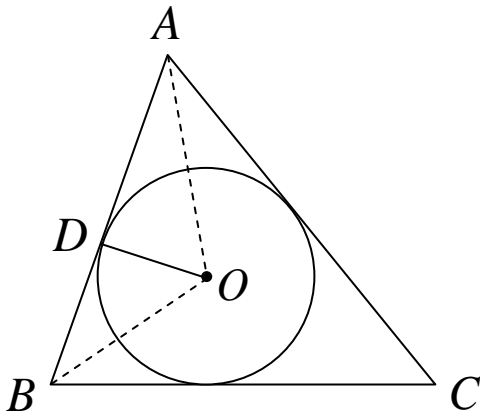


תרגיל מסכם בטריגונומטריה לבגרות בשאלון 581

מטרתו של תרגיל זה היא לשלב תכנים בטריגונומטריה - זהויות, טכניקות וחשיבה - באופן אינטגרטיבי. בהתאם, התרגיל מרובה סעיפים ואינו מיועד להיכלל בבחינה כלשהי, כי אם לתרגול בכיתה או בבית.



מעגל שמרכזו בנקודה O ורדיוסו r חסום במשולש ΔABC ומשיק לצלע AB בנקודה D. נסמן: $\angle BOD = \alpha$, $\angle AOD = \beta$.

א. הוכח: $AB = \frac{r \cdot \sin(\alpha + \beta)}{\cos \alpha \cdot \cos \beta}$

ב. צייר את המעגל החוסם את המשולש ΔABC מרכזו של מעגל זה בנקודה O_2 ורדיוסו R. הוכח: $r = -4R \cos \alpha \cdot \cos \beta \cdot \cos(\alpha + \beta)$

ג. נתון: $\sin \alpha = \frac{4}{5}$, $\cos \beta = \frac{8}{17}$. מבלי למצוא ישירות הזוויות α ו- β :

1. קבע איזו מהצלעות - AO או BO - היא ארוכה יותר. נמק.
2. הבע באמצעות r את אורך הצלע AB.
3. הבע באמצעות r את אורך הרדיוס R.

ד. בסעיפים הבאים השתמשו במחשבוך ללא הגבלה:

1. הבע באמצעות r את שטח המשולש ΔABO_2 .
2. נתון ששטח המשולש ΔABO_2 הוא 4 סמ"ר. מצא את R.
3. חשב את היחס בין אורך הקשת הקצרה BC לבין אורך הקשת הקצרה AC.
4. (** חשב את השטח הקטן הכלוא בין הצלע AB לבין המעגל שמרכזו O_2 .) (הדרכה: צייר בנפרד את המעגל שמרכזו O_2 ובו את המשולש ΔABO_2 בלבד).

תשובות: ג) 1. $AO = \frac{17}{8}r > BO = \frac{5}{3}r$. 2. $AB = \frac{77}{24}r = 3.208r$. 3. $R = 2.09r$.

ד) 1. $2.15r^2$. 2. 2.85 ס"מ . 3. $\frac{AC}{BC} = 1.313$. 4. השטח 3.1 סמ"ר.