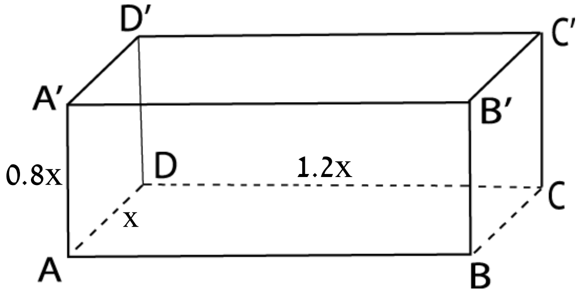
פתרון מלא - מבחן 9

שאלה 1:



א. זוהי שאלה העוסקת באחוזים ולכן ניעזר בנוסחה הבסיסית לעבודה עם p אחוזים:

ערך חדש = הערך הקודם $\bullet \left(1 \pm \frac{p}{100}\right)$

נסמן באמצעות x את אורך המקצוע AD.

המקצוע CD ארוך ב-$p = 20\%$ מהמקצוע AD ולכן לפי הנוסחה הבסיסית:

$$CD = \left(1 + \frac{20}{100}\right) \cdot x \to \boxed{CD = 1.2x}$$

המקצוע AA' קצר ב-$p = 20\%$ מהמקצוע AD ולכן לפי הנוסחה הבסיסית:

$$AA' = \left(1 - \frac{20}{100}\right) \cdot x \to \boxed{AA' = 0.8x}$$

שטח הפנים של התיבה כולה הוא 148 סמ״ר. שטח הפנים מורכב משלושה זוגות של פאות מקבילות ושוות ולכן:

$$S = 2 \cdot S_{ABCD} + 2 \cdot S_{ADD'A'} + 2 \cdot S_{ABB'A'} \rightarrow 2 \cdot 1.2x^2 + 2 \cdot 0.8x^2 + 2 \cdot 0.8 \cdot 1.2x^2 = 148$$

$$\rightarrow 5.92x^2 = 148 \rightarrow x^2 = 25$$

הפתרון החיובי של המשוואה הוא: $\boxed{x = 5}$ ומכאן שאורכו של המקצוע AD הוא: $\boxed{AD = 5 \text{ ס״מ}}$.

ב. שטח המעטפת של התיבה שווה לשטח הפנים של התיבה פחות שטחי הבסיסים העליון והתחתון, כלומר:

$$S^* = 148 - 2 \cdot S_{ABCD} \rightarrow S^* = 148 - 2 \cdot AB \cdot AD \rightarrow S^* = 148 - 2 \cdot 6 \cdot 5 \rightarrow \boxed{S^* = 88 \text{ סמ״ר}}$$

בכדי לחשב בכמה אחוזים גדול שטח הפנים משטח המעטפת נבדוק תחילה פי כמה גדול שטח הפנים משטח המעטפת. נחלק את שטח הפנים בשטח המעטפת: $\frac{148}{88} = 1.6818$, נכפיל את התוצאה ב-100 ונקבל: 168.18%. כלומר שטח הפנים גדול ב-$\boxed{68.18\%}$ משטח המעטפת.

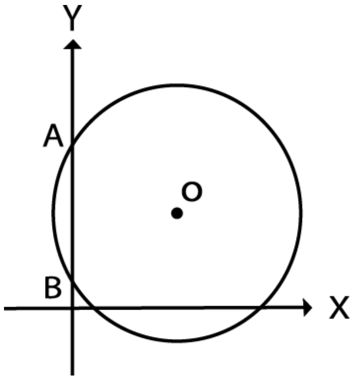
ניתן לחשב **בדרך נוספת**, באמצעות הנוסחה הבסיסית לחישוב אחוזים. נסמן את האחוז בו גדול סכום מחירי המכשירים החדשים מהישנים ב-p ונקבל:

$$148 = \left(1 + \frac{p}{100}\right) \cdot 88 \quad / : 88 \rightarrow 1.6818 = 1 + \frac{p}{100} \rightarrow 0.6818 = \frac{p}{100} \rightarrow \boxed{p = 68.18\%}$$

ג. נפח התיבה שווה לשטח בסיס התיבה כפול גובה התיבה:

$$V = S_{ABCD} \cdot AA' = 5 \cdot 6 \cdot 4 \rightarrow \boxed{V = 120 \text{ סמ״ק}}$$

שאלה 2:



א. 1. הקטע AO הוא רדיוס במעגל שמשוואתו: $(x-3a)^2+(y-2a)^2=10a^2$.

כיוון שנתונה לנו משוואת המעגל המפורשת, הביטוי בצד ימין של השוויון הוא R^2

ומכאן שאורך הקטע AO הוא: $\sqrt{10a^2}$ כלומר: $\boxed{AO=\sqrt{10}a}$.

2. ממשוואת המעגל המפורשת נסיק ששיעורי המרכז O הם: $O(3a,2a)$.

אורך הישר היוצא מהנקודה O לציר ה-y שווה לשיעור ה-x של הנקודה O ולכן האורך המבוקש הוא: $\boxed{3a}$.

ב. ראשית נביע באמצעות a את שיעורי הנקודות A ו-B:

נציב $x=0$ במשוואת המעגל $(x-3a)^2+(y-2a)^2=10a^2$ ונמצא את נקודות החיתוך של המעגל עם ציר ה-y:

$$(0-3a)^2+(y-2a)^2=10a^2 \to 9a^2+y^2-4ay+4a^2=10a^2$$

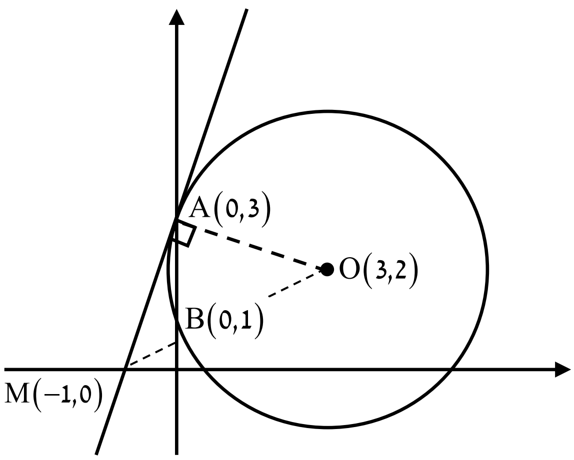
$$\to y^2-4ay+3a^2=0 \to (y-3a)(y-a)=0 \to y=a\ ,\ y=3a$$

כלומר, שיעורי נקודות החיתוך של המעגל עם ציר ה-y הן: $A(0,3a)$ ו: $B(0,a)$.

המרחק בין הנקודות A ו-B שווה להפרש בין שיעורי ה-y של שתי הנקודות. נתון כי מרחק זה שווה ל-2 יח' אורך ולכן:

$$y_A-y_B=2 \to 3a-a=2 \to 2a=2 \to \boxed{a=1}$$

ג. 1. המשיק למעגל בנקודה A מאונך לרדיוס AO. נמצא תחילה את שיפוע הרדיוס AO באמצעות הנוסחה לשיפוע ישר העובר דרך שתי נקודות: $m_{AO}=\frac{3-2}{0-3}=-\frac{1}{3}$.



מכיוון שהמשיק מאונך לרדיוס AO מתקיים:

$$m_{AM}\cdot m_{AO}=-1 \to m_{AM}\cdot\left(-\frac{1}{3}\right)=-1 \to \boxed{m_{AM}=3}$$

נמצא את משוואת המשיק העובר דרך הנקודה $A(0,3)$ ושיפועו $m_{AM}=3$ באמצעות נוסחת הקו הישר:

$$y-y_1=m\cdot(x-x_1) \to y-3=3(x-0) \to \boxed{y=3x+3}$$

נציב $y=0$ ונמצא את שיעורי נקודת החיתוך של המשיק עם ציר ה-x:

$$0=3x+3 \to x=-1 \to M(-1,0)$$

כפי שראינו, $OA\perp AM$ ולכן המשולש ΔAMO הוא ישר זווית. נחשב את אורך הניצב AM כדי להראות שאורכו כאורך רדיוס המעגל $AO=\sqrt{10}$. ניעזר בנוסחה למרחק בין שתי נקודות:

$$d_{AM}=\sqrt{(0-(-1))^2+(3-0)^2}=\sqrt{1+9} \to AM=AO=\sqrt{10}$$

כלומר, המשולש ΔAMO הוא משולש ישר זווית ושווה שוקיים.

2. נחשב את שטח המשולש ΔAMO:

$$S_{\Delta AMO}=\frac{AM\cdot AO}{2}=\frac{\sqrt{10}\cdot\sqrt{10}}{2}=\frac{10}{2} \to S_{\Delta AMO}=5 \text{ יח"ר}$$

שאלה 3:

א. נפתור סעיף זה באמצעות נוסחת ברנולי $P=\binom{n}{k}p^k(1-p)^{n-k}$. נסמן את הרכיבים n, p ו-k שנציב בנוסחה:

נסמן את ההסתברות לבחור בתלמיד בודד שתומך בהוספת שיעורים באמצעות p.

מספר הניסיונות (בחירת 5 תלמידים אקראיים) הוא $n=5$.

מספר ההצלחות (בחירת תלמידים התומכים בהוספת שיעורים) הוא $k=5$.

ההסתברות שכל חמשת התלמידים שנבחרו תומכים בהוספת שיעורים היא 0.00032. נציב בנוסחה ונקבל:

$$\binom{5}{5}p^5(1-p)^0=0.00032 \rightarrow p^5=0.00032 \rightarrow p=0.2$$

נכפיל את ההסתברות ב-100 ונקבל את שיעור התלמידים (באחוזים) התומכים בהוספת שיעורים: $0.2\cdot 100=\boxed{20\%}$.

ב. נפתור סעיף זה בעזרת נוסחת ברנולי $P=\binom{n}{k}p^k(1-p)^{n-k}$. נסמן את הרכיבים n, p ו-k שנציב בנוסחת ברנולי:

ההסתברות לבחור בתלמיד בודד שתומך בהוספת שיעורים היא: $p=0.2$.

מספר הניסיונות (בחירת 5 תלמידים אקראיים) הוא $n=5$.

ישנם הרבה צירופים אפשריים למספר ההצלחות (למשל: שניים תומכים ושלושה מתנגדים, תומך אחד וארבעה מתנגדים) ולכן נוח יותר לבטא את מספר ההצלחות באמצעות מאורע משלים.

אנו מעוניינים שמתוך חמשת התלמידים שנבחרו באקראי, יהיו לפחות אחד שתומך ולפחות אחד שמתנגד (כלומר, שיהיה לפחות תלמיד אחד מכל סוג). למעשה אנחנו מעוניינים בכל השילובים האפשריים **חוץ** מהמצב בו כל החמישה תומכים והמצב בו כל החמישה מתנגדים.

כלומר, המאורע המשלים הוא: **כל חמשת התלמידים שנבחרו תומכים** או **כל חמשת התלמידים שנבחרו מתנגדים**.

ההסתברות לבחור $k=5$ תלמידים תומכים נתונה כבר בגוף השאלה: $P_5=\binom{5}{5}\cdot 0.2^5 0.8^0=0.00032$.

נחשב את ההסתברות לבחור חמישה תלמידים מתנגדים, כלומר $k=0$ תלמידים תומכים:

$$P_0=\binom{5}{0}\cdot 0.2^0 0.8^5=0.32768$$

לסיכום, ההסתברות שמתוך חמשת התלמידים שנבחרו, יהיו לפחות אחד שתומך ואחד שמתנגד היא:

$$1-(P_0+P_5)=1-(0.00032+0.32768) \rightarrow P=0.672$$

ג. בסעיף זה מתווסף ממד נוסף למרחב האפשרויות: בנים ובנות. נמלא את הנתונים בטבלה דו ממדית:

שיעור התומכים הוא 0.2 ומכאן ששיעור המתנגדים הוא 0.8.

שיעור הבנים בתיכון הוא 0.6 ומכאן ששיעור הבנות הוא 0.4.

מאורע	בנים B	בנות $\overline{B}$	סך הכל
תומכים A	$A\cap B$		0.2
מתנגדים $\overline{A}$			0.8
סך הכל	0.6	0.4	**1**

נתון כי האירועים "להיות בן" ו-"לתמוך בהוספת שיעורים" אינם תלויים זה בזה.

שני אירועים שאינם תלויים זה בזה מקיימים: $P(A)\cdot P(B)=P(A\cap B)$

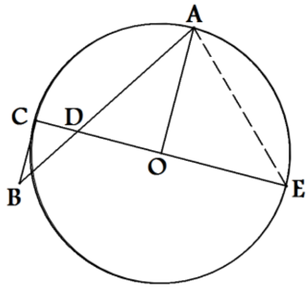
ולכן: $0.2\cdot 0.6=P(A\cap B)=0.12$.

מאורע	בנים B	בנות $\overline{B}$	סך הכל
תומכים A	0.12	0.08	0.2
מתנגדים $\overline{A}$	0.48	0.32	0.8
סך הכל	0.6	0.4	**1**

נשלים את שאר הטבלה:

כלומר שיעור הבנות המתנגדות להוספת השיעורים הוא: $0.32\cdot 100=\boxed{32\%}$.

שאלה 4:



א. נתון מעגל ששטחו 576π

1)	נמצא את אורך הרדיוס CO בעזרת הנוסחה לחישוב שטח מעגל:	
	$\pi \cdot CO^2 = \pi \cdot 576 \rightarrow CO^2 = 576 \rightarrow CO = 24$	
2)	נסמן $CD = x$ ולכן: $DO = 3x$	נתון $DO = 3CD$
3)	$CO = CD + DO$ $\rightarrow 24 = x + 3x \rightarrow 24 = 4x$ $\rightarrow x = 6 \rightarrow \boxed{CD = 6}$	הצבה לפי (1) ו-(2)

מש"ל א'

ב. נתון $CE \perp AO$ ולכן $\sphericalangle AOD = 90°$.

4)	$AO = 24$, $DO = 18$	AO רדיוס במעגל + הצבה לפי (2)
5)	$AD^2 = AO^2 + DO^2 \rightarrow AD^2 = 24^2 + 18^2$ $\rightarrow AD^2 = 900 \rightarrow AD = 30$	משפט פיתגורס במשולש ישר הזווית ΔAOD
6)	$BC \perp CO$	רדיוס מאונך למשיק בנקודת ההשקה
7)	$AO \parallel BC$	$\sphericalangle AOD$, $\sphericalangle BCD$ זוויות מתחלפות
8)	$\frac{BD}{AD} = \frac{CD}{DO} \rightarrow \frac{BD}{30} = \frac{6}{18} \rightarrow BD = 10$	משפט תאלס, הרחבה שנייה + הצבה לפי (2) ו-(5)
9)	$AB = AD + BD \rightarrow AB = 30 + 10$ $\rightarrow \boxed{AB = 40}$	חיבור קטעים + הצבה לפי (5) ו-(8)

מש"ל ב'

ג.

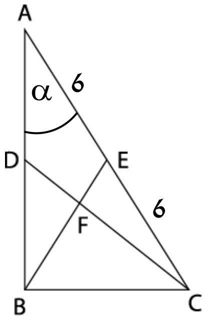
10)	$OE = 24$	OE רדיוס במעגל
11)	נחשב את שטח המשולש ΔADE:	

$$S_{\Delta ADE} = \frac{AO \cdot DE}{2} = \frac{24 \cdot (18 + 24)}{2} = 504$$

לכן שטח המשולש ΔADE הוא 504 סמ"ר.

מש"ל ג'

שאלה 5:



א.

1)	$AD=BD\ ,\ AC=12$ ס״מ $,\ \measuredangle ABC=90^\circ$	נתון
2)	$AE=EC=6$ ס״מ	נובע מ-(1) ומכך ש-BE תיכון
3)	$\measuredangle BAC=\alpha$	סימון
4)	$\frac{AB}{AC}=\cos\alpha \rightarrow \frac{AB}{12}=\cos\alpha \rightarrow AB=12\cos\alpha$	טריגונומטריה במשולש ישר הזווית ΔABC
5)	$AD=\frac{AB}{2}=6\cos\alpha$	חישוב לפי (1) ו-(4)

6) ניעזר במשפט הקוסינוסים במשולש ΔACD :

$$CD^2=AD^2+AC^2-2AD\cdot AC\cdot\cos\alpha \rightarrow CD^2=\left(6\cos\alpha\right)^2+12^2-2\cdot 12\cdot 6\cos\alpha\cdot\cos\alpha \rightarrow$$

$$CD^2=36\cos^2\alpha+144-144\cos^2\alpha \rightarrow CD^2=144-108\cos^2\alpha \rightarrow CD^2=36\left(4-3\cos^2\alpha\right)$$

ניעזר בזהות $\cos^2\alpha=1-\sin^2\alpha$ ונקבל:

$$CD^2=36\left(4-3\left(1-\sin^2\alpha\right)\right) \rightarrow CD^2=36\left(4-3+3\sin^2\alpha\right) \rightarrow CD^2=36\left(1+3\sin^2\alpha\right)$$

נוציא שורש ונקבל: $CD=6\sqrt{1+3\sin^2\alpha}$ **מ.ש.ל**

ב.

7)	$S_{\Delta ABC}=18$ סמ״ר	נתון
8)	$S_{\Delta ABC}=\frac{AC\cdot AB\cdot\sin\alpha}{2}=\frac{12\cdot 12\cos\alpha\cdot\sin\alpha}{2}$	חישוב שטח משולש לפי שתי צלעות וסינוס הזווית שביניהן
9)	$S_{\Delta ABC}=72\cos\alpha\cdot\sin\alpha \rightarrow S_{\Delta ABC}=36\sin 2\alpha$	שימוש בזהות: $2\sin\alpha\cos\alpha=\sin 2\alpha$
10)	$36\sin 2\alpha=18 \rightarrow \sin 2\alpha=\frac{1}{2} \rightarrow \sin 2\alpha=\sin 30^\circ$ $2\alpha=30^\circ \rightarrow \alpha=15^\circ$ $2\alpha=180^\circ-30^\circ \rightarrow \cancel{\alpha=75^\circ}$	חישוב לפי (7) ו- (9) נזכור כי יש שתי אפשרויות למציאת α לפי הזהות: $\sin\alpha=\sin\left(180^\circ-\alpha\right)$. נבחר ב: $\alpha=15^\circ$ לאור הנתון כי $\alpha<30^\circ$

ג.

11)	$CD=6\sqrt{1+3\sin^2 15^\circ}=6.57$ ס״מ	חישוב, לפי (6) ו-(10)
12)	$\frac{CF}{DF}=\frac{2}{1} \rightarrow CF=2DF$	התיכונים מחלקים זה את זה ביחס $2:1$
13)	$DF+CF=CD \rightarrow DF+2DF=CD \rightarrow DF=\frac{CD}{3}$	חיבור קטעים, לפי (12)
14)	$DF=\frac{CD}{3}=\frac{6.57}{3} \rightarrow DF=2.19$ ס״מ	חישוב, לפי (13)

שאלה 6:

א. 1. הפונקציה $f(x)=\frac{4x}{(x-a)^2}$ אינה מוגדרת כאשר המכנה מתאפס. נבדוק עבור איזה x המכנה מתאפס:

$$(x-a)^2=0 \rightarrow x-a=0 \rightarrow x=a$$

מכאן שתחום ההגדרה הוא: $x \neq a$.

2. נגזור את הפונקציה ונשווה את הנגזרת לאפס:

$$f'(x)=\frac{4(x-a)^2-2(x-a)\cdot 4x}{(x-a)^4}=0 \rightarrow 4(x-a)^2-8(x-a)\cdot x=0$$

נוציא $4(x-a)$ גורם משותף: $4(x-a)(x-a-2x)=0 \rightarrow 4(x-a)(-x-a)=0 \rightarrow \cancel{x=a}\ ,\ x=-a$

הנקודה $x=a$ אינה בתחום ההגדרה ומכאן שהנקודה החשודה כנקודת קיצון היא: $x=-a$.

נציב בטבלת עלייה וירידה ונמצא את סוג נקודת הקיצון:

תחום x	$x<-a$	$x=-a$	$-a<x<a$	$x=a$	$a<x$
נציב בנגזרת	$-2a$	קיצון	0	לא מוגדר	$2a$
סימן הנגזרת	-		+		-
הפונקציה עולה/יורדת	↘	min	↗		↘

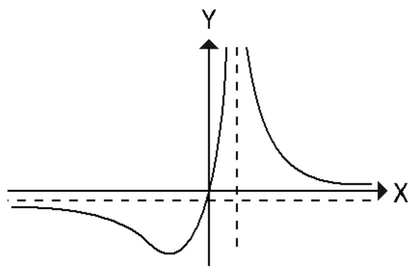
נציב $x=-a$ בפונקציה ונמצא את שיעור ה- y של נקודת הקיצון:

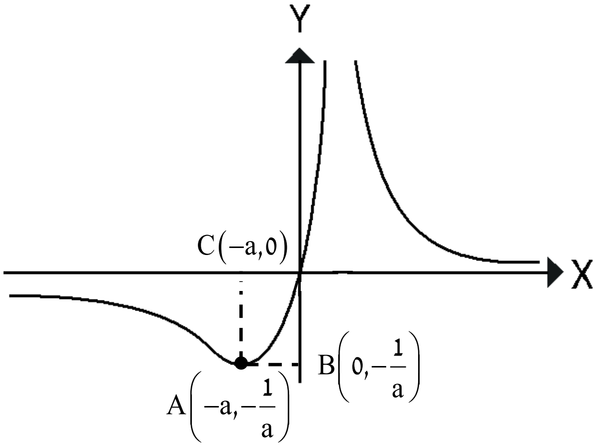
$$f(-a)=\frac{4(-a)}{(-a-a)^2}=\frac{-4a}{4a^2}=-\frac{1}{a} \rightarrow \quad \min\left(-a,-\frac{1}{a}\right)$$

3. לפונקציה $f(x)$ אסימפטוטה **אנכית** כאשר המכנה מתאפס, כלומר: $x=a$.

נמצא את האסימפטוטה ה**אופקית**: המשתנה בעל החזקה הגבוהה ביותר במונה הוא x ואילו במכנה x^2,
לכן האסימפטוטה האופקית של הפונקציה היא: $y=0$.

ב.





ג. מנקודת הקיצון $\min\left(-a,-\frac{1}{a}\right)$, נוריד אנכים לצירים החותכים את ציר ה-x בנקודה C ואת ציר ה-y בנקודה B.

הקטע AB מקביל לציר ה-x ומכאן שלנקודות A ו-B שיעור y זהה. כלומר, שיעורי הנקודה B הם: $B\left(0,-\frac{1}{a}\right)$.

הקטע AC מקביל לציר ה-y ומכאן שלנקודות A ו- C שיעור x זהה. כלומר, שיעורי הנקודה C הם: $C(-a,0)$.

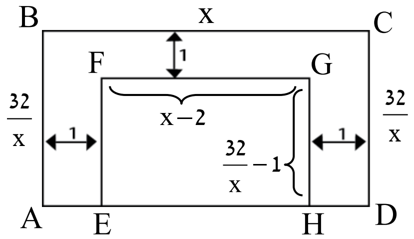
אורך צלע המלבן AB שווה להפרש שיעורי ה-x בין הנקודות B ו- A: $AB=x_B-x_A=0-(-a)=a$.

אורך צלע המלבן AC שווה להפרש שיעורי ה-y בין הנקודות C ו-A: $AC=y_C-y_A=0-\left(-\frac{1}{a}\right)=\frac{1}{a}$.

כעת נוכל להביע את שטח המלבן: $S=AB\cdot AC=a\cdot\frac{1}{a}=\boxed{1\text{ יח"ר}}$. כלומר, שטח המלבן אינו תלוי ב-a.

שאלה 7:

א. זוהי בעיית ערך קיצון. בשאלות מסוג זה נפעל תמיד באמצעות ארבעת השלבים הבאים:
1. הרכבת "פונקציית המטרה" וכתיבתה תוך שימוש בנעלם אחד בלבד.
2. מציאת שיעורי הנקודות החשודות כנקודות קיצון, על ידי גזירת פונקציית המטרה והשוואת הנגזרת ל-0.
3. קביעת סוג הנקודות (מינימום/מקסימום), באמצעות טבלת עלייה וירידה או באמצעות הנגזרת השנייה.
4. בדיקה מחדש: "מה ביקשו בשאלה?" ומציאת התשובה בהתאם לנקודת הקיצון שמצאנו.



נסמן את אורך החצר BC באמצעות x.
נתון כי שטח החצר הוא 32 מ"ר ומכאן:

$$AB\cdot BC=32 \rightarrow AB\cdot x=32 \rightarrow AB=CD=\frac{32}{x}$$

בין הרחבה הפנימית EFGH לבין הגדר החיצונית יש מטר אחד מצד ימין ומטר אחד מצד שמאל.
מכאן שאורך הגדר הפנימית FG שווה לאורך הגדר החיצונית BC פחות שני מטרים: $FG=x-2$.
בין הגדר הפנימית FG לבין הגדר החיצונית BC יש מטר אחד ומכאן שרוחב הגדר הפנימית FE שווה לרוחב הגדר החיצונית AB פחות מטר אחד: $FE=GH=\frac{32}{x}-1$.

לסיכום, אורך הגדר החיצונית הוא: $AB+BC+CD=\frac{32}{x}+x+\frac{32}{x}=x+\frac{64}{x}$ ועלותה 8 ש"ח למטר.

מכאן שהעלות הכוללת של הגדר ה**חיצונית** היא: $8\cdot\left(x+\frac{64}{x}\right)$.

אורך הגדר הפנימית: $EF+FG+GH=(\frac{32}{x}-1)+(x-2)+(\frac{32}{x}-1)=x+\frac{64}{x}-3$ ועלותה 32 ש"ח למטר.

מכאן שהעלות הכוללת של הגדר ה**פנימית** היא: $32\cdot\left(x+\frac{64}{x}-3\right)$.

כעת נרכיב את פונקציית המטרה המייצגת את העלות **הכוללת** של גידור החצר:

$$f(x)=8\left(x+\frac{64}{x}\right)+32\left(x+\frac{64}{x}-3\right)\rightarrow f(x)=8x+\frac{512}{x}+32x+\frac{2048}{x}-96\rightarrow f(x)=\frac{2560}{x}+40x-96$$

נגזור את הפונקציה, נשווה את הנגזרת לאפס ונמצא את שיעורי נקודת המינימום:

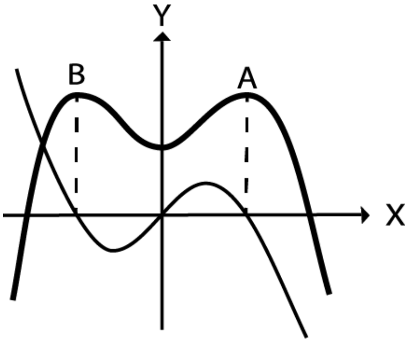
$$f'(x)=\frac{-2560}{x^2}+40=0 \rightarrow -2560+40x^2=0 \rightarrow x^2=64 \rightarrow \boxed{x=8}$$

נציב בנגזרת השנייה ונוודא כי הנקודה היא אכן נקודת מינימום: $f''(x)=\frac{5120x}{x^4}\rightarrow f''(8)=10>0$.
הנגזרת השנייה חיובית ומכאן שהנקודה היא נקודת המינימום. לכן, מימדי החצר החיצוניים: $\boxed{\text{8 מ' ו-4 מ'}}$.
ב. ניעזר בחיסור שטחים. שטח החצר כולה הוא 32 מ"ר ושטח החצר הפנימית הוא:

$$S_{EFGH}=EF\cdot FG=\boxed{\text{18 מ"ר}}$$

לכן, השטח שבין הרחבה לבין הגדר החיצונית הוא: $S=32-18=\boxed{\text{14 מ"ר}}$.

שאלה 8:



א. כאשר **לפונקציה** $f(x)$ יש **נקודת קיצון**, הנגזרת $f'(x)$ מתאפסת.

כלומר **גרף הנגזרת חותך את ציר ה-x**.

לכן, נחפש נקודות מנחות בהן לאחד מהגרפים יש נקודת קיצון והגרף השני מתאפס באותו שיעור ה-x.

ניתן לראות כי לגרף העבה נקודות קיצון בנקודות A, B ובנקודת החיתוך עם ציר ה-y ואכן הגרף הדק חותך את ציר ה-x בנקודות אלו.

כלומר, גרף הפונקציה $f(x)$ הוא הגרף העבה וגרף הנגזרת $f'(x)$ הוא הגרף הדק.

ב. 1. נשווה את הנגזרת $f'(x)=-mx^3+mx$ לאפס ונמצא את שיעורי נקודות הקיצון של $f(x)$:

$$-mx^3+mx=0 \to -mx\cdot(x^2-1)=0 \to x=0\,,\,x=-1\,,\,x=1$$

ניתן לראות בגרף הנתון כי הנקודות A ו-B הן נקודות מקסימום ואילו נקודת החיתוך עם ציר ה-y היא נקודת מינימום. כלומר: נקודות מקסימום: $x=1$ או $x=-1$. נקודת מינימום: $x=0$.

ב. 2. נזכור כי פונקציה היא **זוגית** אם מתקיים: $f(x)=f(-x)$ והיא **אי זוגית** אם: $-f(x)=f(-x)$.

תחילה נבצע אינטגרל למציאת פונקציה קדומה על הנגזרת $f'(x)$ ונמצא את הפונקציה $f(x)$:

$$f(x)=\int(-mx^3+mx)dx \to \boxed{f(x)=-\frac{mx^4}{4}+\frac{mx^2}{2}+c}$$

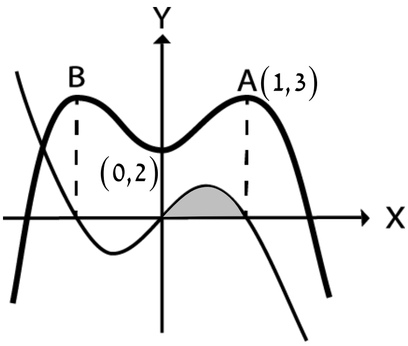
נבדוק האם מתקיים $f(x)=f(-x)$ על ידי הצבת $(-x)$ בפונקציה: $f(-x)=-\frac{m(-x)^4}{4}+\frac{m(-x)^2}{2}+c$.

מכיוון ש- $(-x)^2=x^2$ וכן $(-x)^4=x^4$, נקבל:

$$f(-x)=-\frac{mx^4}{4}+\frac{mx^2}{2}+c \to \boxed{f(x)=f(-x)}$$

ומכאן שהפונקציה $f(x)$ היא פונקציה **זוגית**.

ג. נתון כי גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה-y בנקודה במרחק 2 יח' מהראשית, כלומר בנקודה: $(0,2)$.



נתון כי הערך המקסימלי שמקבלת הפונקציה $f(x)$ הוא 3.

מכיוון שהפונקציה זוגית, ערכי ה-y של שתי נקודות המקסימום שווים זה לזה ומכאן ששיעורי הנקודה A הם: $A(1,3)$.

השטח המבוקש נמצא בין $x=0$ משמאל ו-$x=1$ מימין וכלוא בין גרף הנגזרת $f'(x)$ מלמעלה וציר ה-x מלמטה.

נחשב את השטח באמצעות האינטגרל המתאים: $S=\int_0^1 f'(x)dx$.

נזכור כי אינטגרל הנגזרת הוא הפונקציה המקורית ולכן:

$$S=\int_0^1 f'(x)dx=f(x)\Big|_0^1=f(1)-f(0)$$

אנו יודעים את שיעורי הנקודות $(0,2)$ ו- $A(1,3)$ ובעזרתן נוכל לחשב את השטח:

$$S=f(1)-f(0)=3-2 \to \boxed{S=1\text{ יח"ר}}$$