה את **הבסיס לעיסוק העתידי בפתרון מערכות משוואות בעזרת גרפים על מערכת הצירים**. **שאלות 28-33** עוסקות בפתרון משוואה בעזרת מערכת הצירים. **בשאלה 32** מומלץ לחלק את הכיתה לזוגות, ולבקש מהתלמידים לפתור את השאלה תוך שיח ודיון ביניהם.

- **שאלה 38** היא שאלת העמקה. בשאלה זו **מטרת הפעולות המבוצעות על שני אגפי המשוואה היא שונה מהתרגילים עד כה**. עד כה, פעולות אלו נועדו **לבודד משתנה**, הפעם מטרתן היא **להביא את המשוואה לאופן שבו היא מופיעה בסעיפים i-iii**. יש להסביר לתלמידים שוני זה.

  בסעיף i יש להוסיף 10 לשני אגפי המשוואה המקורית, וכך תתקבל המשוואה: $2x+19=4x+11$.

  בסעיף ii יש להחסיר 15 משני אגפי המשוואה המקורית, וכך תתקבל המשוואה: $2x-6=4x-14$.

  בסעיף iii יש להחסיר 9.5 משני אגפי המשוואה המקורית, ונקבל את המשוואה: $2x-0.5=4x-8.5$.



- **שאלה 45** מיועדת **לתלמידים מיומנים ולכיתות מתקדמות.** התלמידים נדרשים להשתמש **בכלים שלמדו בפרקים קודמים בנושא תיבה.**

בסעיף א'1 התלמידים יידרשו להשתמש בנתון על היקף הבסיס ABCD כדי להביע באמצעות x את אורך הצלע AB. תחילה, נשים לב שזוהי תיבה ופאותיה מלבניות. לכן בבסיס התחתון המקצועות AD ו־BC שווים. היקף הבסיס התחתון הוא 18 ס"מ ואורכי המקצועות BC ו־AD הם x. מכך ניתן להסיק ש**סכום המקצועות** AB ו־DC הוא $18-2x$. כיוון ששני מקצועות אלו שווים באורכם, נסיק ש: $AB=9-x$.

בסעיף א'2 התלמידים נדרשים להשתמש בנתונים לגבי הפאה BCFE כדי להביע את שטחה. בעזרת הנתונים: 4 ס"מ = CF ו־$BC=x$ נסיק ששטח הפאה הוא $4x$.

בסעיף ב' התלמידים נדרשים **ליצור משוואה בהסתמך על יחס השטחים של הפאות ABEH ו־BCFE.** תחילה, עליהם להביע את שטח הפאה ABEH באמצעות x. הפאה BEFC היא מלבן, המקצועות BE ו־CF שווים באורכם, וכן 4 ס"מ = BE. בעזרת הנתונים נביע את שטח הפאה ABEH.

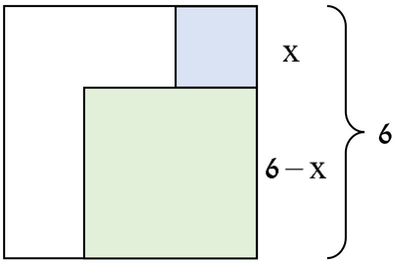
נקבל: $S_{ABEH}=4\cdot(9-x)=36-4x$.

כעת, נשתמש בנתון על יחס הפאות וניצור את המשוואה: $2\cdot 4x=36-4x$. נקבל: $x=3$.

תלמידים עלולים להתקשות בתרגום הנתון על יחסי הפאות למשוואה בזיהוי האגף שאותו יש להכפיל ב־2. מומלץ להסביר לכיתה שכדי שנוכל להשוות בין האגפים, יש להכפיל פי 2 את **הקטן מבין שני הביטויים**. לפיכך שטח הפאה BEFC הוא אשר יוכפל פי 2.

- **בשאלה 46** התלמידים נדרשים **לפתוח את הסוגריים ולכנס איברים דומים** שבהם **המקדמים הם שברים פשוטים ומספרים עשרוניים.**

"הצלחה זה לעבור מכישלון לכישלון מבלי לאבד התלהבות."
וינסטון צ'רצ'יל, ראש ממשלת בריטניה לשעבר



- **שאלה 48** היא שאלת אתגר המיועדת **לתלמידים מיומנים ולכיתות מתקדמות**. **בסעיף א'** התלמידים נדרשים לשים לב שבעזרת הנתון שהיקף הריבוע הגדול הוא 24 ס"מ, יוכלו לחשב את אורך צלעו (6 ס"מ). כעת עליהם **לבחור איזה אורך או שטח יסמנו כמשתנה**. מומלץ להסביר לכיתה **שבחירת הגודל שאותו נסמן בעזרת משתנה, עשויה להוביל לפתרון פשוט יותר**. במקרים רבים **מומלץ לסמן במשתנה את הגודל שאותו אנו נדרשים למצוא בשאלה**.

נדגים פתרון שבו נסמן באמצעות x את אורך הצלע של הריבוע הכחול. נשתמש בנתון לגבי ההפרש בין ההיקפים כדי לבנות את המשוואה. תחילה נביע את שני ההיקפים באמצעות x: היקף הריבוע הכחול הוא $4x$. כיוון שאורך צלע הריבוע הגדול הוא 6, ניתן להסיק שאורך צלע הריבוע הירוק הוא $6-x$. בהתאם, היקף הריבוע הירוק $4\cdot(6-x)$. לאחר פישוט הביטוי נקבל: $24-4x$. כעת, לפי הנתון על ההפרש בין ההיקפים ניצור את המשוואה: $24-4x=4x+8$. מומלץ להסביר שכדי ליצור משוואה עלינו להוסיף 8 **לביטוי הקטן מבין השניים**. פתרון המשוואה הוא: $x=2$.

בסעיף ב' ניעזר בתשובה של סעיף א' ונחשב את שטח הריבוע הירוק. מכיוון שאורך צלע הריבוע הירוק הוא 4 ס"מ, השטח הירוק הוא 16 סמ"ר.

- **שאלה 49** היא שאלת אתגר מיועדת **לתלמידים מיומנים במיוחד**. מומלץ להדגיש לתלמידים ששאלות מסוג זה דורשות תשומת לב רבה **וקריאה סבלנית של "הסיפור"**. בשאלה זו התלמידים נדרשים לתרגם את סיפור חייו של דיופנטוס למשוואה ולפתור אותה כדי למצוא את x שהוא משך חייו. החידה מתארת את האירועים שקרו בחייו לפי **סדר כרונולוגי**. עלינו להביע בעזרת x את משך תקופות חייו של דיופנטוס וכאשר נחבר את הביטויים, נוכל להשוות אותם למשך חייו שהוא x.

נביע כעת את אורך התקופות באמצעות x:

"רַק שִׁשִּׁית מֵחַיָּיו נִמְשְׁכָה יַלְדוּתוֹ." - נוסיף לסכום הכולל $\frac{1}{6}x$.

"עוֹד חַיָּיו-חֶלְקֵי-שְׁתֵּים-עֶשְׂרֵה - צָץ לוֹ זָקָן" - נוסיף לסכום הכולל $\frac{1}{12}x$.

"עוֹד שְׁבִיעִית מֵחַיָּיו - וְהִנֵּה הוּא חָתָן." - נוסיף לסכום הכולל $\frac{1}{7}x$.

"עוֹד חָמֵשׁ שְׁנוֹת חַיִּים - וְנוֹלַד לוֹ הַבֵּן:" - נוסיף לסכום הכולל 5.

"חַי פִּי שְׁנַיִם פָּחוֹת מֵאָבִיו, הַמִּסְכֵּן!" - נוסיף לסכום הכולל $\frac{1}{2}x$.

"הִזְדַּקֵּן הֶחָכָם בְּאַרְבַּע שְׁנוֹת הַשִּׁכּוֹל" - נוסיף לסכום הכולל 4.

נשווה את סכום התקופות ל־x ונקבל את המשוואה $x=\frac{1}{6}x+\frac{1}{12}x+\frac{1}{7}x+5+\frac{1}{2}x+4$.

פתרון המשוואה: $x=84$.

פרק 38 - סכום הזוויות במשולש וחוצה זווית במשולש

מה נלמד בפרק זה?

- נלמד מהו **סכום הזוויות במשולש**.
- נלמד מהו **חוצה זווית במשולש**.
- נעסוק בזוויות הבסיס במשולש שווה שוקיים.
- נפתור שאלות בנושא בעזרת משוואות.

שעות לימוד מומלצות לפרק זה: 4 שעות.

מהי המטרה המרכזית בפרק? תרגול והיכרות בנושאים סכום זוויות במשולש וחוצה זווית במשולש.

על אילו נושאים קודמים נחזור בפרק?

- זוויות
- משוואות

מה חשוב לי לדעת?

- **מומלץ שפרק זה יילמד לאחר פרק 37 "משוואות מתקדמות ושאלות מילוליות", בהתאם לתרשים סדר הלימוד.**
- יש להציג בכיתה את הכתוב במסגרות הצהובות - הסברים ודוגמאות - לפי סדר הופעתן.

לאילו נקודות כדאי לי לשים לב במהלך הפרק?

- **המסגרות הצהובות בעמודים 117-119** מציעות **התנסויות מוחשיות** באמצעות מד־זווית שבעזרתן התלמידים מוצאים שסכום הזוויות במשולש הוא $180°$. **המסגרת הצהובה בעמוד 118** מציגה **סימונים מקובלים לזוויות**. מומלץ שמנקודה זו והלאה נקפיד **להשתמש רק בסימונים אלו בשיח המתמטי בכיתה ובכתיבה על הלוח**. **בשאלות 1-4** התלמידים מסתמכים על סכום זה.

- **שאלה 5** מציגה את חוק ההחזרה כדוגמה לאופן שבו חישובי זוויות באים לידי ביטוי **בסיטואציה מציאותית**. חוק זה אינו כלול בתוכנית הלימודים והוא בגדר העשרה בלבד. הבחירה אם לפתור אותה עם הכיתה היא לפי שיקול הדעת של המורה בכיתה.

- **בשאלות 6, 9, 10 ו־12** התלמידים נדרשים **להשתמש במשוואה** כדי למצוא את הזוויות במשולש.

- **שאלות 7 ו־8** נועדו להוביל את התלמידים לתובנה המופיעה **במסגרת הצהובה בעמוד 121**: במשולש ישר זווית סכום הזוויות החדות הוא 90°. **בשאלות 9-11** התלמידים מסתמכים על תכונה זו.

- **שאלות 11 ו־17** הן שאלות העמקה לכל הכיתה. מומלץ לחלק את הכיתה לזוגות, ולבקש מהתלמידים לפתור את השאלות תוך שיח ודיון ביניהם. בכל סעיף בשאלות אלו התלמידים נדרשים לדמיין משולשים שונים בהתאם למאפיינים נתונים. בתוך כך, התלמידים נדרשים להסתמך על תכונות הקשורות במשולשים ובזוויותיהם. מומלץ **להציע לתלמידים להיעזר בשרטוטים סכמתיים במחברת**.

- **בשאלות 13, 14 ו־18** התלמידים נדרשים להתמודד עם משולשים המורכבים ממשולשים. מומלץ **להציע לתלמידים לבחור בכל סעיף את המשולש שיש בו יותר נתונים** ולמצוא קודם כל את זוויותיו. לאחר מכן, יוכלו להתקדם למשולש הבא באותו שרטוט ולמצוא גם את זוויותיו.

- **בשאלה 19** התלמידים נדרשים לחשב זוויות בעזרת **אחוזים**.

- **שאלה 20** היא שאלת העמקה המיועדת **לתלמידים מיומנים ולכיתות מתקדמות**. לאחר מציאת הזוויות α ו־β בסעיף א' מופיעים סעיפים שבהם מוצעים משולשים חדשים. בכל סעיף התלמידים נדרשים למצוא את הזווית השלישית שאינה נתונה ולקבוע בהתאם מהו סוג המשולש.

- **המסגרת הצהובה בעמוד 125** עוסקת בחוצה זווית ומציעה **התנסות מוחשית** באמצעות מד־זווית שבעזרתה התלמידים מוצאים שחוצה הזווית מחלק את הזווית לשתי זוויות שוות בגודלן. **בשאלות 21-31** התלמידים מסתמכים על תכונה זו. שאלות אלו נכתבו כמקבץ מסכם ואינטגרטיבי בכל הנושאים, המונחים והתכונות הקשורות בזוויות ובמשולשים. לכן במרבית השאלות האלו התלמידים מתמודדים עם משולשים המורכבים ממשולשים. מומלץ **להציע לתלמידים לבחור בכל סעיף את המשולש שיש בו יותר נתונים** ולמצוא קודם כל את זוויותיו. לאחר מכן, יוכלו להתקדם למשולש הבא באותו שרטוט ולמצוא גם את זוויותיו.

- **שאלה 26** מהווה הזדמנות להבין טוב יותר את ארגז הכלים הגיאומטרי על ידי **בחינת מערך הנתונים והתנאים שהשאלה מציגה** בפני התלמידים.

  בסעיף א' התלמידים נדרשים להסיק שאין מספיק נתונים כדי לחשב את גודל הזווית $\measuredangle BDE$.

  בסעיף ב' מוצעים נתונים והתלמידים נדרשים לבחון דרכי חישוב שונות:

  עליהם להסיק שבסעיפים i ו־iii הנתון מוסיף מידע חדש ומאפשר לחשב את גודל הזווית $\measuredangle BDE$.

  לעומת זאת, עליהם להסיק שהנתון המופיע בסעיף ii אינו מוסיף מידע חדש שלא היה ידוע לנו, ולמעשה חוזר על המידע שהופיע בשרטוט לגבי הזווית הישרה.

- **המסגרת הצהובה בעמוד 129** עוסקת במונחים הקשורים במשולש שווה שוקיים ומציעה **התנסות מוחשית** באמצעות סרגל שבעזרתה התלמידים מוצאים שבמשולש שווה שוקיים, מול השוקיים השוות מונחות זוויות שוות. **בשאלות 32-39** התלמידים מסתמכים על תכונה זו. **בשאלה 35** התלמידים נדרשים לזהות שהזווית הנתונה עשויה להיות זווית בסיס או זווית ראש. עבור כל אחד מהמקרים מתקבל משולש בעל זוויות אחרות.

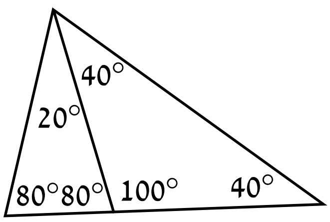
- **שאלות 36 ו־38** הן שאלות העמקה לכל הכיתה. בכל סעיף בשאלות אלו התלמידים נדרשים לדמיין משולשים שונים בהתאם למאפיינים נתונים. בתוך כך, התלמידים נדרשים להסתמך על תכונות הקשורות במשולשים ובזוויותיהם. מומלץ **להציע לתלמידים להיעזר בשרטוטים סכמתיים במחברת**.

- **בשאלה 37** התלמידים נדרשים **להשתמש במשוואה** כדי למצוא את אורכי הצלעות במשולש.

- **שאלה 40** נועדה להוביל את התלמידים למסקנות המופיעות **במסגרת הצהובה בעמוד 131** לגבי משולש שווה צלעות. **בשאלות 41-48** התלמידים מסתמכים על תכונות אלו.

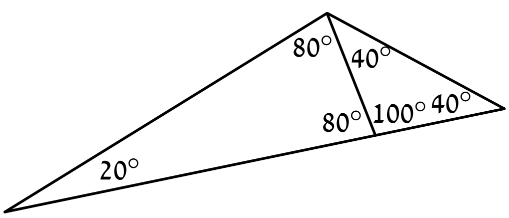
- **בשאלות 44 ו־45** התלמידים נדרשים **להשתמש במשוואה** כדי למצוא את הזוויות במשולש.

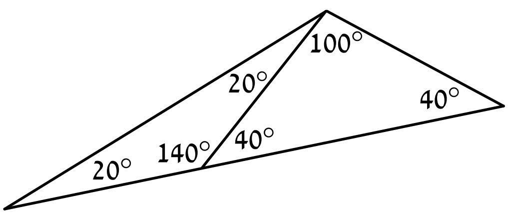
- **שאלה 46** היא שאלת העמקה המיועדת **לתלמידים מיומנים ולכיתות מתקדמות**. בשאלה זו יידרשו התלמידים להשתמש **בתכונה של משולש שווה שוקיים - יש בו שתי זווית שוות**. כדי ליצור שני משולשים שווי שוקיים, עליהם לחלק את המשולש הגדול כך שיתקבלו שני משולשים בעלי **שתי זוויות שוות**. הם נדרשים לעשות זאת באמצעות ניסוי וטעייה תוך העברת קטעים מקודקודי המשולש.



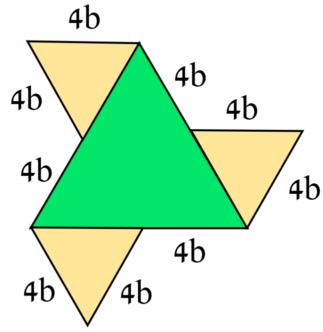
סעיף א': אם נעביר קטע היוצא מקודקוד ה-40° או מקודקוד ה-80°, יווצרו שני משולשים קטנים, שאחד מהם **אינו שווה שוקיים**.
רק כאשר נעביר קטע מקודקוד ה-60° נוכל לחלק את המשולש הגדול לשני משולשים שווי שוקיים, כמתואר משמאל. במקרה זה, הזווית הקטנה ביותר מבין המשולשים שהתקבלו בגודל 20°.

סעיף ב': אם נעביר קטע היוצא מקודקוד ה-20° או מקודקוד ה-80°, יווצרו שני משולשים קטנים, שאחד מהם **אינו שווה שוקיים**. כאשר נעביר קטע מקודקוד ה-120° נמצא שיש שתי דרכים שונות לחלק את המשולש הגדול לשני משולשים שווי שוקיים, כמתואר בשרטוטים הבאים:

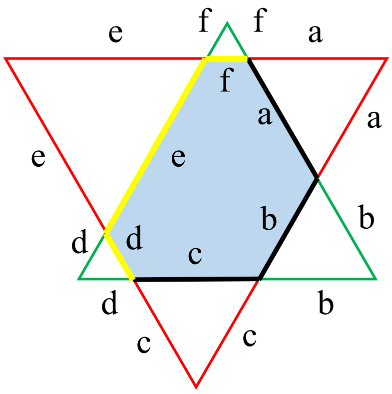




- **שאלה 47** היא שאלת העמקה המיועדת **לתלמידים מיומנים ולכיתות מתקדמות**. כל המשולשים בשרטוט הם שווי צלעות. מהנתון על היקפי המשולשים שווי הצלעות הקטנים, נוכל להסיק כי אורך כל צלע הוא 4b. מהנתון שאורך צלע המשולש הגדול הוא פי 2 מאורך צלע המשולש הקטן, נוכל להסיק כי אורך צלעו של המשולש הגדול הוא 8b. בהתאם, נסיק שאורכו של כל קטע ירוק בהיקף הצורה הוא 4b. לכן היקפה של הצורה הוא $9\cdot 4b=36b$.



- **שאלה 48** היא **שאלת אתגר המיועדת לתלמידים מיומנים במיוחד**.
בשאלה זו התלמידים נדרשים להסיק כי לא ניתן לחשב את האורך של כל צלע בנפרד.
בשרטוט מופיעים שישה משולשים שווי צלעות סביב המשושה הכחול. בכל משולש נסמן את אורכי הצלעות במשתנה מסוים.
אנו נדרשים למצוא את היקף המשושה הכחול.
צבענו שלוש מצלעותיו בשחור ושלוש מצלעותיו בצהוב.



אמנם לא ניתן לדעת מהו האורך של כל צלע שחורה המסומנת בשרטוט בנפרד, אך **סכום אורכי הצלעות השחורות** $(a+b+c)$ **שווה לאורך צלע במשולש שווה הצלעות האדום**.

לפי הנתון שאורך הצלע של המשולש האדום הוא 9 ס"מ נסיק ש: $a+b+c=$ 9 ס"מ.

בדומה, **סכום אורכי הצלעות הצהובות** $(d+e+f)$ **שווה לאורך הצלע של המשולש שווה הצלעות הירוק**. לפי הנתון שאורך הצלע של המשולש הירוק הוא 7 ס"מ, נסיק ש: $d+e+f=$ 7 ס"מ.

לסיכום, היקף הצורה הכחולה - אורכי הצלעות השחורות והצהובות יחד - הוא: $7+9=$ 16 ס"מ.

פרק 39 - סכום הזוויות במרובע ובמצולעים

מה נלמד בפרק זה?

- נלמד מהו **סכום הזוויות במרובע**.
- נלמד מהו **מרובע קמור ומרובע קָעוּר**.
- נלמד כיצד לחשב סכום זוויות במצולע כללי.
- נפתור שאלות בנושא בעזרת משוואות.

שעות לימוד מומלצות לפרק זה: 2 שעות.

מהי המטרה המרכזית בפרק? היכרות עם סכום הזוויות במרובע ובמצולע כללי.

על אילו נושאים קודמים נחזור בפרק?

- זוויות
- חוצה זווית
- סכום הזוויות במשולש
- חוקיות וסדרות
- משוואות

מה חשוב לי לדעת?

- **מומלץ שפרק זה יילמד לאחר פרק 38 "סכום הזוויות המשולש וחוצה זווית במשולש", בהתאם לתרשים סדר הלימוד.**
- יש להציג בכיתה את הכתוב במסגרות הצהובות - מונחים, הסברים ודוגמאות - לפי סדר הופעתן.
- מכיוון שזהו אחד הפרקים האחרונים הנלמדים במהלך כיתה ז', בחרנו ליצור פרק אינטגרטיבי שבמהלכו התלמידים נדרשים לחזרה על נושאים שונים שנלמדו השנה.

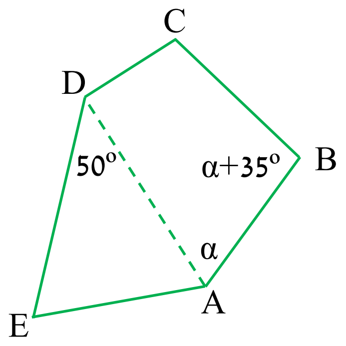
לאילו נקודות כדאי לי לשים לב במהלך הפרק?

- **המסגרת הצהובה בעמוד 136** מציעה **התנסות מוחשית** באמצעות מד־זווית שבעזרתה התלמידים מוצאים שסכום הזוויות במרובע הוא $360°$. **בשאלות 1-7** התלמידים מסתמכים על תכונה זו. **בשאלות 2, 3 ו־5-7** התלמידים נדרשים **להשתמש במשוואות** כדי למצוא את הזוויות.

- **שאלה 4** היא שאלת העמקה לכל הכיתה. מומלץ לחלק את הכיתה לזוגות, ולבקש מהתלמידים לפתור את השאלה תוך שיח ודיון ביניהם. בכל סעיף התלמידים נדרשים לדמיין מרובעים שונים בהתאם למאפיינים נתונים. בתוך כך, הם נדרשים להסתמך על תכונות הקשורות במרובעים ובזוויותיהם. מומלץ **להציע לתלמידים להיעזר בשרטוטים סכמתיים במחברת**.

- **שאלה 5** מהווה הזדמנות לחזרה על זוויות קודקודיות, מתחלפות ומתאימות.

- **שאלה 7** היא שאלה המיועדת **לתלמידים מיומנים ולכיתות מתקדמות**.

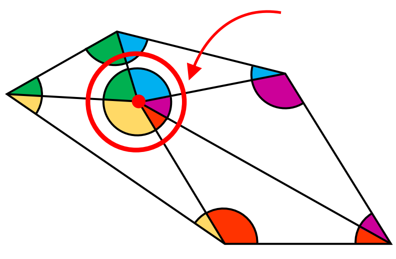


התלמידים נדרשים להביע גודל של זוויות באמצעות α.
סעיף א'1: התלמידים יסתמכו תחילה על תכונת חוצה הזווית ויסיקו שמתקיים: $\sphericalangle DAB=\sphericalangle DAE=\alpha$.
סעיף א'2: תחילה, מהנתון $AD\perp CD$ התלמידים יסיקו שהזווית $\sphericalangle CDA$ היא ישרה. לאחר מכן, יסתמכו על סכום הזוויות במרובע $ABCD$ ויקבלו את הביטוי: $\sphericalangle BCD=360^{\circ}-90^{\circ}-(\alpha+35^{\circ})-\alpha$.
כעת התלמידים נדרשים לכנס איברים עד קבלת התשובה: $\sphericalangle BCD=235^{\circ}-2\alpha$.
בסעיף ב' נוסף נתון שבעזרתו ניתן למצוא את α במשולש ΔADE. לאחר שמתקבל $\alpha=60^{\circ}$, נשתמש בו כדי לפתור את סעיף ג'.

- **המסגרת הצהובה בעמוד 139** מציגה את הנוסחה למציאת סכום הזוויות במצולע כללי. **בשאלות 9-15** התלמידים מסתמכים על נוסחה זו.

- **שאלות 14 ו-15** הן שאלות העמקה **המיועדות לתלמידים מיומנים ולכיתות מתקדמות**.

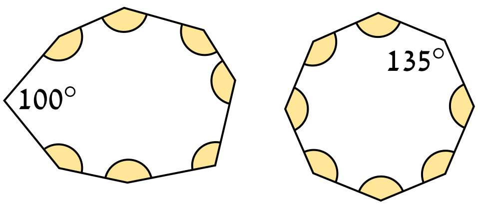
בשאלה 14 עלינו לכתוב ביטויים אלגבריים המייצגים את סכום הזוויות בכל אחד מהמצולעים:
סכום הזוויות במצולע א' הוא: $180\cdot(n-2)=180n-360$.
סכום הזוויות במצולע ב' הוא: $180\cdot(n+4-2)=180\cdot(n+2)=180n+360$.
כעת נוכל לחשב בכמה גדול סכום הזוויות במצולע ב' על ידי **חישוב ההפרש בין שני הביטויים**:
$180n+360-(180n-360)=180n+360-180n+360=720$.



בשאלה 15 מוצגת דרך שונה לחשב את סכום הזוויות במחומש והתלמידים נדרשים לקבוע אם היא דרך נכונה או שגויה. התלמידים נדרשים להבחין שבתהליך החישוב שמבצעת לינוי, היא סוכמת גם הזוויות הנמצאות **במעגל הפנימי** המסומן בשרטוט באדום. מכיוון שזוויות אלו **אינן חלק מהזוויות במחומש**, הדרך של לינוי **אינה נכונה**. למעשה, סכום הזוויות במעגל הפנימי הוא 360°. אם נפחית 360° מהסכום של לינוי, יתקבל סכום הזוויות הנכון.

- **המסגרת הצהובה בעמוד 141** מזכירה לתלמידים מהם מצולעים משוכללים ומהן תכונותיהם. **בשאלות 16-22** התלמידים מסתמכים על תכונות אלו.

- **שאלות 22-18** הן שאלות העמקה **המיועדות לתלמידים מיומנים ולכיתות מתקדמות**.



בשאלה 18 התלמידים נדרשים **להשוות בין מתומן משוכלל לבין מתומן שאינו משוכלל**. תחילה עליהם לחשב את סכום הזוויות במתומן כלשהו בעזרת הנוסחה לסכום זוויות במצולע. סכום הזוויות הוא: $180\cdot(8-2)=1080°$.

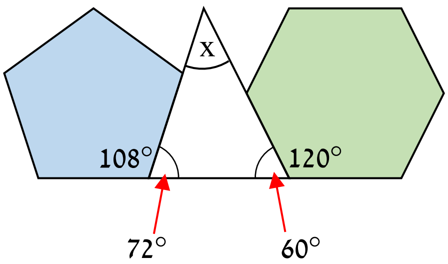
במתומן השמאלי נוכל להסיק שסכום הזוויות **הצבועות** הוא $1080°-100°=980°$.

במתומן הימני, התלמידים יסתמכו על תכונותיו של מצולע משוכלל. כל זוויות המצולע הימני שוות בגודלן. מצאנו שסכומן $1080°$ ולכן גודלה של כל זווית הוא: $1080:8=135°$.

אם כן, סכום הזוויות **הצבועות** המתומן הימני הוא: $1080-135=945°$.

לסיכום, סכום הזוויות הצבועות **במתומן השמאלי** גדול יותר.

- **בשאלה 19** התלמידים נדרשים להשתמש בנוסחה לסכום הזוויות במצולע על שני מצולעים.



בעזרת הנוסחה נקבל שסכום הזווית במחומש השמאלי הוא $540°$.

כל זוויותיו שוות ולכן גודלה של כל זווית הוא: $540:5=108°$.

בעזרת הנוסחה נקבל שסכום הזווית במשושה הימני הוא $720°$.

כל זוויותיו שוות ולכן גודלה של כל זווית הוא: $720:6=120°$.

התלמידים נדרשים לזהות ששתי הזוויות התחתונות במשולש **הן צמודות לזוויות המשושה והמחומש** ולכן משלימות אותן ל-$180°$. נקבל שהזוויות התחתונות במשולש הן בגודל $60°$ ו-$72°$.

לבסוף, כיוון שסכום הזוויות במשולש הוא $180°$, נקבל: $x=48$.

- **שאלות 22-21** הן שאלות העמקה מדורגות. מומלץ להזכיר לתלמידים שבשאלות מסוג זה, **תשובות לסעיף מסוים לרוב מסתמכת על תשובות לסעיפים קודמים**. כלומר, אם הם מתקשים לפתור סעיף כלשהו, יוכלו לחזור ולבדוק מה מצאו בסעיפים קודמים, ואולי כך יעלה הרעיון כיצד להשתמש בתוצאות קודמות בסעיף מתקדם יותר.

"הדבר החשוב ביותר הוא לעולם לא להפסיק לשאול שאלות."

אלברט איינשטיין, פיזיקאי ומתמטיקאי

פרק 40 - אורכי הצלעות במשולש

מה נלמד בפרק זה?

- נלמד על תכונה שמקיימים אורכי הצלעות במשולש.

שעות לימוד מומלצות לפרק זה: 1 שעות.

מהי המטרה המרכזית בפרק? ללמד שסכום אורכי שתי צלעות במשולש ארוך מהצלע השלישית.

מה חשוב לי לדעת?

- **מומלץ שפרק זה יילמד לאחר פרק 39 "סכום הזוויות במרובע ובמצולע כללי", בהתאם לתרשים סדר הלימוד.**
- יש להציג בכיתה את הכתוב במסגרות הצהובות - מונחים, הסברים ודוגמאות - לפי סדר הופעתן.

לאילו נקודות כדאי לי לשים לב במהלך הפרק?

- **המסגרת הצהובה בעמוד 144** מציעה **התנסות מוחשית** שבעזרתה התלמידים נחשפים למשפט: **במשולש סכום אורכי כל שתי צלעות גדול מאורך הצלע השלישית**. **בשאלות 1-6** התלמידים יסתמכו על משפט זה.

- **שאלה 3** היא שאלת העמקה המיועדת לכל הכיתה. התלמידים נדרשים להסיק שכאשר מיטל תחתוך את אחד החצאים לשני חלקים, סכומם יהיה **שווה** לחצי החבל שלא חתכה. האורכים שיתקבלו אינם מתאימים למשולש משום שסכום אורכי שתי צלעות במשולש גדול מאורך הצלע השלישית, ואינו שווה לה. לפיכך, מיטל אינה יכולה לעשות זאת.

- **בשאלה 4** התלמידים נדרשים למצוא שלושה מספרים שסכומם 160, והם מקיימים את תכונת אורכי הצלעות במשולש. מומלץ להדגיש לתלמידים שיש **אין־סוף** שלישיות מסוג זה. התלמידים יוכלו לפתור את השאלה על ידי ניחושים בעזרת ניסוי וטעיה.

- **בשאלות 5 ו־6** האורכים של שתיים מצלעות המשולש נתונים באמצעות משתנים וביטויים אלגבריים. סעיף א' ניתן לפתרון על ידי הצבת הערכים הנתונים ובדיקת תכונת אורכי צלעות המשולש. בסעיף ב' התלמידים נדרשים לשים לב שכאשר הם בוחרים ערך מסוים למשתנה, בחירת ערך זו משפיעה על האורכים של שתי צלעות. התלמידים יוכלו לפתור את סעיפי ב' בשאלות אלו על ידי ניחושים בעזרת ניסוי וטעיה.

פרק 41 - מנסרה ישרה משולשת

מה נלמד בפרק זה?

- נלמד מהי **מנסרה ישרה משולשת**.
- נלמד לחשב את שטח הפנים ואת שטח המעטפת שלה.
- נלמד לחשב את הנפח של מנסרה ישרה משולשת.

שעות לימוד מומלצות לפרק זה: 3 שעות.

מהי המטרה המרכזית בפרק? היכרות ותרגול בנושא מנסרה ישרה משולשת.

על אילו נושאים קודמים נחזור בפרק?

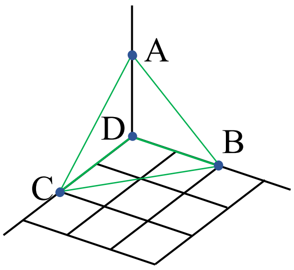
- שטח של מלבן, ריבוע ומשולש.
- תיבה וקובייה.

מה חשוב לי לדעת?

- **מומלץ שפרק זה יילמד לאחר פרק 40 "אורך הצלעות במשולש", בהתאם לתרשים סדר הלימוד.**
- יש להציג בכיתה את הכתוב במסגרות הצהובות - הסברים ודוגמאות - לפי סדר הופעתן.

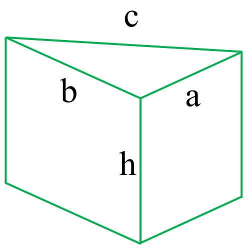
לאילו נקודות כדאי לי לשים לב במהלך הפרק?

- **המסגרת הצהובה בעמוד 147** מציגה את המנסרה המשולשת, את המונחים הקשורים אליה ואת פריסתה. **בשאלות 1-6** התלמידים יסתמכו על מידע זה.



- **שאלה 6** היא שאלת העמקה **המיועדת לתלמידים מיומנים ולכיתות מתקדמות**. בשאלה זו נדרשת מהתלמידים ראייה מרחבית, על מנת לקבוע אם הגוף התלת ממדי המתקבל מתאים להגדרה של מנסרה ישרה משולשת. בגוף זה לא קיימות שתי פאות מקבילות שאותן ניתן להגדיר כבסיסי המנסרה. בנוסף, פאות הגוף שהתקבל אינן מלבניות.
לפיכך, הגוף התלת ממדי אינו מנסרה ישרה משולשת.

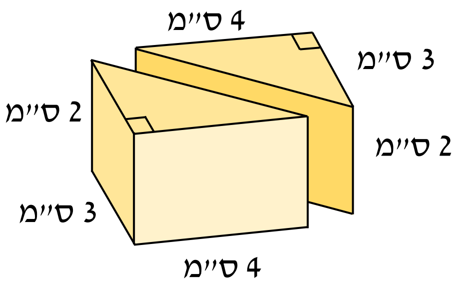
- **המסגרת הצהובה בעמוד 149** מציגה כיצד ניתן לחשב את שטח הפנים ואת שטח המעטפת של מנסרה ישרה משולשת. בשלב זה, לאחר שהתלמידים מכירים את הנוסחאות לחישוב שטח הפנים ושטח המעטפת של תיבה ושל קובייה, **מומלץ לחדד עם הכיתה את ההבדלים בחישוב בין שלוש הצורות המרחביות האלו**. **בשאלות 11-7** התלמידים יסתמכו על מידע זה.



- **שאלה 10** היא שאלת העמקה **המיועדת לכל הכיתה**. מומלץ לחלק את הכיתה לזוגות, ולבקש מהתלמידים לפתור את השאלה תוך שיח ודיון ביניהם.
בשאלה זו התלמידים נדרשים להיעזר בנוסחאות לחישוב שטח המעטפת ושטח הפנים כדי לקבוע אם הטענות שגויות או נכונות.
תחילה נסמן את ממדי המנסרה בעזרת האותיות a, b, c ו־d כמתואר בשרטוט.

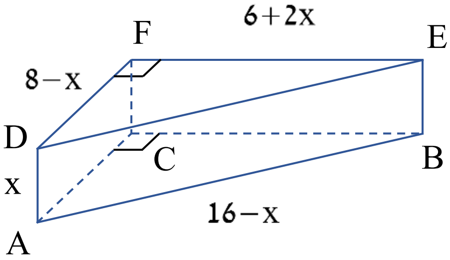
טענה א': שטח המעטפת של המנסרה המקורית הוא: $h\cdot(a+b+c)$. לאחר השינוי, גובה המנסרה יהיה 2h ושטח המעטפת של המנסרה החדשה יהיה: $2h\cdot(a+b+c)$. שטח זה גדול פי 2 משטח המעטפת של המנסרה המקורית. לפיכך הטענה **נכונה**.

טענה ב': שינוי בגובה המנסרה משפיע רק על **פאות הצד** ולא על הבסיסים. לפיכך הטענה **שגויה**.
בטענות ג' ו־ד', על התלמידים להיעזר בנוסחאות לחישוב שטח מעטפת ושטח פנים כדי להסיק שכאשר מגדילים את h בכל אופן, **השטחים גדלים**. לכן **הטענות נכונות**.

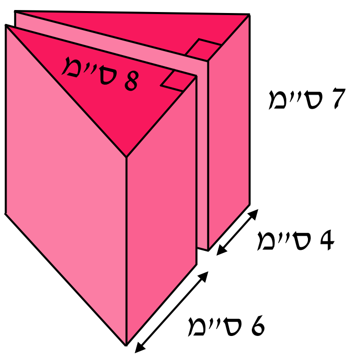


- **שאלה 12** היא שאלת העמקה המיועדת לכל הכיתה.
בסעיף א' מוצגת המחשה שבעזרתה התלמידים נדרשים להבין **כיצד ניתן לחשב נפח של מנסרה שבסיסיה משולשים ישרי זווית**. מומלץ לתת לתלמידים להתמודד עם הסעיף ולהגיע למסקנה בכוחות עצמם.
עליהם להבין שהתיבה נחצית לשתי מנסרות **שוות בנפחן**.
לכן ניתן לחשב את נפח התיבה ולחלק אותו ב־2, כדי לקבל את נפח המנסרה.
נפח התיבה הוא: $4\cdot3\cdot2=$ 24 סמ"ק, ולכן נפח המנסרה הוא: $\frac{24}{2}=$ 12 סמ"ק.
בסעיפים ב' ו־ג' יש לשים לב ששטח הפנים ושטח המעטפת של המנסרות המשולשות כולל את **שתי הפאות המלבניות שנוצרו מהחיתוך**. לכן שטח המעטפת ושטח הפנים של התיבה המקורית אינם שווים לסכום שטחי המעטפת וסכום שטחי הפנים של המנסרות המשולשות שהתקבלו.

- **המסגרת הצהובה בעמוד 152** מציגה את חישוב הנפח של מנסרה משולשת **שבסיסה משולש ישר זווית** בעזרת נוסחה, בהמשך לשאלה 12. **בשאלות 16-13** התלמידים יסתמכו על נוסחת הנפח.

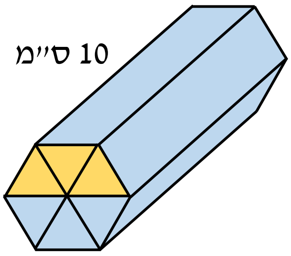


- **שאלה 15** מיועדת **לתלמידים מיומנים ולכיתות מתקדמות**.
סעיף א': התלמידים נדרשים להסתמך על כך שהצלעות הנגדיות במלבן ACFD שוות זו לזו ולסמן את שתיהן באמצעות x. נתון שהיקף המלבן הוא 16 ס"מ. מכך נובע שסכום האורכים של שתי הצלעות האחרות הוא $16-2x$.
לכן מתקיים: $DF=8-x$.
סעיף ב': נוכל לפתור את הסעיף באופן דומה לסעיף א' ונקבל: $DE=16-x$.
סעיף ג': התלמידים נדרשים להשתמש בהיקף הנתון של המשולש כדי למצוא את אורך צלע EF. סעיף זה הוא המחשה גיאומטרית למשוואה $30= \boxed{}+(16-x)+(8-x)$. כדי שסכום הצלעות יהיה שווה ל־30 ס"מ, על הצלע הנותרת להיות באורך $6+2x$. נקבל: $EF=6+2x$.
סעיף ד': התלמידים נדרשים **ליצור משוואה** בהסתמך על ההפרש בין אורכי הקטעים EF ו־DF. כדי להשוות בין אורך הצלע EF לבין אורך הצלע DF עלינו להוסיף 7 לצלע DF, ובכך ליצור את המשוואה: $6+2x=(8-x)+7$ שפתרונה: $x=3$.



- **שאלה 16** היא שאלת העמקה המיועדת לכיתה כולה.
בסעיף א' מוצגת המחשה שבעזרתה התלמידים נדרשים להבין **כיצד נחשב נפח של מנסרה שבסיסיה הם משולשים שאינם ישרי זווית**.
שתי המנסרות שנוצרו מהמנסרה המקורית הן בעלות בסיסים ישרי זווית, שהתלמידים יודעים כיצד לחשב את נפחיהן. סכום נפחיהן הוא למעשה נפח המנסרה המקורית.
נפח המנסרה השמאלית הוא 168 סמ"ק $=\frac{6\cdot 7\cdot 8}{2}$.
נפח המנסרה הימנית הוא 112 סמ"ק $=\frac{4\cdot 7\cdot 8}{2}$.
סך הנפחים של שתי המנסרות הוא 280 סמ"ק $=168+112$.
בסעיפים ב' ו־ג' יש לשים לב ששטח הפנים ושטח המעטפת של המנסרות המשולשות כולל את **שתי הפאות המלבניות שנוצרו מהחיתוך**. לכן שטח המעטפת ושטח הפנים של המנסרה המקורית אינם שווים לסכום שטחי המעטפת וסכום שטחי הפנים של המנסרות שהתקבלו.

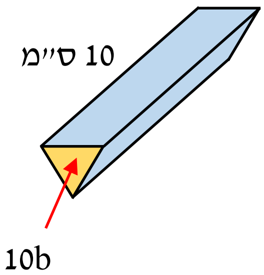
- **המסגרת הצהובה בעמוד 154** מציגה את חישוב הנפח של מנסרה משולשת **שבסיסה משולש חד זווית או קהה זווית** בעזרת נוסחה, בהמשך לשאלה 16. **בשאלות 17-22** התלמידים יסתמכו על נוסחת הנפח.



- **שאלה 20** מיועדת **לתלמידים מיומנים ולכיתות מתקדמות**. בשאלה זו לראשונה התלמידים מתבקשים להביע נפחים **באמצעות שני משתנים**.
תחילה, **מומלץ להסביר לתלמידים ששטח הפנים של הגוף התלת ממדי הוא תמיד סכום השטחים של כל הפאות שלו.**

סעיף א': כדי למצוא את שטח הפנים של הגוף התלת ממדי, עלינו לחשב את סכום שטחי פאותיו. תחילה התלמידים נדרשים למצוא את **אורך הצלע במשולשים שווי הצלעות**, ובעזרתו יחשבו את שטח הפאות המלבניות הצדדיות בגוף. היקף הצורה הצבועה בכתום הוא $30a$ והוא למעשה סכום האורכים של 5 צלעות משולשים שווי צלעות. מכך נמצא שאורך הצלע של כל משולש הוא $6a$.
כעת נוכל לחשב ששטח פאה מלבנית אחת הוא $6a\cdot10=60a$.

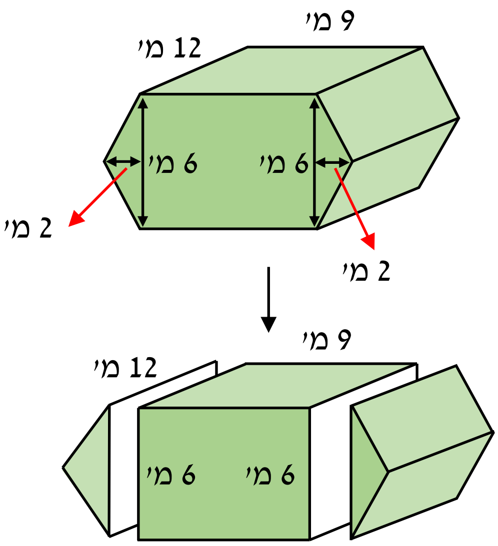
השטח של 6 הפאות המלבניות הוא: $6\cdot60a=360a$.



סעיף ב': עלינו לחשב את שטחי הפאות שבצורת משושה. השטח הצבוע בכתום הוא $30b$ ומורכב מ־3 משולשים שווי צלעות. כלומר, השטח של כל משולש שווה צלעות הוא $10b$. כיוון שכל אחת מהפאות בצורת משושה מורכבת מ־6 משולשים שווי צלעות, הרי שהשטח של כל פאה משושה הוא: $6\cdot10b=60b$ וכך סכום שתי הפאות הוא $2\cdot60b=120b$.

לבסוף, שטח הפנים שווה ל־ $120b+360a$.

בסעיף ג' התלמידים נדרשים להבין שנפח הגוף כולו גדול פי 6 מהנפח של כל אחת מהמנסרות המשולשות שמהן הוא מורכב. הנפח של מנסרה אחת הוא $10b\cdot10=100b$, ולכן נפח הצורה כולה הוא $6\cdot100b=600b$.

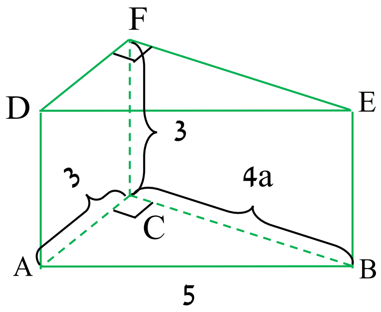


- **שאלה 21** מיועדת **לתלמידים מיומנים ולכיתות מתקדמות**.
בשאלה זו התלמידים נדרשים להבין שנפח החללית מורכב מהנפחים של התיבה ושתי המנסרות.
- נפח התיבה במרכז החללית הוא 648 מ"ק $=9\cdot12\cdot6$.

בשתי המנסרות - שטח הבסיס הוא 6 מ"ר $=\frac{6\cdot2}{2}$,

ולכן נפח כל מנסרה הוא 72 מ"ק $=6\cdot12$.

לבסוף, נפח גוף החללית שווה ל: 792 מ"ק $=2\cdot72+648$.



- **שאלה 22** היא שאלת אתגר המיועדת **לתלמידים מיומנים במיוחד.**
בסעיף א'1 התלמידים נדרשים להשתמש בנוסחה לחישוב נפח מנסרה שבסיסיה הם משולשים ישרי זווית, כדי להביע את אורך BC באמצעות a.
אורכי המקצועות AC ו־FC הם 3 ס"מ ונפח המנסרה הוא 18a.
בעזרת נוסחת הנפח נוכל למצוא שאורך הצלע BC הוא 4a.
סעיף זה הוא למעשה גרסה גיאומטרית לתרגיל: $\frac{3\cdot\square\cdot 3}{2}=18a$.

בסעיף א'2 התלמידים נדרשים להיעזר באורך של BC שמצאו (4a) כדי להביע באמצעות a את שטח הבסיס התחתון. מתקבל הביטוי: $\frac{3\cdot 4a}{2}=6a$.

בסעיף ב' התלמידים ייעזרו בנוסחה לחישוב שטח של מנסרה שבסיסה הוא ישר זווית. מתקבל הביטוי: $3\cdot 3+4a\cdot 3+5\cdot 3=9+12a+15=24+12a$.

בסעיף ג' התלמידים נדרשים ליצור משוואה מהנתון על שטחי הפאות. תחילה, עליהם למצוא את שטח הבסיס העליון באמצעות a. כיוון שבמנסרה שטחי הבסיסים שווים, שטח הבסיס העליון שווה לשטח הבסיס התחתון (6a). מתקבלת המשוואה: $24+12a=6a+30$ שפתרונה הוא: $a=1$.

"זה לא שאני כה חכם, אני פשוט נשאר עם השאלות הרבה יותר זמן"
אלברט איינשטיין, פיזיקאי ומתמטיקאי

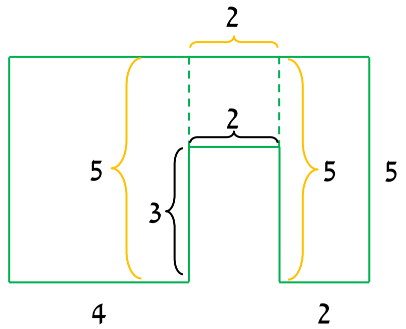
הערכות מסכמות 6-1

מהי הערכה מסכמת?

ההערכות המסכמות בסוף הספר נכתבו במתכונת בחינת הערכה מסכמת שנתית.

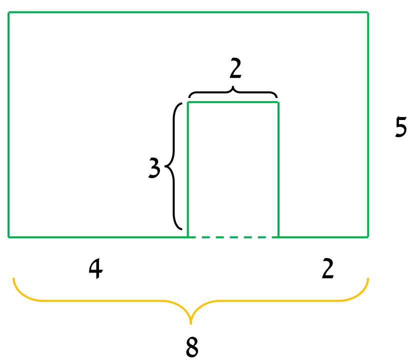
ההערכות נכללות בספר כדי לאפשר תרגול שאלות ברמת בחינה עם התלמידים.

הערכה מסכמת 1

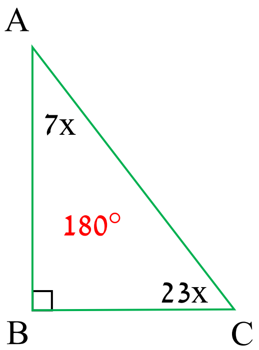


- ישנן שתי דרכים לפתרון **שאלה 3**:

דרך א': התלמידים נדרשים לפרק את הצורה למלבנים. לאחר מכן יחשבו את השטח של כל מלבן בנפרד ויחברו את השטחים: 34 סמ"ר = $5\cdot2+2\cdot2+5\cdot4$.



דרך ב': התלמידים עשויים להשלים את הצורה למלבן גדול, ולאחר מכן להחסיר את השטח החסר. כך יקבלו את שטח הצורה: 34 סמ"ר = $8\cdot5-2\cdot3$.



- **בשאלה 11** התלמידים נדרשים להשתמש בכך ש**סכום הזוויות במשולש הוא 180°** כדי לבנות את המשוואה: $90°+7x+23x=180°$ ולפתור: $x=3$

- **בשאלה 17** התלמידים נדרשים להציב את ערך ה־x כדי למצוא את ערך ה־y המתאים לו.
טעות נפוצה בסעיף ב' היא הצבה כזו: $y=10--2^2=10-(-4)=14$ שבה סימן המינוס נמצא מחוץ
- לסוגריים ואינו עולה בחזקה, במקום להציב $y=10-(-2)^2=10-4=6$.

- **בשאלה 18** בסעיף א', התלמידים נדרשים לשים לב לחוקיות המוצגת בטבלה ולמלא את עמודת
- המשקל כעבור 4 ו־5 דקות. לפי הנתונים, בכל דקה מוסיפים 3 גרם לקמח:

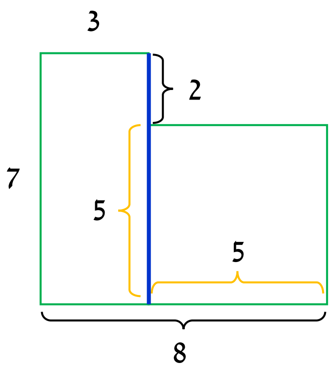
משך הזמן (דקות)	5	4	3	2	1	0
משקל הקמח (גרם)	**45**	**42**	39	36	33	30

בסעיף ג' התלמידים ייעזרו בחוקיות זו כדי להסיק שמשקל הקמח לאחר דקה גדל ב־3 גרם, לכן בדקה ה־24 היו 102 גרמים של קמח.

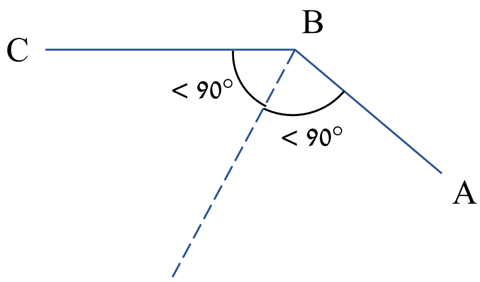
התלמידים נדרשים לפתור את הסעיפים ב' ו־ד' באחת משתי דרכים:
דרך 1: בסעיף ב' ניתן להמשיך את הטבלה עד הדקה ה־8 ולמצוא את משקל הקמח.
בסעיף ד' ניתן להשתמש בנתון של סעיף ג' - בדקה ה־23 היו בקערה 99 גרם קמח. ההפרש בין 99 ל־129 הוא 30, ובכל דקה מוסיפים 3 גרם. התלמידים נדרשים להסיק כי 10 דקות לאחר הדקה ה־23 היו בקערה 129 גרם קמח. לסיכום - עברו 33 דקות.
דרך 2: התלמידים יוכלו **למצוא ביטוי אלגברי** המייצג את משקל הקמח כעבור x דקות.
הביטוי המתאים הוא $30+3x$. בסעיף ב' יוכלו להציב $x=8$ בביטוי ולמצוא שכעבור 8 דקות יהיו 54 גרם של קמח. בסעיף ד' יוכלו לבנות את המשוואה $30+3x=129$ שפתרונה הוא $x=33$.

הערכה מסכמת 2

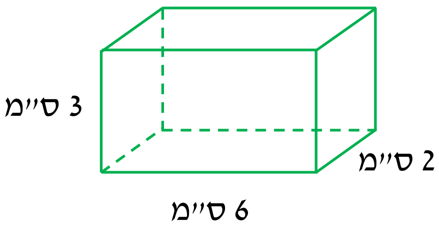
- **בשאלה 3** התלמידים נדרשים למצוא את ההיקפים ואת השטחים של הריבוע והמלבן.
לפי **חיסור קטעים** בצלע הכחולה - ניתן למצוא שאורך צלע הריבוע הוא 5 ס"מ. לאחר מכן ניתן למצוא שרוחב המלבן הוא 3 ס"מ. עם נתונים אלו, התלמידים יוכלו להשוות בין ההיקפים והשטחים של הריבוע והמלבן ולקבוע אילו מבין הטענות נכונות ואילו שגויות.



- **בשאלה 11** התלמידים נדרשים להשתמש בהגדרת זווית קהה
כדי להסיק מהנתון שגודל הזווית $\measuredangle ABC$ הוא בין 90° לבין 180° (לא כולל הקצוות).
לכן כאשר **נחצה את הזווית**, כל אחת מהזוויות החצויות תהיה בין 45° לבין 90° (לא כולל הקצוות).
לכן הזווית בהכרח חדות.

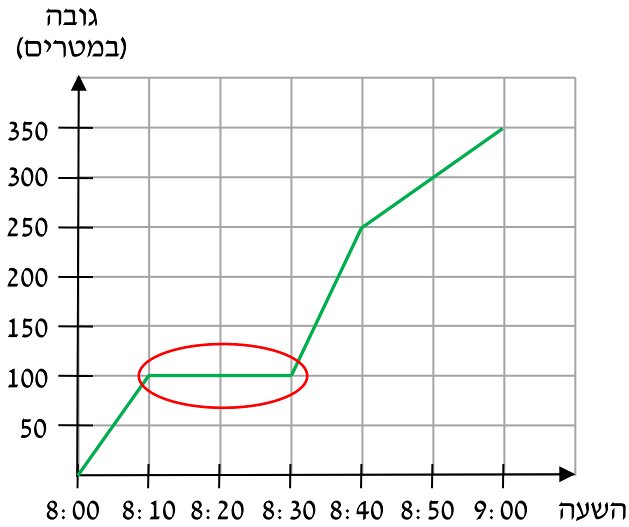


- **שאלה 14** - תחילה, התלמידים נדרשים להיעזר בפריסת התיבה הנתונה כדי לזהות את ממדי התיבה.
התיבה מוצגת בשרטוט משמאל.
לאחר מכן, הם נדרשים להשתמש בנוסחאות לחישוב שטח פנים ונפח של תיבה:
$S = 2\cdot6\cdot2+2\cdot6\cdot3+2\cdot2\cdot3 =$ 72 סמ"ר
$V=6\cdot2\cdot3 =$ 36 סמ"ק



"אם אתם חושבים שהחינוך יקר, נסו בּוּרוּת."
- ג'ף ריץ', נדבן אפריקאי

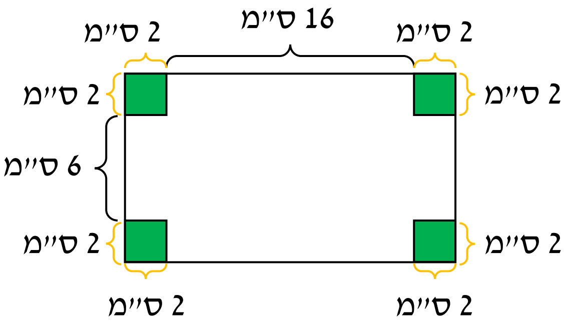
- **בשאלה 18** התלמידים נדרשים להסקה גרפית מהגרף המתאר את גובה הבלון.
בסעיף א' עליהם לזהות שהגובה המתאים עבור השעה 8:10 הוא 100 מטרים.
בסעיף ב' עליהם להסיק מהגרף שהפרש הגבהים בין השעות 8:30 ו־8:40 הוא 150 מ', ולכן הבלון עלה 150 מטרים בין השעות הללו.
בסעיף ג' הם נדרשים לזהות שהשעה המתאימה לגובה 300 מטרים היא 8:50.
בסעיף ד' עליהם להסיק על סמך הסיפור המתואר - איזה מחלקיו של הגרף מתאר את ההתרחשות שבה הבלון תקוע במרפסת.



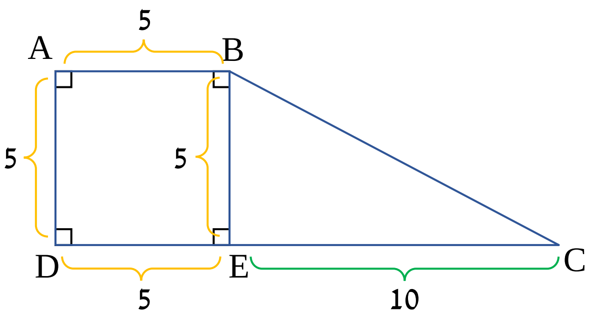
עליהם להסיק כי חלק זה הוא החלק בו ערך ה־y של הנקודות בגרף הוא **קבוע** בשעות 8:10-8:30 (החלק המוקף באדום), לכן הבלון היה תקוע במרפסת הבניין למשך 20 דקות.

הערכה מסכמת 3

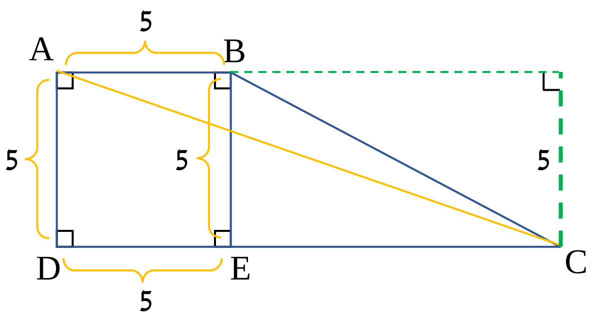
- **בשאלה 3** בסעיף א' התלמידים נדרשים להסיק מהנתון על היקף הריבועים הקטנים שאורך כל צלע של ריבוע שווה ל־2 ס״מ. כך יוכלו למצוא את אורך ורוחב המלבן ולחשב את שטחו.
השטח הוא: 200 סמ״ר $= 10\cdot 20$.
בסעיף ב' התלמידים נדרשים לבצע **חיסור שטחים**.
אם יחסרו את סכום שטחי הריבועים הקטנים משטח המלבן הגדול - יקבלו את השטח הלבן:
184 סמ״ר $= 200-4\cdot(2\cdot 2)$.



- **שאלה 7** היא שאלה מדורגת.
בסעיף א' התלמידים נדרשים להשתמש בנתון על היקף הריבוע כדי לחשב את אורך צלעו. מכיוון ששטחי הריבוע והמשולש שווים, יוכלו למצוא את אורך הצלע EC בעזרת הנוסחה לחישוב שטח המשולש ΔBEC.
בחישוב ימצאו ש־10 ס״מ = EC.



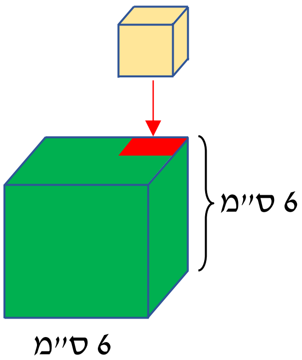
בסעיף ב'1 התלמידים ייחשבו את שטח המשולש ΔACD בעזרת הנוסחה שלמדו.
סעיף ב'2 מאתגר יותר, כאשר התלמידים נדרשים להבין שניתן לחשב את שטח המשולש ΔABC בעזרת אורך הצלע AB והגובה החיצוני שיורד אליה, כמתואר בשרטוט משמאל.



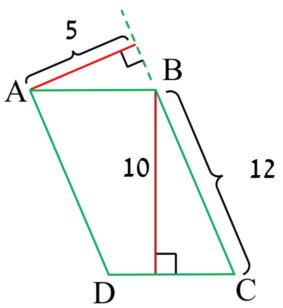
"ככל שתקרא יותר, תדע יותר דברים. ככל שתלמד יותר, כך תגיע ליותר מקומות."
- ד"ר סוס, סופר

- **בשאלה 9** התלמידים נדרשים לקבוע אם טענות הן נכונות או שגויות בהסתמך על החומר שלמדו.
בסעיף א' הטענה **שגויה**. שבר שבו המונה הוא 0 שווה ל־0 ולכן אינו חסר משמעות. טעות נפוצה של תלמידים היא להתייחס לביטוי חסר משמעות כביטוי שבו 0 מופיע במונה ולא במכנה.
בסעיף ב' הטענה **שגויה**. התלמידים יכולים להפריך את הטענה על ידי מציאת שני מספרים מלבד 2 ו־2 שמכפלתם היא 4. לדוגמה, 4 ו־1.
בסעיף ג' הטענה **שגויה**. התלמידים יכולים להפריך את הטענה על ידי מציאת שני מספרים חיוביים שהפרשם אינו חיובי. לדוגמה, $6-8=-2$.
בסעיף ד' הטענה **נכונה**. אם שני משתנים **שווים**, ערכם המספרי שווה. בפרט, הם שווים בערכם המוחלט. בסעיף ה' הטענה **שגויה**. כאשר מחלקים מספר חיובי בשלילי המנה תמיד **שלילית**.

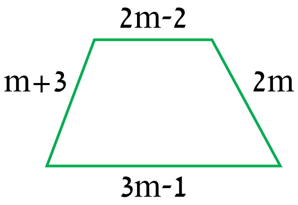
- **בשאלה 13** בסעיף א' התלמידים נדרשים לחשב את אורך המקצוע של הקובייה הקטנה ובעזרתו לחשב את נפח הצורה על ידי חיבור נפחי שתי הקוביות.
סעיף ב' מאתגר. התלמידים נדרשים להבין ששטח הפנים של הצורה כולה **אינו כולל** את שטח הפנים המוסתר על ידי קובייה הקטנה (השטח האדום משמאל), לכן כדי לחשב את שטח הפנים עליהם לחבר את שטחי פאות הקובייה הגדולה ולחסר שטח של פאה אחת של הקובייה הקטנה: 212 סמ"ר $=6^3-2^2$.
באופן זה יקבלו את השטח הירוק. כדי לחשב את השטח הכתום, עליהם לחשב את סכום פאות הקובייה הקטנה **ללא** הפאה התחתונה. השטח הכתום הוא: 20 סמ"ר $=2^2\cdot 5$. בסך הכול, שטח הפנים של הצורה הוא: 232 סמ"ר $=212+20$.

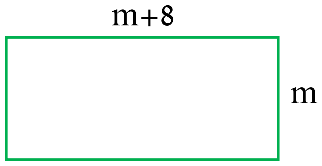


- **בשאלה 15** התלמידים נדרשים תחילה למצוא את שטח המקבילית כדי לחשב את אורך הצלע AB. הם יוכלו למצוא את השטח בעזרת אורך הצלע BC והגובה היורד אליה: $12\cdot 5=60$.
לאחר מכן, עליהם להסיק שאורך הצלע AB צריך להיות 6 ס"מ כדי ששטח המקבילית יהיה 60 סמ"ר.
שאלה זו היא למעשה המחשה גיאומטרית לתרגיל: $10\cdot \square=60$.



הערכה מסכמת 4





- **בשאלה 4** התלמידים נדרשים להיעזר בנתונים על אורכי הצלעות וההיקפים של המלבן והטרפז, להביע באמצעות m את היקפיהם ובעזרתם לכתוב את המשוואה: $8m = 4m+16$.

  פתרון המשוואה הוא: $m=4$.

  בהתאם, ניתן לחשב כעת שהיקף המשולש הוא 12 ס"מ.

- **בשאלה 7** התלמידים נדרשים למצוא צמד ערכים של x ו־y שעבורו שני הביטויים האלגבריים שווים. מומלץ להסביר לתלמידים שישנם אין־סוף ערכים שיכולים להתאים כתשובות. הם נדרשים למצוא צמד ערכים על בסיס שיקולים פשוטים.

  לדוגמה, נוכל למצוא את ערכי x ו־y ש**מאפסים את שני הביטויים**, ואז ערך שני הביטויים יהיה 0. כלומר, עבור צמד הערכים $x=10$ ו־$y=5$ שני הביטויים יהיו שווים ל־0 ושווים זה לזה. ניתן גם לנסות למצוא את ערכי x ו־y שעבורם שני הביטויים יהיו שווים ל־4. נקבל זאת אם נציב את הערכים $x=8$ ו־$y=6$.

בשאלה 14 התלמידים נדרשים **להסקה בכיוון הפוך** מהרגיל. בשאלה זו **הביטוי האלגברי נתון** והתלמידים נדרשים להסיק **מה מייצג כל חלק בביטוי**. נתון שהביטוי $30+65x$ מייצג את השכר (בשקלים) של אנטון ליום עבודה, שאנטון מקבל 30 ש"ח ביום כהוצאות נסיעה, וש־x מייצג את מספר שעות העבודה שאנטון עובד מדי יום.

בסעיף א' התלמידים נדרשים להסיק שהמספר 65 מייצג את **השכר שאנטון מקבל לשעת עבודה**.

בסעיף ב' יש להציב בביטוי הנתון את הערך $x=7$ כדי לחשב את שכרו של אנטון אתמול: 485 ש"ח.

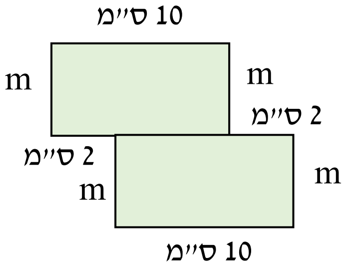
בסעיף ג' התלמידים נדרשים להיעזר בסעיף ב', ולכתוב משוואה בה המשתנה x מייצג את כמות השעות שאנטון נדרש לעבוד היום.

באגף ימין במשוואה יופיע המספר 710, ובאגף שמאל יופיע ביטוי המייצג את השכר הכולל של אנטון **אתמול והיום** באמצעות x: $485+(30+65x)=710$. פתרון המשוואה הוא $x = 3$. כלומר, 3 שעות היום.

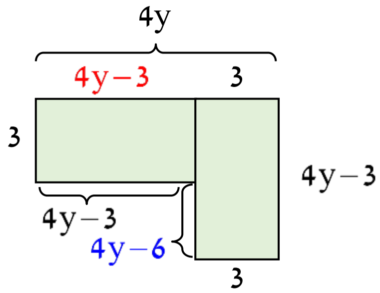
מומלץ להדגיש לתלמידים את החשיבות של הבנת **המשמעות המציאותית** שהמשוואה מייצגת.

הערכה מסכמת 5

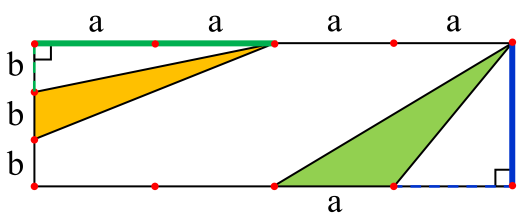
- **שאלה 4:** בסעיף א' התלמידים נדרשים להסתמך על כך שהמלבנים חופפים כדי לחשב את היקף הצורה כולה: $4m+20+4=4m+24$.



בסעיף ב' התלמידים נדרשים תחילה למצוא את ממדי המלבנים. בעזרת **חיסור קטעים** יוכלו למצוא את אורכי הקטעים המסומנים באדום ובכחול. בעזרת תכונות המלבן ומהנתון שהמלבנים חופפים, ניתן למצוא את שאר האורכים, ולבסוף להביע את היקף הצורה כולה:
$3\cdot(4y-3)+3\cdot3+(4y-6)=16y-6$.



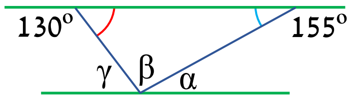
- **בשאלה 7** התלמידים נדרשים להשוות בין השטח הירוק לבין השטח הכתום. עליהם לזהות שבשני המשולשים ניתן להביע את השטח בעזרת **גובה חיצוני במשולש**. במשולש הירוק הגובה החיצוני מסומן בכחול. במשולש הכתום הגובה החיצוני מסומן בירוק.



ניתן להביע את שטחי המשולשים בעזרת אורכי הצלעות ואורכי הגבהים, ולאחר מכן להשוות ביניהם:

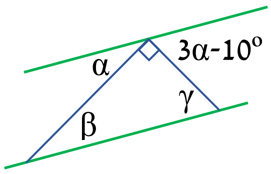
שטח של המשולש הירוק הוא: $\frac{a\cdot3b}{2}=1.5b\cdot a$. שטח של המשולש הכתום הוא: $\frac{b\cdot2a}{2}=b\cdot a$.

לכן השטח של המשולש הירוק גדול יותר.

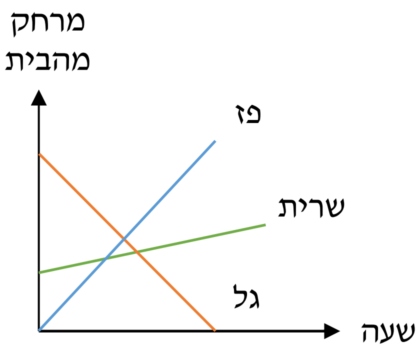


- **בשאלה 12** על התלמידים להשתמש **בחומר שלמדו בפרק זוויות**.
בסעיף א' התלמידים נדרשים לחשב את הזוויות המסומנות בתכלת ובאדום בעזרת הזוויות המשלימות ל-180°. הזווית הכחולה שווה ל-$180-155=25^\circ$, הזווית האדומה שווה ל-$180-130=50^\circ$.

לאחר מכן, יוכלו למצוא את הזווית α ו-γ, שהן זוויות מתחלפות עם הזוויות המסומנות בכחול ובאדום בהתאמה, לכן $\alpha=25^\circ$ ו-$\gamma=50^\circ$. לסיום, יש להשתמש בכך שהזווית β משלימה ל-180° בזווית התחתונה השטוחה, לכן $\beta=180-25-50=105^\circ$.



בסעיף ב' התלמידים נדרשים למצוא את α, β ו-γ. הם יוכלו ליצור משוואה המסתמכת על כך שזווית שטוחה שווה ל-180°: $\alpha+(3\alpha-10)+90=180$. פתרון המשוואה הוא: $\alpha=25^\circ$. הזווית β ו-γ מתחלפות עם הזוויות α ו-$3\alpha-10$ בהתאמה, לכן $\beta=25^\circ$ ו-$\gamma=65^\circ$.



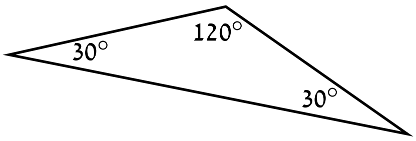
- **בשאלה 16** התלמידים נדרשים **להסקה גרפית** בהסתמך על הפונקציה המתאימה בין השעה ביום לבין המרחק של הבנות מהבית.
בסעיף א' התלמידים עוסקים בקשר שבין ערך הפונקציה לבין המרחק של כל אחת מהבנות מביתה.
בסעיף ב' התלמידים נדרשים להבין שהשעה שבה גל חזרה לביתה היא **השעה שבה המרחק בין גל לביתה היה 0**. לאחר מכן, עליהם לבחון את הערכים המתאימים עבור **אותה שעה** בגרפים של שרית ופז, ולקבוע איזה מהם **קטן יותר**, שכן ערך זה מייצג את מידת הקרבה לבית.
בסעיף ג' התלמידים נדרשים להסיק שהמפגש בין הגרפים של גל ושרית **אינו מעיד** על כך שהן נפגשו פיזית.

מומלץ להסביר לכיתה שבמיקומים שונים של גל ושרית, הן עשויות להיות במרחקים שווים מביתן אך בכיוונים שונים, כך שאינן נפגשות, כמו במעגל.

"כל מטרת החינוך היא להפוך מראות לחלונות."
- סידני האריס, עיתונאי

הערכה מסכמת 6

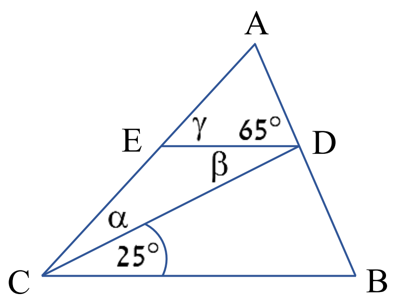
- **בשאלה 2** יש להשתמש ב**סכום הזוויות במשולש** כדי לקבוע אם טענות הן שגויות או נכונות.
טענה i **שגויה**. במשולש ישר זווית ישנה זווית ישרה בגודל 90°. מכיוון שסכום הזוויות במשולש הוא 180°, הרי שסכום שתי הזוויות הנוספות במשולש הוא 90°, ולכן
הן בהכרח קטנות מ־90°, ובהכרח חדות.
טענה ii **נכונה**. לדוגמה, המשולש משמאל.



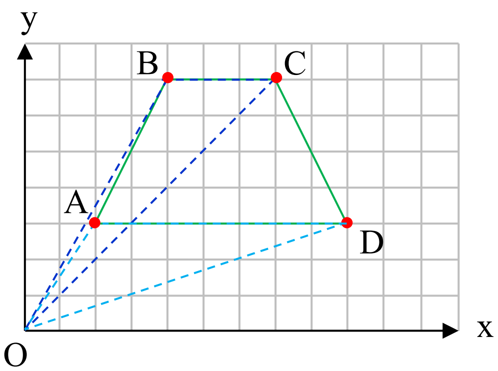
- טענה iii **שגויה**. במשולש קהה זווית ישנה זווית גדולה מ־90°.
לכן סכום שתי הזוויות הנוספות בהכרח קטן מ־90°, ולא ייתכן שישנה זווית ישרה.
טענה iv **נכונה**. במשולש בו קיימות הזוויות 50° ו־55° ניתן לחשב את גודל הזווית השלישית. נקבל:
$180^\circ-55^\circ-50^\circ=75^\circ$. כל הזוויות במשולש הן חדות, ולכן הוא משולש חד זווית.

- **בשאלה 6** התלמידים נדרשים לענות על שאלות בהתבסס על תיאור המשחק של רוני.
בעזרת הנתונים שהופיעו בשאלה לפני סעיף א׳ נוכל לכתוב את הביטוי האלגברי $30(60+60a+20b)$.
בסעיף ב׳ התלמידים נדרשים להציב ערכים במשתנים a ו־b בביטוי. מתקבל הערך 9,600.
סעיף ג׳ הוא **הסעיף המאתגר בשאלה**. מכפלה של מספר זוגי בכל מספר - היא זוגית, לכן הביטויים $60a$ ו־$20b$ הם זוגיים. גם סכום של מספרים זוגיים הוא זוגי, לכן הסכום $60+60a+20b$ הוא זוגי.
לבסוף, המכפלה $30(60+60a+20b)$ היא **זוגית**. כלומר, **לא ייתכן** שמספר הנקודות שרוני תקבל במהלך חודש מסוים הוא **אי־זוגי**.

- **שאלה 10**



בסעיף א׳ התלמידים נדרשים למצוא את גודל הזוויות α, β ו־γ.
הזוויות β ו־25° מתחלפות בין ישרים מקבילים, ולכן $\beta=25^\circ$.
הקטע CD חוצה את הזווית $\measuredangle C$, ולכן $\alpha=25^\circ$. הזוויות γ ו־$\measuredangle ACB$ הן זוויות מתאימות בין ישרים מקבילים, ולכן $\gamma=50^\circ$.
בסעיף ב׳1 התלמידים נדרשים לחשב את גודל הזווית $\measuredangle BDC$
על ידי השלמת הזווית $\measuredangle ADB$ ל־180°: $\measuredangle BDC=180-90=90^\circ$.
בסעיף ב׳ 2, יש לחשב את גודל הזווית $\measuredangle ABC$ בעזרת סכום הזוויות במשולש ΔBDC.
נקבל: $\measuredangle ABC=180-25-90=65^\circ$. ניתן לחשב את הזווית $\measuredangle ABC$ גם בכך שזווית זו והזווית $\measuredangle ADE$ מתאימות בין ישרים מקבילים.



- **שאלה 12**

בסעיף א' התלמידים נדרשים לחשב את שטח הטרפז בעזרת הנוסחה שלמדו. נשים לב שאורך צלע המשבצת **הוא 2 יח'**.

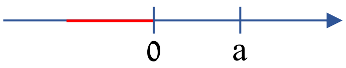
השטח הוא: 80 יח"ר $= \frac{(6+14)\cdot 8}{2} = \frac{(BC+AD)\cdot 8}{2}$.

בסעיף ב' התלמידים נדרשים להשוות בין השטחים של שני משולשים בעזרת **הגובה החיצוני** שלהם.

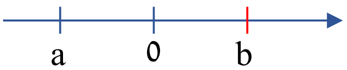
שטח המשולש ΔOBC הוא: 42 יח"ר $= \frac{6\cdot 14}{2} = \frac{BC\cdot 14}{2}$.

שטח המשולש ΔOAD הוא: 42 יח"ר $= \frac{14\cdot 6}{2} = \frac{AD\cdot 6}{2}$. לפיכך סהר צודק.

- **בשאלה 15** התלמידים נדרשים להיעזר ב**מספרים מכוונים ובערך המוחלט**.

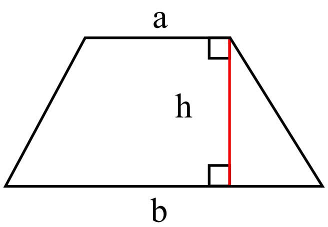


בסעיף א' התלמידים נדרשים להבין **שהמרחק של b מ־0** צריך להיות קטן מהמרחק של a מ־0. כיוון ש־b שלילי, הוא גם נמצא משמאל ל־0 על הציר. כל סימון של b בנקודה כלשהי על הקו האדום בשרטוט משמאל יהיה נכון.



בסעיף ב' התלמידים נדרשים לסמן את b כמספר הנגדי ל־a על הציר. מתואר בשרטוט משמאל.

- **בשאלה 17** התלמידים נדרשים להסיק על שינוי בשטח טרפז לפי שינוי באורך צלעותיו. שטח הטרפז המקורי הוא $\frac{(a+b)\cdot h}{2}$.



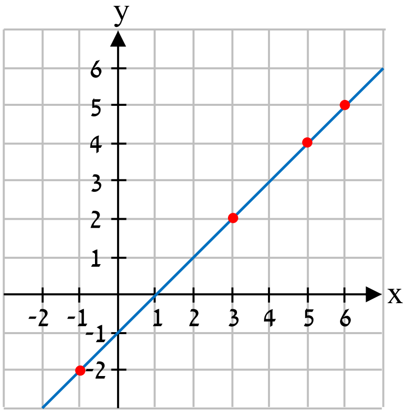
אם מאריכים את שני בסיסיו פי 5, יהיה שטחו:

$5\cdot\frac{(a+b)\cdot h}{2} = \frac{5(a+b)\cdot h}{2} = \frac{(5a+5b)\cdot h}{2}$.

לסיכום, שטחו גדל פי 5.

- **שאלה 18**

x	-1	3	5	6
y	-2	2	4	5



בסעיף א' התלמידים נדרשים למלא את הטבלה בהתאם ליחס בין x ו־y שנתון להם.

בסעיף ב' התלמידים נדרשים לחבר בין הנקודות וליצור ישר שמתאר את כל הנקודות המקיימות את היחס בין x ל־y (הגרף הכחול משמאל).

בסעיף ג' התלמידים נדרשים להשתמש בגרף ששרטטו כדי לקבוע אם הטענות נכונות או שגויות.

טענה i היא **שגויה**. לפי הגרף ניתן לראות שבכל הנקודות בהן שיעור ה־x שלילי, גם שיעור ה־y שלילי.

טענה ii היא **נכונה**. בתחום שבין 0 ל־1, שיעור ה־x, חיובי אך שיעור ה־y שלילי.

טענה iii היא **נכונה**. בתחום בו x גדול מ־1, שיעור ה־x, וגם שיעור ה־y חיובי.

טענה iv היא **נכונה**. בתחום בו x קטן מ־0 שיעור ה־x, וגם שיעור ה־y שלילי.

"מטרת החינוך היא להחליף מוח ריק בראש פתוח."

- מלקולם פורבס, עיתונאי ומוציא לאור

