

דף עבודה - טרנספורמציות בפונקציה מעריכית

1. נתונות שלוש פונקציות מעריכיות: $f(x) = 2^x$, $g(x) = 2^x + 1$, $h(x) = 2^x - 5$.

אייל טען: "הגרפים של הפונקציות $g(x)$ ו- $h(x)$ מתקבלים מהזזה אנכית של גרף הפונקציה $f(x)$ ".

א. האם הוא צודק? אם לא, הסבירו מדוע. אם כן, ציינו את הכיוון ואת המרחק של ההזזה.

ב. משה טען: "ניתן גם לומר שגרף הפונקציה $g(x)$ התקבל מהזזה אנכית של גרף הפונקציה

$h(x)$ ". האם הוא צודק? אם לא, הסבירו מדוע. אם כן, ציינו את הכיוון ואת המרחק של ההזזה.



2. השלימו במחברת:

א. גרף הפונקציה $g(x) = e^x$ הוזז ___ יח' כלפי _____ וכך התקבל גרף הפונקציה $f(x) = e^x - 7$.

ב. גרף הפונקציה $g(x) = \frac{1}{3}^x - 9$ הוזז 3 יח' כלפי מטה וכך התקבל גרף הפונקציה $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$.

3. מזיזים את גרף הפונקציה $f(x) = 10^x$ אנכית כך שהתקבל גרף הפונקציה $g(x) = 10^x + 7$.

א. לאיזה כיוון בוצעה ההזזה ולאיזה מרחק? ב. הביעו את $g(x)$ באמצעות $f(x)$.

4. הציעו שתי פונקציות מעריכיות **משלכם**, שהגרף של אחת מהן מתקבל מהזזה אנכית של גרף הפונקציה השנייה. כתבו את הכיוון ואת המרחק של ההזזה.

5. נתונות הפונקציות המעריכיות $f(x) = 2^x$ ו- $g(x) = 2^x + 1$.

א. השלימו את טבלת הערכים.



ב. מהי האסימפטוטה האופקית של הפונקציה $f(x)$?

ג. היעזרו בטבלה, ושערו לאיזה ערך הולכים

ומתקרבים ערכי הפונקציה $g(x)$ ככל שערכי x

הולכים וקטנים ללא הגבלה לכיוון **מינוס** אינסוף.

ד. היעזרו בהזזה האנכית, וכתבו מהי האסימפטוטה האופקית של הפונקציה $g(x)$.

x	-5	-4	-3	-2	-1	0
f(x)						
g(x)						

6. מצאו את האסימפטוטה האופקית של כל אחת מהפונקציות הבאות:

א. $f(x) = 3^x - 2$ ב. $g(x) = e^x + 9$ ג. $h(x) = 3^{-x} - 12$ ד. $k(x) = \left(\frac{1}{7}\right)^x + 2$

7. הציעו פונקציה מעריכית **משלכם** ש :

- א. היא פונקציה יורדת, והאסימפטוטה האופקית שלה היא $y = 6$.
 ב. היא פונקציה עולה, והאסימפטוטה האופקית שלה היא $y = -10$.

8. נתונה הפונקציה $f(x) = 8^x$. נתונה הפונקציה $g(x) = 8^x + k$. מצאו את ערך k שעבורו :

- א. גרף הפונקציה $g(x)$ יעבור בראשית הצירים.
 ב. גרף הפונקציה $g(x)$ יתלכד עם גרף הפונקציה $f(x)$.
 ג. הפונקציה $g(x)$ תהיה שלילית לכל x .

9. הזיזו את גרף הפונקציה המעריכית $f(x) = a^x$ ($1 < a$) למרחק של 4 יח' כלפי מעלה כך שהתקבל גרף הפונקציה $g(x)$. נתון : $g(2) = 13$. מצאו את a .

10. נתונות שלוש פונקציות מעריכיות : $f(x) = 2^x$, $g(x) = 2^{x-3}$, $h(x) = 2^{x+6}$.

- גל טענה : "הגרפים של הפונקציות $g(x)$ ו- $h(x)$ מתקבלים מהזזה אופקית של גרף הפונקציה $f(x)$ ".
 א. האם היא צודקת? אם לא, הסבירו מדוע. אם כן, ציינו את כיוון ההזזה ולאיה מרחק.
 ב. ערבה טענה : "לשלוש הפונקציות יש אותה אסימפטוטה אופקית." האם היא צודקת? הסבירו.



11. נתונה הפונקציה $f(x) = 4^x$.

- א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 ב. שרטטו שתי מערכות צירים ובהן סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$. בכל מערכת הוסיפו סקיצה של אחת מהפונקציות הבאות, והציגו בה את האסימפטוטה האופקית :

1. $g(x) = 4^{x+3}$ 2. $h(x) = 4^{x-2}$

- ג. ישר המקביל לציר ה- y חותך את הגרפים של הפונקציות $g(x)$ ו- $h(x)$ בנקודות M ו- N , בהתאמה. קבעו לאיזו משתי נקודות אלו יש שיעור y גבוה יותר.

12. נתונה הפונקציה $f(x) = 10^x$.

- א. כתבו את הייצוג האלגברי של הפונקציה $g(x)$ שהגרף שלה יתקבל לאחר הזזת גרף הפונקציה $f(x)$ למרחק של 7 יח' שמאלה.
 ב. שי טען : "קצב הגדילה המעריכית של שתי פונקציות אלו הוא שונה." האם הוא צודק? הסבירו.

13. מהו הייצוג האלגברי של הפונקציה שהגרף שלה יתקבל לאחר הזזת גרף הפונקציה $f(x) = (\frac{2}{7})^x$:

א. 5 יח' ימינה. ב. 9 יח' שמאלה.

14. השלימו במחברת :

א. גרף הפונקציה $f(x) = e^{x-4}$ הוזז ___ יח' לכיוון ____, וכך התקבל גרף הפונקציה $g(x) = e^x$.

ב. גרף הפונקציה $g(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ הוזז 3 יח' שמאלה, וכך התקבל גרף הפונקציה $f(x) = (\frac{1}{3})^{x+5}$.

15. הציעו שתי פונקציות מעריכיות **משלכם**, שהגרף של אחת מהן מתקבל מהזזה אופקית של גרף הפונקציה השנייה. כתבו את כיוון ואת מרחק ההזזה.

16. הזיזו את גרף הפונקציה $f(x)$ אופקית כך שהתקבל גרף הפונקציה $g(x) = f(x+1)$.

א. קבעו לאיזה כיוון בוצעה ההזזה ולאיזה מרחק.

ב. נתון: $f(x) = e^x$. כתבו את הייצוג האלגברי של הפונקציה $g(x)$, וחשבו את ערך הביטוי $g(-1)$.

ג. (*) נתונה הפונקציה: $h(x) = e^{x-1}$. הראו **בשתי דרכים** שעבור כל x מתקיים: $h(x) < g(x)$.

17. נתונה הפונקציה $f(x) = 0.1^x$.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. שרטטו ארבע מערכות צירים ובהן שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

בכל אחת מהן שרטטו סקיצה נוספת של אחת מהפונקציות הבאות :

1. $g(x) = 0.1^{x-5}$ 2. $h(x) = 0.1^x - 5$ 3. $k(x) = 0.1^{x+2}$ 4. $m(x) = 0.1^x + 2$

18. גרף הפונקציה $f(x) = 10^x$ הוזז 8 יח' ימינה, ולאחר מכן הוזז 2 יח' כלפי מטה.

א. מצאו את הייצוג האלגברי של גרף הפונקציה $g(x)$ שהתקבל.

ב. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

19. נתונה הפונקציה המעריכית העולה $f(x) = a^x$, והפונקציות: $g(x) = f(x+3)$, $h(x) = f(x) - 3$.

א. האם למשוואה $g(x) = h(x)$ יש פתרון? הסבירו באופן גרפי.

ב. נתון: $f(x) = 3^x$. כתבו את הייצוג האלגברי של הפונקציות $g(x)$ ו- $h(x)$.

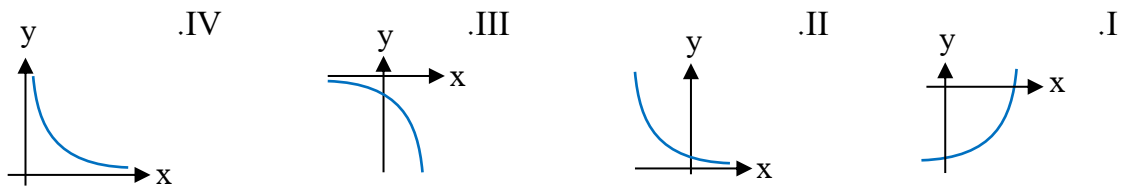
20. נתונות הפונקציות המעריכיות $f(x) = 5^x$ ו- $g(x) = -5^x$.

יונתן טען: "גרף הפונקציה $g(x)$ מתקבל משיקוף של גרף הפונקציה $f(x)$ ביחס לציר ה-y."

שגיא טען: "גרף הפונקציה $g(x)$ מתקבל משיקוף של גרף הפונקציה $f(x)$ ביחס לציר ה-x."

א. מי מהשניים צודק? הסבירו.

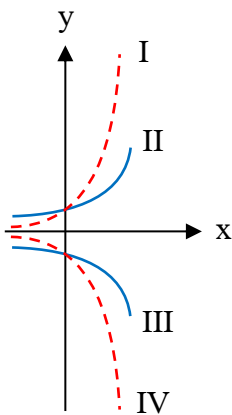
ב. קבעו איזה מהגרפים הבאים הוא גרף הפונקציה $g(x)$:



ג. מהי האסימפטוטה האופקית של כל אחת מהפונקציות?

21. בכל סעיף מופיעה פונקציה $f(x)$. כתבו את הייצוג האלגברי של הפונקציה $g(x)$ שהגרף שלה יתקבל

משיקוף גרף הפונקציה $f(x)$ ביחס לציר ה-x: א. $f(x) = 5^x$ ב. $f(x) = (\frac{1}{3})^x$



22. לפניכם הגרפים I, II, III ו-IV.

נתונות הפונקציות:

$$f(x) = 2^x, \quad g(x) = -2^x, \quad h(x) = 3^x, \quad k(x) = -3^x$$

קבעו איזה גרף מתאים לכל פונקציה.

23. לאחר שיקוף של גרף הפונקציה $f(x)$ ביחס לציר ה-x, התקבל גרף הפונקציה $g(x)$.

א. הביעו את $g(x)$ באמצעות $f(x)$.

ב. נתון: $f(x) = e^x$. כתבו את הייצוג האלגברי של הפונקציה $g(x)$, וחשבו את ערך הביטוי $g(0)$.

24. מצאו את הייצוג האלגברי של הפונקציה $g(x)$ שהגרף שלה יתקבל לאחר ש:

א. גרף הפונקציה $f(x) = 0.5^x$ יזוז 5 יח' ימינה ו-6 יח' כלפי מטה.

ב. גרף הפונקציה $f(x) = 8^x$ יזוז 4 יח' שמאלה, ולאחר מכן יעבור שיקוף ביחס לציר ה-x.

ג. גרף הפונקציה $f(x) = 7^x$ יזוז 4 יח' שמאלה, ולאחר מכן יעבור כיווץ אנכי פי 2.

25. הציעו שתי פונקציות מעריכיות **משלכם**, שהגרף של אחת מהן הוא שיקוף של הגרף של השנייה, ביחס לציר ה־x.

26. נתונה הפונקציה: $f(x) = 6^x$. הכיתה התבקשה למצוא טרנספורמציה שאם תבוצע על גרף הפונקציה $f(x)$, יתקבל גרף הפונקציה $g(x)$ שעובר בנקודה $(-1, 0)$. מצאו שתי תשובות אפשריות.

27. שתי טרנספורמציות בוצעו על גרף הפונקציה $f(x) = 3^x$, והתקבל גרף הפונקציה $g(x) = -3^x + 7$.
א. הסבירו אילו טרנספורמציות בוצעו. ב. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

28. נתונה הפונקציה $f(x) = (\frac{1}{e})^x$. ניר טען: "אם נזיז את גרף הפונקציה $f(x)$ למרחק 2 יח' למעלה, ולאחר מכן נבצע שיקוף ביחס לציר ה־x, יתקבל גרף זהה לזה שהיה מתקבל אילו היינו מבצעים את שתי הטרנספורמציות בסדר הפוך." האם הוא צודק? הסבירו.

29. נתונות הפונקציות $f(x) = 3^x$ ו־ $g(x) = 2 \cdot 3^x$.

א. השלימו במחברת:



עבור כל x שנציב בשתי הפונקציות, ערך ה־y שיתקבל בפונקציה $g(x)$

יהיה גדול פי ____ מערך ה־y שיתקבל בפונקציה $f(x)$.

ב. כל אחד מהגרפים I ו־II שלפניכם מתאים לאחת מהפונקציות הנתונות.

קבעו איזה גרף מתאים לפונקציה $g(x)$. הסבירו.

ג. מצאו את האסימפטוטות האופקיות של כל אחת מהפונקציות. הסבירו.

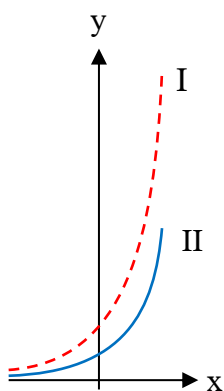
ד. נתונה הפונקציה $h(x) = 0.5 \cdot 3^x$. הציעו באותה מערכת צירים

את הסקיצות של הפונקציות $f(x)$ ו־ $h(x)$.

30. השלימו במחברת:

א. גרף הפונקציה $f(x) = \frac{1}{4} \cdot (\frac{1}{3})^x$ התקבל מכיווץ אנכי של גרף הפונקציה $g(x) = (\frac{1}{3})^x$ פי ____.

ב. גרף הפונקציה $f(x) = 6 \cdot 2^x$ התקבל ממתיחת גרף הפונקציה $g(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ פי 6.



31. הציעו שתי פונקציות מעריכיות **משלכם**, שהגרף של אחת מהן מתקבל ממתיחה אנכית של גרף הפונקציה השנייה.

32. נתונה הפונקציה המעריכית היורדת $f(x) = a^x$, והפונקציות: $g(x) = f(x+2)$, $h(x) = 6 \cdot f(x)$.

א. האם למשוואה $g(x) = h(x)$ יש פתרון? הסבירו באופן גרפי.

ב. נתון: $f(x) = (\frac{1}{e})^x$. כתבו את הייצוג האלגברי של הפונקציות $h(x)$ ו- $g(x)$.

33. נתונה הפונקציה: $f(x) = e^x$. הכיתה התבקשה למצוא טרנספורמציה שאם תבוצע על גרף הפונקציה

$f(x)$, יתקבל גרף הפונקציה $g(x)$ שעובר בנקודה $(0, 3)$. מצאו שתי תשובות אפשריות.

34. מתחו את גרף הפונקציה $f(x)$ אנכית פי 8, והתקבל גרף הפונקציה $g(x)$. נתון: $f(3) = 8$, $g(3) = 32$.

א. מצאו את 8, והביעו את $g(x)$ באמצעות $f(x)$.

ב. נתון: $f(x) = 5^x$. מצאו את הייצוג האלגברי של הפונקציה $g(x)$.

ג. האם קיים ישר מהסוג $y = k$ שחותך את הגרפים של שתי הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$? הסבירו.

ד. האם קיים ישר $y = k$ שחותך את גרף הפונקציה $g(x)$ ואינו חותך את גרף הפונקציה $f(x)$?

35. נתונות הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ כך שמתקיים: $g(x) = 6f(x) + 7$.

א. הסבירו במילים כיצד ניתן לקבל את גרף הפונקציה $g(x)$ בעזרת גרף הפונקציה $f(x)$.

ב. נתון: $f(x) = 2^x$. כתבו את הייצוג האלגברי של הפונקציה $g(x)$, וחשבו את $g(-1)$.

ג. מצאו את האסימפטוטה האופקית של כל אחת מהפונקציות.

36. בכל סעיף שרטטו מערכת צירים עם גרף הפונקציה $f(x) = 3^x$ בקו רציף, והוסיפו לו סקיצה של גרף

הפונקציה הנתונה בקו מקווקו.

א. $g(x) = -3^x + 9$ ב. $h(x) = -3^x - 5$ ג. $k(x) = -2 \cdot 3^x$ ד. $p(x) = 3^{x-1} - 1$

37. נתונות הפונקציות: $f(x) = 2^x$ ו- $g(x) = f(-x)$.

א. קבעו אילו מהייצוגים הבאים הם הייצוגים האלגבריים של הפונקציה $g(x)$:

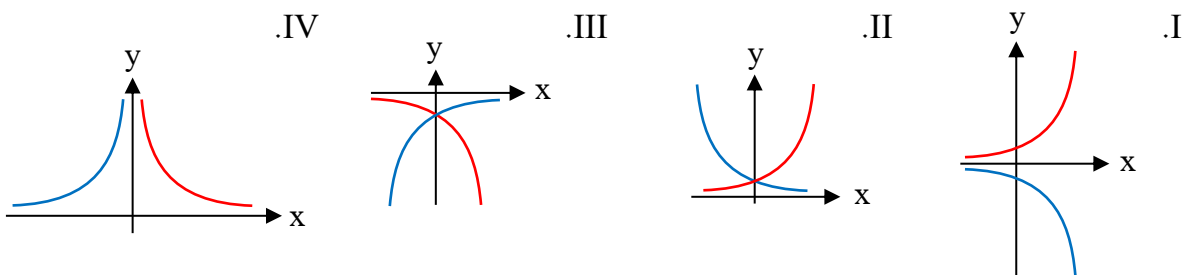
- i. $g(x) = -2^x$ ii. $g(x) = 2^{-x}$ iii. $g(x) = (-2)^x$ iv. $g(x) = (\frac{1}{2})^x$

ב. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$?

ג. מהם שיעורי נקודת החיתוך של כל אחד מהגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ עם ציר ה- y ?

ד. מהי הטרינספורמציה שתבוצע על גרף הפונקציה $f(x)$ כך שיתקבל גרף הפונקציה $g(x)$?

ה. קבעו באיזה מהשרטוטים מופיעים הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$. הסבירו.



38. נתונה הפונקציה $f(x) = 5^x$. כתבו את הייצוג האלגברי של הפונקציה $g(x)$ שהגרף שלה יתקבל

לאחר שיקוף של גרף הפונקציה $f(x)$ ביחס לציר ה- y .

39. הציעו שתי פונקציות מעריכיות **משלכם**, שהגרף של אחת מהן מתקבל משיקוף של גרף הפונקציה

השנייה, ביחס לציר ה- y .

40. נתונה הפונקציה $f(x) = (\frac{1}{e})^x$. עבור כל טענה, קבעו אם היא נכונה או שגויה:

i. שיקוף גרף הפונקציה $f(x)$ ביחס לציר ה- y משפיע על תחומי העלייה והירידה.

ii. שיקוף גרף הפונקציה $f(x)$ ביחס לציר ה- y משפיע על תחומי החיוביות והשליליות.

41. ביצעו על גרף הפונקציה $f(x) = 7^x$ שיקוף ביחס לציר ה- y , כך שהתקבל גרף הפונקציה $g(x)$.

א. כתבו את הייצוג האלגברי של הפונקציה $g(x)$.

ב. הישר $y = k$ חותך את הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ בנקודות A ו- B בהתאמה.

נתון: $AB = 4$. מצאו את שיעורי הנקודות A ו- B.

42. גרף הפונקציה $f(x) = 0.5^x$ עבר שיקוף ביחס לציר ה־y, ולאחר מכן הוזז 5 יח' שמאלה. התלמידות התבקשו לכתוב את הייצוג האלגברי של הפונקציה $g(x)$ שהגרף שלה התקבל מהטרנספורמציות.

מעין הציעה את הייצוג $g(x) = 0.5^{-x-5}$, וכן הציעה את הייצוג $g(x) = 0.5^{-x+5}$.

א. מי מהשניים צודקת? הסבירו.

ב. שרטטו באותה מערכת צירים סקיצות של גרף הפונקציה $g(x)$ וגרף הפונקציה $f(x)$, וקבעו באיזה רביע הם נחתכים.



43. נתונה הפונקציה: $f(x) = e^x$. מזיזים את גרף הפונקציה $f(x)$ ומקבלים ארבע פונקציות:

$$m(x) = f(x+3), \quad k(x) = f(x)+3, \quad h(x) = f(x)-3, \quad g(x) = f(x-3)$$

השוו בין הפונקציות הבאות, וקבעו:

א. לאיזו פונקציה יש תחומי חיוביות ושליליות שהם שונים מאלו של הפונקציות האחרות?

ב. לאילו מהפונקציות יש אותה אסימפטוטה אופקית?

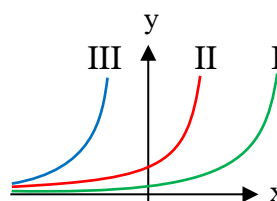
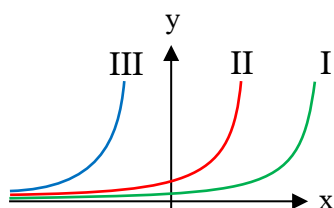
ג. איזו מהפונקציות חותכת את ציר ה־y בנקודה ששיעור ה־y שלה הוא הגדול ביותר?

44. בכל סעיף שרטטו מערכת צירים עם גרף הפונקציה $f(x) = e^x$ בקו רציף, והוסיפו לו סקיצה של גרף הפונקציה הנתונה בקו מקווקו.

א. $g(x) = e^{-x} - 1$ ב. $h(x) = -e^{x+3}$ ג. $k(x) = \frac{1}{3} \cdot e^x + 1$ ד. $p(x) = -3 \cdot e^{x-1}$

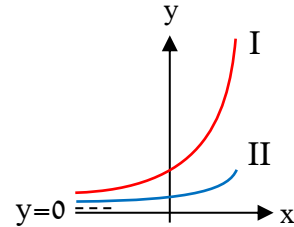
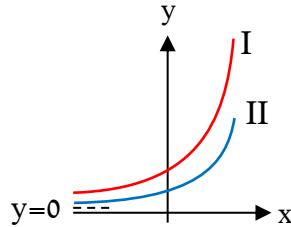
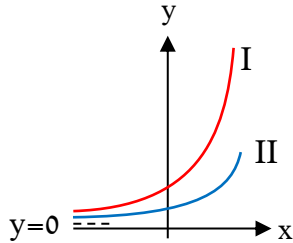
45. בכל סעיף מוצגים הגרפים I, II ו־III, ונתונות שלוש פונקציות. קבעו איזה גרף מתאים לכל פונקציה:

א. $f(x) = e^x, g(x) = e^{x+3}, h(x) = e^{x-2}$ ב. $f(x) = 3^{x+6}, g(x) = 3^x, h(x) = 3^{x-4}$



46. בכל סעיף מוצגים הגרפים I ו-II, ונתונות שתי פונקציות. קבעו איזה גרף מתאים לפונקציה $f(x)$:

א. $f(x) = e^x$, $g(x) = \frac{1}{4} \cdot e^x$ ב. $f(x) = 7^x$, $g(x) = 1.5 \cdot 7^x$ ג. $f(x) = 2^x$, $g(x) = 3 \cdot 2^x$



47. נתונה הפונקציה $f(x) = 2^x$.

א. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה-y.

ב. שרטטו שתי מערכות צירים ובהן סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$. בכל מערכת הוסיפו סקיצה של

אחת מהפונקציות הבאות, והציגו בה את האסימפטוטה האופקית :

1. $g(x) = 2^x - 2$ 2. $h(x) = 2^{x-3}$

ג. עבור כל אחת מהפונקציות, קבעו אם הישר $y = -1$ חותך את הגרף שלהן. הסבירו.

48. לאחר שיקוף של גרף הפונקציה $f(x) = e^x$ ביחס לציר ה-y, התקבל גרף הפונקציה $g(x)$.

א. כתבו את הייצוג האלגברי של הפונקציה $g(x)$.

ב. הציעו **שתי דרכים** שבעזרתן ניתן לחשב את ערך הביטוי $g(0)$, וחשבו אותו.

49. מבצעים על גרף הפונקציה $f(x) = e^x$ שיקוף ביחס לציר ה-x כך שהתקבל גרף הפונקציה $g(x)$.

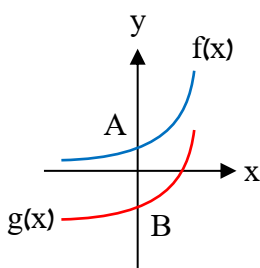
א. כתבו את הייצוג האלגברי של הפונקציה $g(x)$.

ב. הישר $x = 2$ חותך את הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ בנקודות A ו-B בהתאמה.

חשבו את אורך הקטע AB.

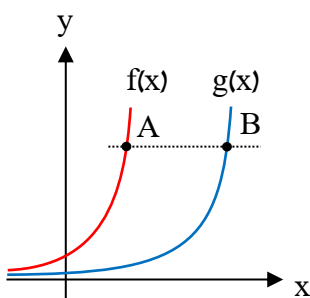
50. הזיזו את גרף הפונקציה $f(x) = e^{-x}$ למרחק של m יח' כלפי מטה כך שהתקבל גרף הפונקציה $g(x)$.

- כתבו את הייצוג האלגברי של הפונקציה $g(x)$ בעזרת m .
- נתון שגרף הפונקציה $g(x)$ עובר בראשית הצירים. מצאו את m .
- מצאו את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה $g(x)$.
- חי טען: "הזזה אנכית אינה משפיעה על תחומי החיוביות והשליליות." האם הוא צודק? הסבירו.



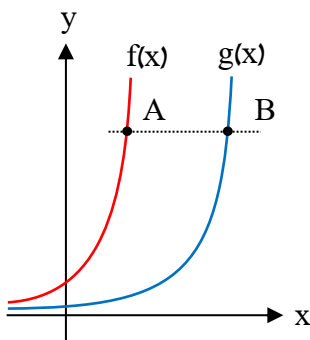
51. הגרפים של הפונקציות $f(x) = 2^x$ ו- $g(x) = f(x) - c$ חותכים את ציר ה- y

- בנקודות A ו-B בהתאמה. נתון: $B(0, -3)$.
- הציעו שתי דרכים שבעזרתן ניתן למצוא את c , ומצאו אותו.
- חשבו את $g(3)$.



52. הגרפים של הפונקציות $f(x) = 2^x$ ו- $g(x) = f(x - b)$ חותכים את הישר

- בנקודות A ו-B בהתאמה. $y = 4$
- האם הערך של b הוא חיובי או שלילי? הסבירו.
- מצאו את שיעורי הנקודה A.
- נתון: $B(6, 4)$. מצאו את b .



53. הזיזו את גרף הפונקציה $f(x) = 5^x$ ימינה כך שהתקבל גרף הפונקציה

- $g(x) = f(x - k)$. ישר המקביל לציר ה- x חותך את הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ בנקודות A ו-B בהתאמה. נתון: $AB = 2$.
- מצאו את k , וכתבו את הייצוג האלגברי של הפונקציה $g(x)$.
- הישר $x = 2$ חותך את הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ בנקודות M ו-N בהתאמה. חשבו את אורך הקטע MN.

54. מצאו את הייצוג האלגברי של הפונקציה $g(x)$ שהגרף שלה יתקבל לאחר ש :

- גרף הפונקציה $f(x) = 4^x$ יזוז 4 יח' שמאלה ו-2 יח' כלפי מעלה.
- גרף הפונקציה $f(x) = e^x$ יעבור שיקוף ביחס לציר ה-x, ולאחר מכן יזוז 4 יח' כלפי מטה.
- גרף הפונקציה $f(x) = (\frac{1}{e})^x$ יעבור שיקוף ביחס לציר ה-y, ולאחר מכן מתיחה אנכית פי 5.

55. גרף הפונקציה $f(x) = 0.2^x$ עבר שיקוף ביחס לציר ה-x, ולאחר מכן הוזז 5 יח' שמאלה.

- מצאו את הייצוג האלגברי של גרף הפונקציה $g(x)$ שהתקבל.
- שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.
- שובל טען: "הפונקציה $g(x)$ מתארת גדילה מעריכית." האם הוא צודק? הסבירו.

דוגמה: לאחר שבוצעו על גרף הפונקציה $f(x) = 3^x$ שתי טרנספורמציות, התקבל גרף הפונקציה

$$g(x) = 3^{x-2} + 4.$$

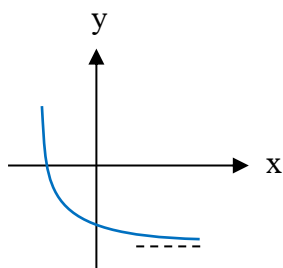
אילו שתי טרנספורמציות בוצעו? הסבירו.

פתרון: בשאלות מסוג זה, כאשר נתונה לנו פונקציה שהגרף שלה התקבל לאחר ביצוע טרנספורמציות, עלינו לאתר את ההבדלים בין הייצוג האלגברי של הפונקציה המקורית $f(x) = 3^x$ לבין הייצוג האלגברי של הפונקציה שהתקבלה $g(x) = 3^{x-2} + 4$:

הראשון, במעריך החזקה של הפונקציה $g(x)$ מופיע הביטוי $x-2$ המצביע על הזזה של 2 יח' ימינה. השני, הוספת המחובר 4 בייצוג האלגברי של הפונקציה $g(x)$ מצביעה על הזזה של 4 יח' כלפי מעלה. לסיכום, הטרנספורמציות שבוצעו הן הזזה **אופקית** של 2 יח' ימינה והזזה **אנכית** של 4 יח' כלפי מעלה.

56. נתונות הפונקציות: $y = e^x - 4$, $y = -e^x - 4$, $y = e^{-x} - 4$.

- קבעו לאיזו מהפונקציות מתאים הגרף המופיע משמאל.
- מהי האסימפטוטה המופיעה בשרטוט?
- נסמן כ- $f(x)$ את הפונקציה שבחרתם בסעיף א'. שרטטו את גרף הפונקציה $|f(x)|$, וקבעו בעזרתו כמה פתרונות יש למשוואה:
 - $|f(x)| = 2$
 - $|f(x)| = 4$
 - $|f(x)| = 6$
- נתונה המשוואה: $|f(x)| = k$. מצאו את ערכי k שעבורם:
 - יש למשוואה פתרון יחיד.
 - למשוואה לא יהיו פתרונות.



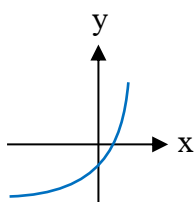
טרנספורמציה של ערך מוחלט

57. נתונות הפונקציות המעריכיות $f(x) = 2^x - 4$ ו- $g(x) = |2^x - 4|$.

הגרף המופיע משמאל מתאים לאחת הפונקציות.

א. לאיזו פונקציה מתאים הגרף?

ב. קבעו איזה מהגרפים הבאים הוא גרף הפונקציה האחרת:

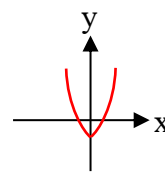
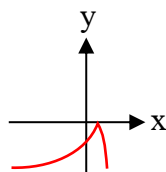
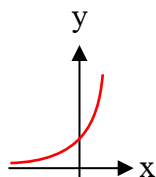
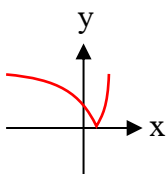


IV.

III.

II.

II.



ג. מהי האסימפטוטה האופקית של הפונקציה $f(x)$? הסבירו.

ד. מהי האסימפטוטה האופקית של הפונקציה $g(x)$? הסבירו.

שרטוט גרפים של פונקציות בעזרת שלוש טרנספורמציות

58. בכל סעיף מופיעות ארבע פונקציות. במעבר מפונקציה אחת לזו שאחריה מתבצעת טרנספורמציה

אחת או יותר. שרטטו סקיצה של כל אחת מהפונקציות, מימין לשמאל:

$$k(x) = 6 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{x+3} - 4 \quad \leftarrow \quad h(x) = 6 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{x+3} \quad \leftarrow \quad g(x) = 6 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x \quad \leftarrow \quad f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x \quad \text{א.}$$

$$k(x) = \left| -\left(\frac{1}{5}\right)^x + 3 \right| \quad \leftarrow \quad h(x) = -\left(\frac{1}{5}\right)^x + 3 \quad \leftarrow \quad g(x) = -\left(\frac{1}{5}\right)^x \quad \leftarrow \quad f(x) = \left(\frac{1}{5}\right)^x \quad \text{ב.}$$

תשובות:

(1) א. אייל צודק. גרף הפונקציה $g(x)$ התקבל מהזזה של 1 יח' כלפי מעלה. גרף הפונקציה $h(x)$ התקבל מהזזה של 5 יח' כלפי מטה. ב. משה צודק. גרף הפונקציה $g(x)$ התקבל מהזזת גרף הפונקציה $h(x)$ למרחק 6 יח' כלפי מעלה.

(2) א. 7; מטה. ב. $(\frac{1}{3})^x - 6$.

(3) א. הזזה כלפי מעלה של 7 יח'. ב. $g(x) = f(x) + 7$.

(4) תשובות אפשריות: $f(x) = 5^x$ ו- $g(x) = 5^x + 8$ (הזזה כלפי מעלה למרחק 8 יח'); $f(x) = 14^x$ ו- $g(x) = 14^x - 9$ (הזזה כלפי מטה למרחק 9 יחידות).

x	-5	-4	-3	-2	-1	0
f(x)	$\frac{1}{32}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1
g(x)	$1\frac{1}{32}$	$1\frac{1}{16}$	$1\frac{1}{8}$	$1\frac{1}{4}$	$1\frac{1}{2}$	2

(5) א. משמאל. ב. $y = 0$. ג. ערכי הפונקציה $g(x)$

שואפים ל-1. ד. $y = 1$. ככל שערכי ה-x הולכים וקטנים

כך ערכי הפונקציה $f(x)$ שואפים ל-0, ולכן האסימפוטות

האופקית של הפונקציה $f(x)$ היא $y = 0$. לאחר

שבוצעה הזזה אנכית של 1 יח' כלפי מעלה, ניתן להסיק שערכי הפונקציה $g(x) = f(x) + 1$ שואפים

ל-1, ולכן האסימפוטות האופקית של הפונקציה $g(x)$ היא $y = 1$.

(6) א. $y = -2$. ב. $y = 9$. ג. $y = -12$. ד. $y = 2$.

(7) תשובות אפשריות: א. $f(x) = (\frac{1}{2})^x + 6$, $g(x) = (\frac{1}{e})^x + 6$. ב. $f(x) = 3^x - 10$, $g(x) = e^x - 10$.

(8) א. $k = -1$. ב. $k = 0$. ג. אף k .

(9) $a = 3$.

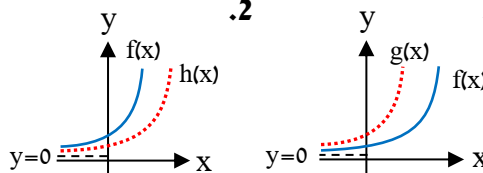
(10) א. גל צודק. גרף הפונקציה $g(x)$ מתקבל מהזזה של 3 יח' ימינה. גרף הפונקציה $h(x)$ מתקבל

מהזזה של 6 יח' שמאלה. ב. ערבה צודק. בהזזה אופקית הנקודות שהיו על גרף הפונקציה

המקורית נעות שמאלה או ימינה, אך שיעור ה-y שלהן אינו משתנה, לכן האסימפוטות האופקית

אינה משתנה, ועבור שלוש הפונקציות היא הישר $y = 0$.

(11) א. כל x. ב. 1. 2. ג. M.



(12) א. $g(x) = 10^{x+7}$. ב. שי טועה. קצב הגדילה המעריכית נקבע על ידי בסיס החזקה, ובשתי

הפונקציות בסיס החזקה הוא 10.

(13) א. $g(x) = (\frac{2}{7})^{x-5}$. ב. $g(x) = (\frac{2}{7})^{x+9}$.

(14) א. 4; שמאל. ב. $(\frac{1}{3})^{x+2}$.

(15) תשובות אפשריות: $f(x) = 8^x$ ו- $g(x) = 8^{x-3}$ (הזזה ימינה למרחק 3 יחידות);

$f(x) = 6^{x+7}$ ו- $g(x) = 6^{x+7}$ (הזזה שמאלה למרחק 2 יחידות).

(16) א. הזזה שמאלה למרחק של 1 יח'. ב. $g(x) = e^{x+1}$; $g(-1) = 1$. ג. דרך א' - הסבר גרפי:

הפונקציה $h(x)$ התקבל לאחר הזזת גרף הפונקציה $f(x)$ ימינה, ואילו גרף הפונקציה $g(x)$ התקבל

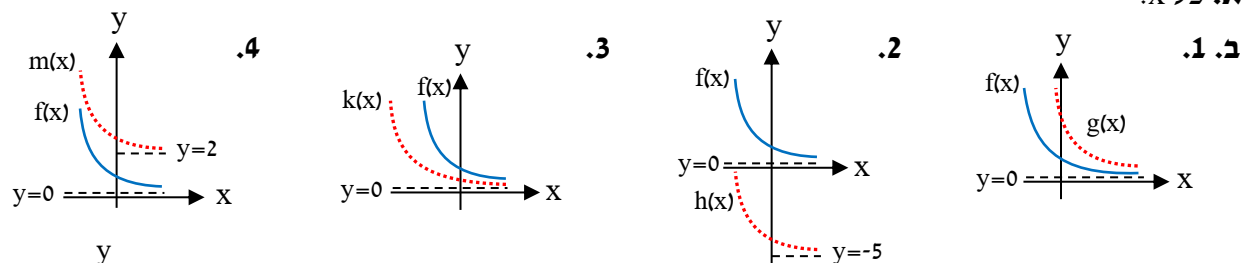
לאחר הזזת גרף הפונקציה $f(x)$ שמאלה. לכן מכיוון שהפונקציות מוגדרות ועולות לכל x , גרף

הפונקציה $g(x)$ נמצא מעל גרף הפונקציה $h(x)$ לכל x . דרך ב' - הסבר אלגברי: עבור כל x , הייצוג

האלגברי e^{x+1} של הפונקציה $g(x)$ גדול מהייצוג האלגברי e^{x-1} של הפונקציה $h(x)$, כי מדובר

בחזקה גדולה יותר של e .

(17) א. כל x .



(18) א. $g(x) = 10^{x-8} - 2$. ב. השרטוט משמאל.

(19) א. השרטוט משמאל. מכיוון שבוצעו הזזה אופקית שמאלה והזזה אנכית

כלפי מטה, גרף הפונקציה $h(x)$ נמצא כולו מתחת לגרף הפונקציה $f(x)$,

ואילו גרף הפונקציה $g(x)$ נמצא כולו משמאלו של גרף הפונקציה $f(x)$.

למעשה הם נמצאים מצדדים שונים של גרף הפונקציה ומכאן שאינם

נחתכים, ולמשוואה $g(x) = h(x)$ אין פתרון. ב. $g(x) = 3^{x+3}$, $h(x) = 3^x - 3$.

(20) א. שגיאת צודק. מתקיים: $g(x) = -f(x)$. משמעות השיקוף ביחס לציר ה- x היא שעבור אותו ערך x

שנציב בשתי הפונקציות, יתקבלו ערכי y נגדיים. ב. III. ג. $y = 0 : f(x)$; $y = 0 : g(x)$.

(21) א. $g(x) = -5^x$. ב. $g(x) = -(\frac{1}{3})^x$.

(22) הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $h(x)$ חיוביים לכל x ולכן מתאימים לגרפים I ו-II. בסיס החזקה

בפונקציה $h(x)$ הוא הגדול מהשניים, ולכן קצב הגדילה שלו גבוה יותר, והוא מתאים לגרף I, לכן

לפונקציה $f(x)$ מתאים גרף II. הגרפים של הפונקציות $g(x)$ ו- $k(x)$ הם שיקוף ביחס לציר ה- x של

הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $h(x)$ בהתאמה, לכן לפונקציה $g(x)$ מתאים גרף III, ולפונקציה

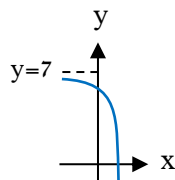
$k(x)$ מתאים גרף IV.

(23) א. $g(x) = -f(x)$. ב. $g(x) = -e^x$; $g(0) = -1$.

(24) א. $g(x) = 0.5^{x-5} - 6$. ב. $g(x) = -8^{x+4}$. ג. $g(x) = \frac{1}{2} \cdot 7^{x+4}$.

(25) תשובות אפשריות: $f(x) = 4^x$ ו- $g(x) = -4^x$; $f(x) = 12^x$ ו- $g(x) = -12^x$.

(26) הזזת הגרף 2 יח' כלפי מטה כך ש- $g(x) = 6^x - 2$ או שיקוף ביחס לציר ה- x כך ש- $g(x) = -6^x$.



(27) א. שיקוף ביחס לציר ה- x ולאחר מכן הזזה אנכית של 7 יח' כלפי מעלה.

ב. השרטוט משמאל.

(28) ניר טועה. אם נבצע תחילה הזזה כלפי מעלה ולאחר מכן שיקוף נקבל:

$$g(x) = f(x) + 2 = \left(\frac{1}{e}\right)^x + 2 \rightarrow h(x) = -g(x) = -\left(\left(\frac{1}{e}\right)^x + 2\right) = -\left(\frac{1}{e}\right)^x - 2$$

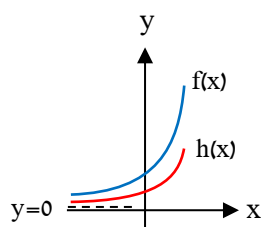
אם נבצע את הפעולות בסדר הפוך נקבל: $g(x) = -f(x) = -\left(\frac{1}{e}\right)^x \rightarrow h(x) = g(x) + 2 = -\left(\frac{1}{e}\right)^x + 2$

(29) א. 2. ב. גרף I. עבור כל x שנציב בשתי הפונקציות, ערך ה- y

שיתקבל בפונקציה $g(x)$ יהיה גדול פי 2 מערך ה- y שיתקבל בפונקציה $f(x)$,

לכן גרף I שנראה "צר ותלול" יותר מתאים לפונקציה $g(x)$, וגרף II מתאים

לפונקציה $f(x)$. ג. $f(x) : y = 0$; $g(x) : y = 0$. ד. משמאל.



(30) א. 4. ב. 2^x .

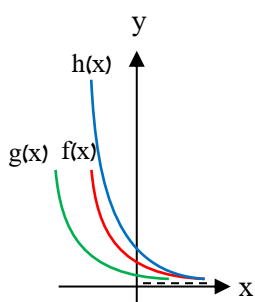
(31) תשובות אפשריות: $f(x) = 3^x$ ו- $g(x) = 10 \cdot 3^x$; $h(x) = 5 \cdot 5^x$ ו- $k(x) = 20 \cdot 5^x$.

(32) א. אין פתרון. השרטוט משמאל. מכיוון שבוצעו הזזה אופקית ומתיחה אנכית

הפונקציה $h(x)$ נמצאת כולה מעל ומימין לפונקציה $f(x)$, ואילו הפונקציה $g(x)$

נמצאת כולה משמאל לפונקציה $f(x)$, לכן $g(x)$ ו- $h(x)$ אינם נחתכים, ולמשוואה

אין פתרון. ב. $h(x) = 6 \cdot \left(\frac{1}{e}\right)^x$, $g(x) = \left(\frac{1}{e}\right)^{x+2}$.



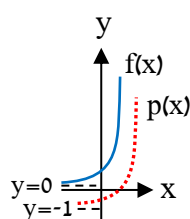
(33) הזזת הגרף 2 יח' כלפי מעלה כך ש- $g(x) = e^x + 2$ או מתיחה אנכית פי 3 כך ש- $g(x) = 3 \cdot e^x$.

(34) א. $n = 4$; $g(x) = 4 \cdot f(x)$. ב. $g(x) = 4 \cdot 5^x$. ג. כן. כל ישר מהסוג $y = k$ עבור $0 < k$ יחתוך את

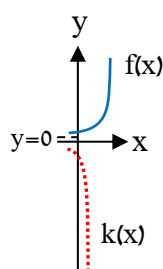
הגרפים של שתי הפונקציות. ד. לא קיים ישר מתאים.

(35) א. מתיחה אנכית פי 6 והזזה כלפי מעלה של 7 יח'. ב. $g(x) = 6 \cdot 2^x + 7$; $g(-1) = 10$.

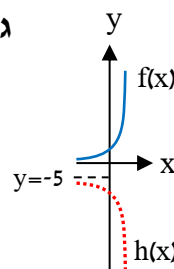
ג. $f(x) : y = 0$; $g(x) : y = 7$.



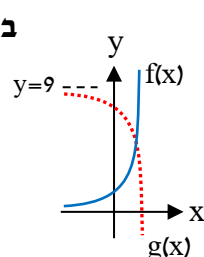
ד.



ג.



ב.



א. (36)

(37) א. ii, iv. ב. כל x . ג. שני הגרפים נחתכים עם ציר ה- y בנקודה $(0, 1)$. ד. טרנספורמציה מסוג שיקוף ביחס לציר ה- y . ה. II. שני הגרפים הם שיקוף זה של זה ביחס לציר ה- y , ושניהם נחתכים באותה הנקודה עם ציר ה- y : $(0, 1)$.

$$(38) g(x) = 5^{-x}.$$

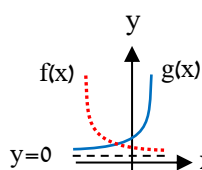
(39) תשובות אפשריות: $f(x) = 3^x$ ו- $g(x) = 3^{-x}$, $f(x) = e^x$ ו- $g(x) = e^{-x}$.

(40) i. נכונה. ii. שגויה.

$$(41) \text{א. } g(x) = 7^{-x}. \text{ב. } A(2, 49), B(-2, 49).$$

(42) א. מעין. לאחר השיקוף מתקבל הייצוג $y = 0.5^{-x}$, ולאחר

$$\text{ההזזה: } g(x) = 0.5^{-(x+5)} = 0.5^{-x-5}; \text{ב. השרטוט משמאל};$$



ברביע השני. ניתן להראות זאת על ידי שרטוט שני הגרפים באותה מערכת צירים.

$$(43) \text{א. } h(x). \text{ב. } g(x) \text{ ו- } m(x). \text{ג. } m(x).$$

(45) א. גרף I: $h(x)$; גרף II: $f(x)$; גרף III: $g(x)$. ב. גרף I: $h(x)$; גרף II: $g(x)$; גרף III: $f(x)$.

(46) א. גרף I. ב. גרף II. ג. גרף II.

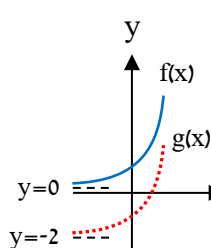
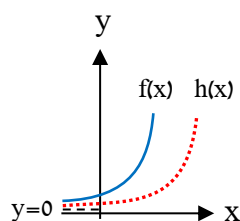
(47) א. $(0, 1)$. ב. 1. השרטוט הימני. 2. השרטוט השמאלי.

ג. הישר $y = -1$ חותך רק את הגרף של הפונקציה $g(x)$.

הוא אינו חותך את הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $h(x)$.

מכיוון שהאסימפטוטה האופקית שלהם היא $y = 0$, ולפי

השרטוט נבחין שפונקציות אלו מקבלות רק ערכים חיוביים.



(48) א. $g(x) = e^{-x}$. ב. $g(0) = 1$. דרך א' - הסבר גרפי: שיקוף ביחס לציר ה- y אינו משפיע על נקודת

החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- y . לכן נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $g(x)$ עם ציר ה- y זהה

לזו של גרף הפונקציה $f(x)$. דרך ב' - הסבר אלגברי: נציב $x = 0$ בפונקציה $g(x)$.

$$(49) \text{א. } g(x) = -e^x. \text{ב. } 2e^2 \text{ יח'}. \text{ג. } g(x) = e^{-x} - m. \text{ד. חי טועה. ההזזה אנכית}$$

(50) משנה את מיקום הגרף במערכת הצירים, ולכן עשויה לשנות את תחומי החיוביות והשליליות שלו.

כך לדוגמה, בתרגיל זה לפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ יש תחומי חיוביות ושליליות שונים.

(51) א. $c = 4$. דרך א': ניתן למצוא את שיעורי נקודת החיתוך של הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- y ולבדוק

מה המרחק האנכי בינה לבין הנקודה הנתונה B שבה חותך גרף הפונקציה $g(x)$ את ציר ה- y .

המרחק בין הנקודות שווה למרחק ההזזה האנכית ולכן שווה בערכו לפרמטר c. דרך ב': ניתן להציב

את שיעורי הנקודה B בפונקציה $g(x)$ ולמצוא אלגברית את ערך הפרמטר c. ב. $g(3) = 4$.

(52) א. מהשרטוט הנתון ניתן לראות שגרף $g(x)$ מתקבל מהזזה אופקית ימינה של גרף $f(x)$, ולכן ערך

הפרמטר b הוא חיובי. ב. $A(2, 4)$. ג. $b = 4$.

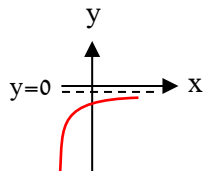
(53) א. $g(x) = 5^{x-2}$, $k = 2$. ב. 24 יח'.

(54) א. $g(x) = 4^{x+4} + 2$. ב. $g(x) = -e^x - 4$. ג. $g(x) = 5 \cdot (\frac{1}{e})^{-x} = 5e^x$.

(55) א. $g(x) = -0.2^{x+5}$. ב. השרטוט משמאל. ג. שובל טועה.

גדילה מעריכית מתאפיינת בכך שקצב השינוי הולך וגדל,

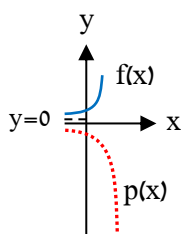
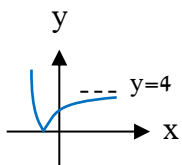
אך מגרף הפונקציה $g(x)$ ניתן להסיק שקצב השינוי הולך וקטן.



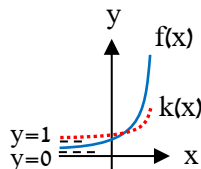
(56) א. $y = e^{-x} - 4$. ב. $y = -4$. ג. משמאל.

1. 2 פתרונות. 2. פתרון אחד. 3. פתרון אחד.

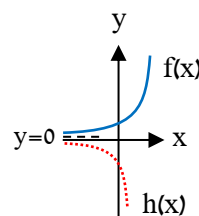
1. $k = 0$, $4 \leq k$. 2. $k < 0$.



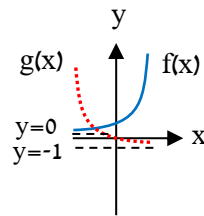
ד.



ג.



ב.



(57) א.

(58) א. לפונקציה $f(x)$. הפונקציה $g(x)$ היא פונקציית ערך מוחלט, ולכן היא אישלילית עבור כל x ,

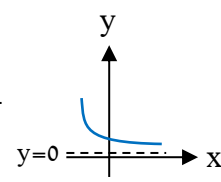
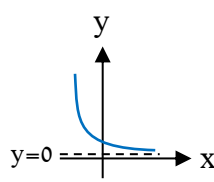
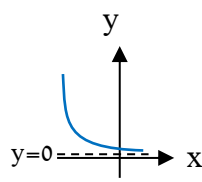
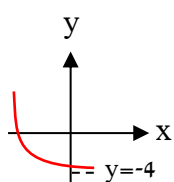
והגרף הנתון אינו מתאים. ב. IV. ג. $y = -4$. גרף הפונקציה $f(x)$ מתקבל מהזזה אנכית של 4 יח'.

כלפי מטה של גרף הפונקציה $y = 2^x$ שהאסימפטוטה האופקית שלה היא $y = 0$. ד. $y = 4$.

בטרנספורמציה של ערך מוחלט נקודות שהיו בעלות שיעור y שלילי בגרף הפונקציה, יקבלו שיעור y

חיובי נגדי, לכן האסימפטוטה האופקית של הפונקציה $g(x)$ היא בעלת ערך y נגדי לזה של

האסימפטוטה האופקית בפונקציה $f(x)$.



(59) א.

ב.

