

חקירת פונקציה טריגונומטרית - תרגיל מסכם עם סעיפי חשיבה

מורים המעוניינים להצטרף לרשימת התפוצה של ארכימדס ולקבל חינם חומרי לימוד ומבחנים יכנסו לקישור: <https://www.archimedesbooks.co.il/> וימלאו את פרטיהם בתחתית עמוד הכניסה באתר.

נתונה הפונקציה: $f(x) = 2x \cdot \sin x + (6 - x^2) \cdot \cos x$ בתחום: $-\pi \leq x \leq \pi$.

א. קבע האם הפונקציה $f(x)$ היא זוגית, אי זוגית או שאינה זוגית ואינה אי זוגית. נמק את תשובתך.

ב. עבור הפונקציה $f(x)$ מצא בתחום: $-\pi \leq x \leq \pi$ את:

1. שיעורי נקודות הקיצון ואת סוגן.

2. תחומי העליה והירידה.

ג. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ בתחום: $-\pi \leq x \leq \pi$.

ד. נתונה הפונקציה: $g(x) = \frac{6}{f(x)}$.

מצא בתחום: $-\pi \leq x \leq \pi$ את שיעורי נקודות הקיצון המוחלט של הפונקציה $g(x)$ ואת סוגן.

ה. נתון שהפונקציה $t(x) = \frac{\sqrt{f(x)-m}}{f(x)+m}$ מוגדרת לכל x בתחום: $-\pi \leq x \leq \pi$.

מצא את תחום הערכים האפשריים של m .

ו. נתונה הפונקציה $h(x) = \sin[f(x)]$ בתחום: $-\pi \leq x \leq \pi$. הנקודות $A(x_A, y_A)$ ו- $B(x_B, y_B)$ נמצאות

על גרף הפונקציה $h(x)$ בתחום: $-\pi \leq x \leq \pi$. מבלי לגזור את הפונקציה $h(x)$, עבור כל אחת מהטענות הבאות קבע האם היא נכונה או שגויה. נמק את תשובתך.

i. יתכן שמתקיים: $3 < h(x_A) + h(x_B)$.

ii. יתכן שמתקיים: $3 < h(x_A) \cdot h(x_B)$.

ז. נקודות המינימום המוחלט של הפונקציה: $k(x) = f(x) - \pi$ בתחום: $-\pi \leq x \leq \pi$ הן C ו-D.

נקודות המינימום המוחלט של הפונקציה: $r(x) = f(x - \pi)$ בתחום: $0 \leq x \leq 2\pi$ הן E ו-F.

מבלי לגזור את הפונקציות, חשב את שטח המרובע שקדקודיו בנקודות C, D, E ו-F.

ח. מבין כל נקודות הקיצון של הפונקציה: $j(x) = 4x \cdot \sin 2x + (6 - 4x^2) \cdot \cos 2x$ בתחום: $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$,

הנקודות G ו-H הן הקרובות ביותר לציר ה-y. הקטע GH הוא קוטר במעגל. מבלי לגזור את הפונקציה, קבע האם ראשית הצירים נמצאת בתוך המעגל, על המעגל או מחוץ למעגל זה. נמק את תשובתך.

(התשובות בעמוד הבא)

תשובות:

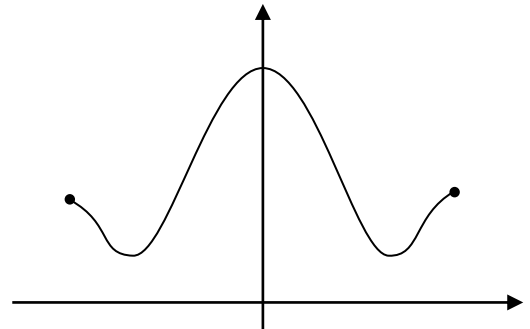
א. זוגית.

ב. 1) בקצה התחום: $\max(-\pi, 3.87)$, $\max(\pi, 3.87)$;

פנימיות: $\min(-2, 2.805)$, $\max(0, 6)$, $\min(2, 2.805)$.

2) עליה: $2 < x < \pi$ או $-2 < x < 0$, יורדת: $0 < x < 2$ או $-\pi < x < -2$.

ג.



ד. מקסימום מוחלט: $(2, 2.14)$, $(-2, 2.14)$, מינימום מוחלט: $(0, 1)$.

ה. $-2.805 < m \leq 2.805$ או $m < -6$.

ו. i) שגויה. ii) שגויה.

ז. 4π יחיד.

ח. מחוץ למעגל.