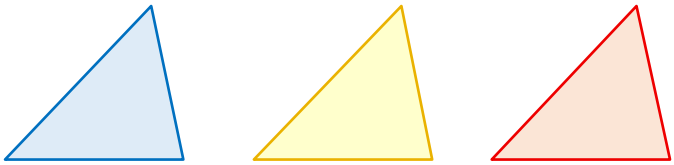
מסלול תות - דף עבודה פרק 12 - סכום הזוויות במשולש ובמרובע

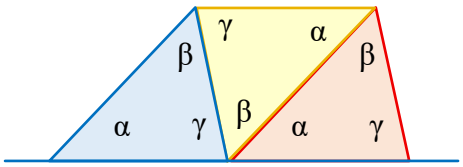
סכום זוויות במשולש

1. קפלו דף ל־3 חלקים זה מעל זה.
שרטטו משולש כלשהו על החלק העליון,
וגזרו אותו כך שיתקבלו 3 משולשים זהים.



בכל משולש סמנו את גודל הזווית הקטנה כ־α,
את גודל הזווית הבינונית כ־β ואת גודל הזווית הגדולה כ־γ.

נסו להניח את המשולשים לאורך קטע ישר כמתואר בשרטוט,
כך שלזוויות שגודליהן α, β ו־γ יהיה קודקוד משותף.



א. מהו סכום הזוויות שגודליהן α, β ו־γ? הסבירו.

ב. מה ניתן להסיק לגבי סכום הזוויות במשולש הגזור?

2. בכל סעיף נתונות שתי זוויות במשולש.
חשבו את גודל הזווית השלישית, וקבעו אם המשולש הוא חד זוויות, ישר זווית או קהה זווית:

א. $70°, 45°$ ב. $50°, 50°$ ג. $35°, 30°$ ד. $80°, 10°$

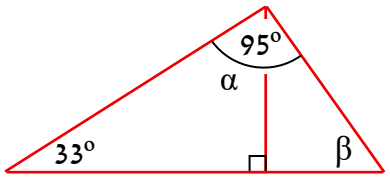
3. הציעו גדלים **משלכם** לזוויות של משולש, שבו אחת הזוויות היא $30°$, כך ש:

א. המשולש ישר זווית. ב. המשולש חד זוויות. ג. המשולש קהה זווית.

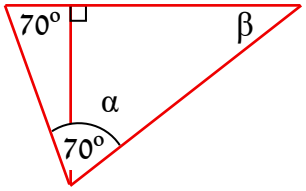
© כל הזכויות שמורות **להוצאת ארכימדס - תרגול במתמטיקה לתלמידי כיתה ז'**

4. מצאו את α ואת β.

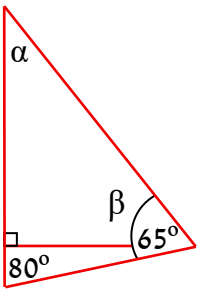
א.



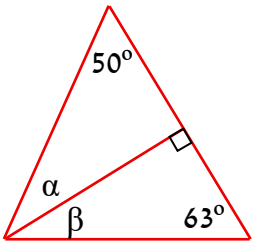
ב.



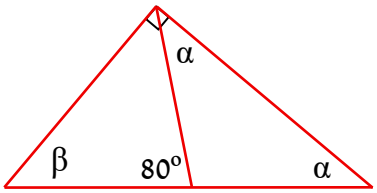
ג.



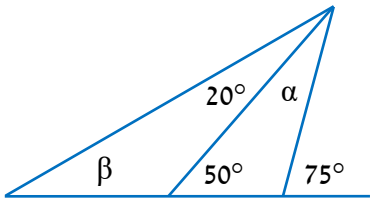
ד.



ה.



5. (*) א. היעזרו בנתונים שבשרטוט, מצאו את α ולאחר מכן גם את β.



ב. יוצרים משולשים נוספים. מהו סוג המשולש ש:

1. יש בו זווית שגודלה α וזווית שגודלה β.

2. יש בו זווית שגודלה α וזווית שגדולה ממנה פי 2.

6. (*) נתון משולש א' שזוויותיו הן α, β וזווית נוספת.

נתון משולש ב' שזוויותיו הן α, β וזווית נוספת.

האם ייתכן שהזווית הנוספת של משולש ב' גדולה מזו של משולש א'? הסבירו.

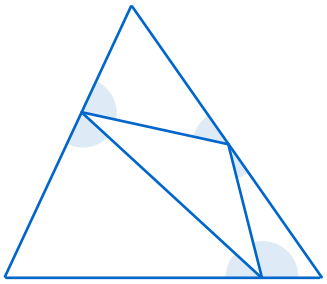
7. א. (*) האם ייתכן משולש שבו אחת הזוויות גדולה פי 180 מזווית אחרת?

אם כן, כתבו דוגמה מתאימה. אם לא, הסבירו.

ב. נתון שגודלי הזוויות במשולש הם מספרים שלמים. האם התשובה לסעיף א' כעת שונה? הסבירו.

© כל הזכויות שמורות **להוצאת ארכימדס - תרגול במתמטיקה לתלמידי כיתה ז'**

8. לפניכם משולש, ובתוכו חסום משולש אחר.
חשבו את סכום הזוויות הצבועות.



9. א. עבור כל טענה קבעו אם היא נכונה או שגויה. הסבירו.
   1. אם נתון גודל זווית הראש של משולש שווה שוקיים, אז ניתן למצוא את גודל שאר זוויותיו.
   2. אם נתון גודלה של אחת מזוויות הבסיס במשולש שווה שוקיים, אז ניתן למצוא את גודל שאר זוויותיו.
   3. במשולש חד זוויות, הסכום של כל שתי זוויות בו גדול מ־90°.

   ב. נתון משולש שווה שוקיים. נתון שגודל אחת מזוויותיו הוא 40°. הסבירו מדוע **לא ניתן** לחשב את גודל שאר הזוויות ללא נתון נוסף.

10. קבעו אם הטענה הבאה נכונה או שגויה, והסבירו: אם סכום כל שתי זוויות במשולש גדול מ־90°, אז הוא משולש חד זוויות.

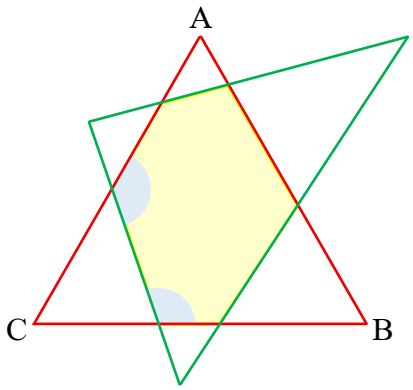
11. קבעו אם הטענה הבאה נכונה או שגויה, והסבירו: אם גדלי שתי זוויות במשולש הם מספרים שלמים המתחלקים ב־6 ללא שארית, גם גודל הזווית השלישית מתחלק ב־6 ללא שארית.

© כל הזכויות שמורות **להוצאת ארכימדס - תרגול במתמטיקה לתלמידי כיתה ז'**

12. (**) נתון כי המשולש ΔABC הוא שווה צלעות.

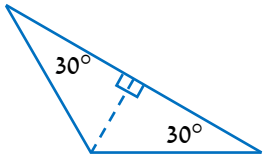
א. מהו סכום הזוויות הצבועות?

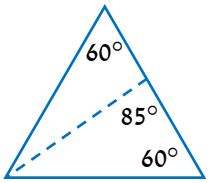
ב. חשבו את סכום הזוויות של המשושה הצבוע.

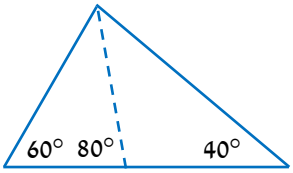


חוצה זווית במשולש

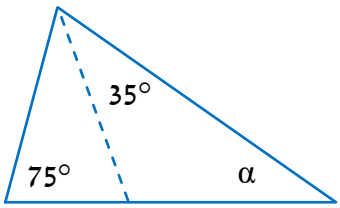
13. היעזרו בנתונים, וקבעו אם הקטע המקווקו הוא חוצה זווית במשולש.

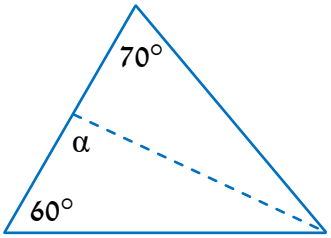
א.


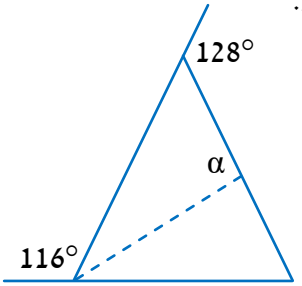
ב.


ג.


14. בכל משולש הקו המקווקו הוא חוצה זווית. מצאו את α:

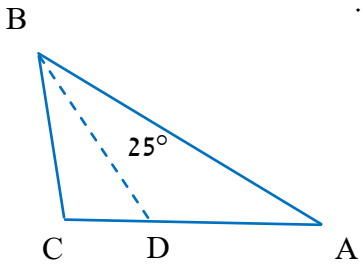
א.


ב.


ג.


© כל הזכויות שמורות **להוצאת ארכימדס - תרגול במתמטיקה לתלמידי כיתה ז'**

15. במשולש ΔABC הקטע BD הוא חוצה זווית. נתון: $\sphericalangle ABD = 25°$.



א. מצאו שתי זויות שוות המופיעות בשרטוט.

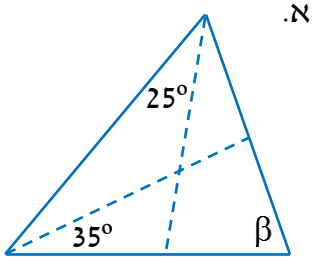
ב. נתון: $\sphericalangle A = 30°$. חשבו את גודל הזווית $\sphericalangle BDA$.

ג. חשבו את גודל הזווית $\sphericalangle BCA$.

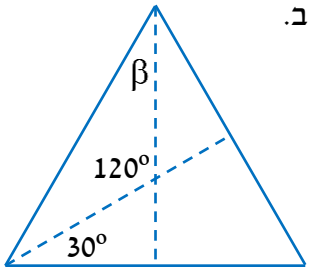
ד. חשבו את גודל הזווית $\sphericalangle BDC$.

16. בכל משולש מופיעים שני חוצי זווית מקווקווים. מצאו את β:

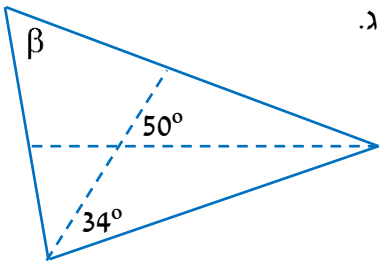
א.



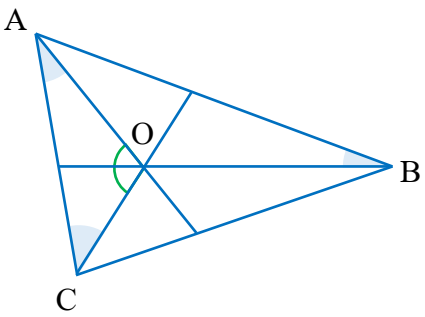
ב.



ג.



17. במשולש ΔABC שלושת חוצי הזוויות נחתכים בנקודה O.



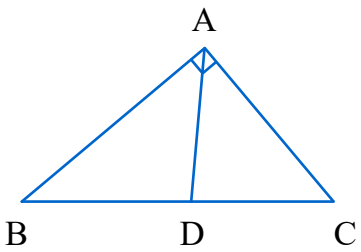
א. חשבו את סכום הזוויות הצבועות.

ב. הסבירו מדוע הזווית $\sphericalangle AOC$ בהכרח קהה.

18. (**) נתון המשולש ישר הזווית ΔABC ($\sphericalangle BAC = 90°$)

שזוויותיו החדות אינן שוות. הנקודה D נמצאת על הקטע BC

כך שהקטע AD הוא חוצה זווית.

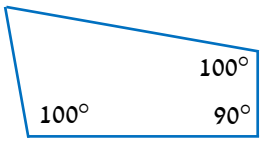


הסבירו מדוע **לא ייתכן** שבמשולש ΔABD הצלעות AD ו־BD שוות.

סכום זוויות במרובע

19. בכל מרובע חשבו את הזווית החסרה:

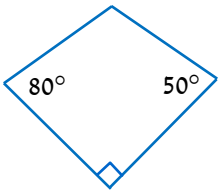
א.



ב.



ג.



20. הציעו שתי אפשרויות עבור גדלים **משלכם** לארבע זוויות של מרובע, שאחת מזוויותיו היא $90°$.

21. נתון מרובע ששתיים מזוויותיו הן בנות $80°$ ו-$50°$.
בכל סעיף הציעו גדלים **משלכם** לשתי הזוויות הנוספות. אם הדבר **אינו אפשרי** ציינו והסבירו זאת:

א. במרובע יהיו רק שתי זוויות קהות.

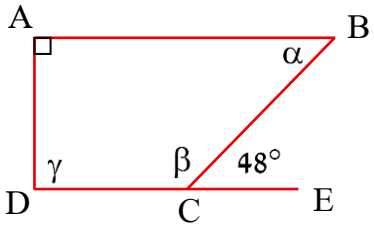
ב. במרובע יהיו שלוש זוויות קהות.

ג. במרובע יש יותר מזווית ישרה אחת.

ד. במרובע יהיו רק זוויות חדות.

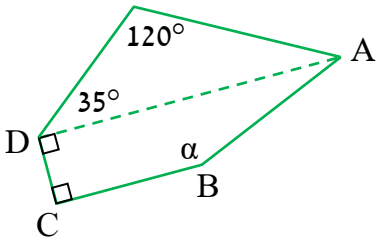
22. בשרטוט שלפניכם נתון: $AD \perp DE$.
מצאו את:

א. γ ב. β ג. α



© כל הזכויות שמורות **להוצאת ארכימדס - תרגול במתמטיקה לתלמידי כיתה ז'**

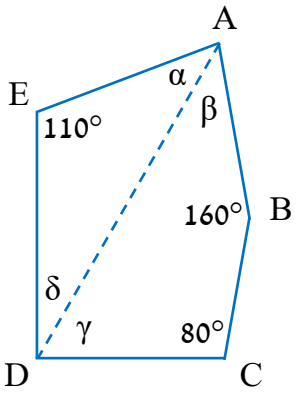
23. הקו המקווקו חוצה את הזווית A **בלבד**. מצאו את α.



24. א. לפניכם המחומש ABCDE. היעזרו באלכסון AD, וחשבו את סכום הזוויות במחומש.

ב. חשבו את סכום הזוויות α, β, γ ו־δ.

ג. נתון: $ED \perp DC$, הקטע AD חוצה את הזווית $\sphericalangle A$ **בלבד**.
מצאו את גודלי הזוויות α, β, γ ו־δ.



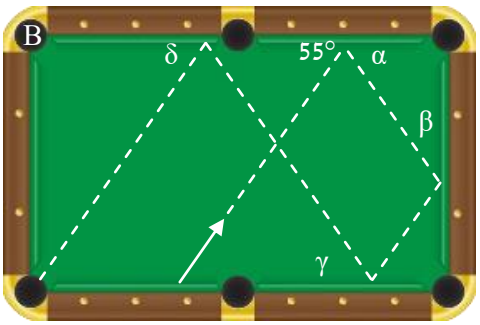
25. א. מה ניתן לומר על זווית במרובע, אם שלוש הזוויות האחרות בו הן חדות? הסבירו.

ב. מה ניתן לומר על זווית במרובע, אם שלוש הזוויות האחרות בו הן קהות? הסבירו.

26. (*) במהלך הפרק עסקנו בחוק ההחזרה במשחק ביליארד.

התייחסו למשטח הירוק כאל מלבן.

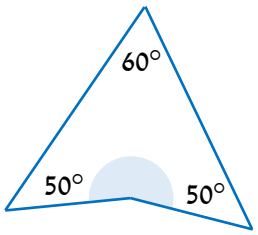
היעזרו בנתונים, ומצאו את גודלי הזוויות α, β, γ ו־δ בשרטוט.



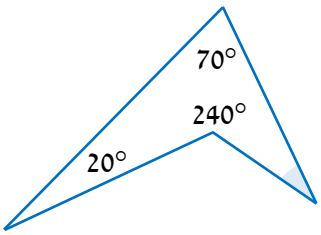
מרובע קעור ומרובע קמור

27. בכל מרובע קעור חשבו את גודל הזווית החסרה:

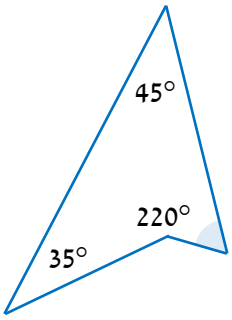
א.



ב.



ג.



תשובות:

1) א. 180°, מכיוון שהן יוצרות זווית שטוחה. **ב.** סכום הזוויות במשולש הגזור הוא 180°.

2) א. 65°; חד זוויות. **ב.** 80°; חד זוויות. **ג.** 115°; קהה זווית. **ד.** 90°; ישר זווית.

3) תשובות אפשריות: **א.** 30°, 60° ו־90°. **ב.** 30°, 75° ו־75°; 30°, 80° ו־70°.

ג. 30°, 30° ו־120°; 30°, 45° ו־105°.

4) א. $\alpha=57^\circ$, $\beta=52^\circ$. **ב.** $\alpha=50^\circ$, $\beta=40^\circ$. **ג.** $\alpha=35^\circ$, $\beta=55^\circ$. **ד.** $\alpha=40^\circ$, $\beta=27^\circ$.

ה. $\alpha=40^\circ$, $\beta=50^\circ$. **5) א.** $\alpha=25^\circ$, $\beta=30^\circ$. **ב. 1.** קהה זווית. **2.** קהה זווית.

6) לא ייתכן. סכום הזוויות בכל משולש שווה ל־180° ולכן בשני המשולשים הנתונים גודל הזווית השלישית זהה ושווה להפרש סכום זוויות אלו מ־180°.

7) א. ייתכן. דוגמה אפשרית היא משולש שזוויותיו הן 0.5°, 90° ו־89.5°. **ב.** כן. עבור כל מספר שלם שנכפול ב־180, נקבל מספר ששווה ל־180 או גדול ממנו. באופן זה אחת הזוויות במשולש תהיה בגודל 180° או יותר, ולא ניתן יהיה לבנות בעזרתה משולש.

8) 360°. **9) א. 1.** נכונה. מחסרים את גודל זווית הראש מ־180°. גודל כל אחת מזוויות הבסיס שווה למחצית התוצאה. **2.** נכונה. גודל זווית הבסיס האחרת שווה לגודל זווית הבסיס הנתונה. גודל זווית הראש מתקבל מהפרש סכום זוויות הבסיס מ־180°, לפי סכום זוויות במשולש. **3.** נכונה. סכום כל שתי זוויות במשולש חד זוויות מתקבל מחיסור גודלה של הזווית השלישית מ־180°.

הזווית השלישית חדה ולכן קטנה מ־90°, ולכן הגודל המתקבל גדול מ־90°.

© כל הזכויות שמורות **להוצאת ארכימדס - תרגול במתמטיקה לתלמידי כיתה ז׳**

ב. לא ידוע אם הזווית הנתונה היא זווית הבסיס או זווית הראש של המשולש.

10) נכונה. אם הייתה זווית שאינה חדה במשולש, כלומר שגדולה לפחות 90°, סכום שתי הזוויות האחרות היה 180° פחות מספר שהוא לפחות 90°, ולכן היה קטן או שווה ל־90°. זו סתירה להנחה, כך שכל הזוויות במשולש מוכרחות להיות חדות.

11) נכונה. הזווית השלישית היא 180° פחות סכום של שני מספרים שמתחלקים ב־6. כיוון שגם 180° מתחלק ב־6, נסיק כי גודל הזווית השלישית מתחלק ב־6.

12) א. 240°. **ב.** 720°. **13) א.** חוצה זווית. **ב.** לא חוצה זווית. **ג.** חוצה זווית.

14) א. 35°. **ב.** 95°. **ג.** 96°. **15) א.** $\sphericalangle ABD$ ו־$\sphericalangle CBD$. **ב.** 125°. **ג.** 100°. **ד.** 55°.

16) א. 60°. **ב.** 30°. **ג.** 80°.

17) א. 90°. **ב.** סכום שלושת הזוויות הצבועות הוא 90°, ולכן סכום כל שתיים קטן מ־90°. מסכום זוויות במשולש, נסיק כי $\sphericalangle AOC$ היא 180° פחות מספר שקטן מ־90°, ולכן היא גדולה מ־90°, כלומר קהה. **18)** הקטע AD חוצה את הזווית הישרה $\sphericalangle BAC$, ולכן $\sphericalangle BAD = 45^\circ$. אילו הצלעות AD ו־BD היו שוות, המשולש ΔABD היה שווה שוקיים, ובהתאם זוויות הבסיס שלו $\sphericalangle ABD$ ו־$\sphericalangle BAD$ היו שוות והיה מתקיים: $\sphericalangle ABD = 45^\circ$. במצב זה, ניתן לחשב את גודל הזווית השלישית במשולש ΔABC ולמצוא ש־$\sphericalangle ACB = 45^\circ$. כלומר במקרה זה היינו מקבלים ש־$\sphericalangle ACB = \sphericalangle ABC = 45^\circ$, בסתירה לכך שזוויותיו החדות של המשולש ΔABC אינן שוות.

19) א. 70°. **ב.** 120°. **ג.** 140°.

20) תשובות אפשריות: $90^\circ, 100^\circ, 100^\circ, 70^\circ$; $90^\circ, 80^\circ, 70^\circ, 120^\circ$; $90^\circ, 150^\circ, 60^\circ, 60^\circ$.

21) א. תשובות אפשריות: 100° ו־130° או 110° ו־120°. **ב.** לא אפשרי. למרובע יש ארבע זוויות סה"כ, ונתון ששתיים מהן חדות (80° ו־50°). **ג.** לא אפשרי. עבור שתי זוויות ישרות נקבל את הזוויות $90^\circ, 90^\circ$, 80° ו־50° שאינן מסתכמות ל־360°. **ד.** לא אפשרי. אם נבחר רק בזוויות חדות סכומן יהיה קטן מ־360°.

22) א. 90°. **ב.** 132°. **ג.** 48°. **23)** 155°. **24) א.** 540°. **ב.** 190°.

ג. $\alpha = 50^\circ, \beta = 50^\circ, \gamma = 70^\circ, \delta = 20^\circ$. **25) א.** הזווית בהכרח קהה, הרי אם היא הייתה ישרה או חדה, סכום הזוויות במרובע היה קטן מ־360° וזה לא ייתכן. **ב.** הזווית בהכרח חדה, הרי אם היא הייתה ישרה או קהה, סכום הזוויות במרובע היה גדול מ־360° וזה לא ייתכן.

26) $\alpha = 55^\circ, \beta = 35^\circ, \gamma = 55^\circ, \delta = 55^\circ$. **27) א.** 200°. **ב.** 30°. **ג.** 60°.

© כל הזכויות שמורות **להוצאת ארכימדס - תרגול במתמטיקה לתלמידי כיתה ז'**